Selbsteinschätzung mathematischer Studierfähigkeit von Studienanfängerinnen und -anfängern – Empirische Untersuchung und praktische Konsequenz

Dissertation
zur Erlangung des Grades
einer Doktorin der
Erziehungswissenschaften (Dr. paed.)
an der
Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg

vorgelegt von Christine Bescherer aus Esslingen a. N.

Ludwigsburg
2003

Erstgutachter:	Prof. Herbert Löthe
Zweitgutachter:	Prof. Dr. Bernd Hafenbrak

Datum des Abschlusses der mündlichen Prüfung: 12. Dezember 2003

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In vielen Fächern müssen Studierende Leistungen in Mathematik erbringen, obwohl sie Mathematik nicht als Studienfach gewählt haben. Dies trifft auf alle Ingenieurstudiengänge zu, aber auch z.B. auf die Wirtschaftswissenschaften oder Biologie. Die entsprechenden Mathematikveranstaltungen müssen meist im ersten und/oder zweiten Semester besucht werden, da sie häufig vordiplomsrelevant sind. Ein mehrmaliger Misserfolg in der Mathematikklausur zwingt sogar manche Studierende zum Verlassen der Hochschule. Damit steht Mathematik bei den Studierenden im Verdacht, eine „Siebfunktion" zu erfüllen, d.h. durch die hohen Anforderungen in den Mathematikklausuren werden die Studierendenzahlen verringert. Dieser Eindruck entsteht vermutlich mit dadurch, dass die Scheine in Mathematik zeitlich meist vor den Scheinen oder Prüfungen anderer Fächer abgelegt werden müssen, und deshalb auch Mathematik das Fach ist, in dem die Wiederholungsversuche zuerst ablaufen.[1]

Aus der Sicht der Fachmathematik besteht kaum ein Unterschied in dem Stoff, der in den ersten Semestern in Mathematik unterrichtet wird, und demjenigen, der in der Oberstufe im Gymnasium verlangt wird. Viele Studienanfängerinnen und -anfänger haben jedoch große Bedenken, ob sie die „mathematische Hürde" überwinden können. Dies zeigt sich auch darin, dass das Angebot von Mathematikvorkursen und die Zahl der Teilnehmenden in den letzten Jahren stetig zugenommen hat.[2]

Ein Begriff, der beim Übergang von der Schule in die Hochschule eine wichtige Rolle spielt, ist die „Studierfähigkeit" – genauer der Mangel an Studierfähigkeit bei den Studierenden. In verschiedenen Definitionen dieses Konstrukts sind mathematische Kompetenzen ein wichtiger Bestandteil, unabhängig von der gewählten Fachrichtung (vgl. Kapitel 2.1). Selbstverständlich spielen die mathematischen Kompetenzen für die Studierfähigkeit in „Mathematik-freien" Studiengängen[3] eine geringere Rolle, allerdings werden sie in keinem Studiengang als überflüssig eingestuft (vgl. Tabelle 7.7 auf S. 206 im Anhang E). Für die in dieser Untersuchung befragten Studienanfängerinnen und -anfänger besteht die mathematische Studierfähigkeit noch aus weiteren Aspekten, die über die reine

[1] In anderen Ländern jedoch hat Mathematik eindeutig diese Auswahlfunktion, so zählt für die Zulassung zur École polytechnique in Frankreich ausschließlich die Leistung in einer Mathematikeingangsprüfung.

[2] Beispielsweise hat sich die Zahl der Studienanfängerinnen und -anfänger, die am Mathematikvorkurs der Universität Hohenheim teilgenommen haben, von ca. 200 im WS 97/98 auf über 500 im WS 2000/01 erhöht.

[3] wie z.B. Sprachen, Pädagogik, Geschichte, ...

Allgemeinbildung hinausgehen. Für sie ist mathematische Studierfähigkeit die Summe der Fähigkeiten, Kenntnisse, Haltungen und Einstellungen, die sie benötigen, um die Anforderungen in Mathematik in ihren Studiengängen zu bewältigen.

Die dieser Arbeit zugrunde liegende „vorläufige“ Definition von mathematischer Studierfähigkeit wird bewusst nicht formalisiert, da die Selbsteinschätzung der Studierfähigkeit untersucht wird, die sich jeweils auf die individuellen Vorstellungen, was im Bereich Mathematik für das Studium notwendig ist, stützt.

Von verschiedenen Seiten her werden Defizite bei der Studierfähigkeit der Studienanfängerinnen und -anfänger beschrieben, die zu längeren Studienzeiten, Studiengangwechseln und Abbruch des Studiums führen. Diese Diskussion hängt eng mit dem Bildungsauftrag der Schule zusammen. Da speziell die Gymnasien den Auftrag haben, die Schülerinnen und Schüler auf ein Studium vorzubereiten, kann der Bildungsauftrag nicht erfüllt sein, wenn ein großer Teil der Absolventinnen und Absolventen nicht studierfähig ist. In diesem Zusammenhang fügt sich die – im Verlauf dieser Arbeit in Deutschland hochaktuell gewordene – Debatte um die Erstellung und Umsetzung von (Bildungs-) Standards ein.

Die Befunde aus dem explorativen Fragebogen werden mit den Ergebnissen von Befragungen z.B. der Hochschullehrenden verglichen. Zur Untersuchung möglicher Zusammenhänge der Selbsteinschätzung mathematischer Studierfähigkeit mit Noten, Selbsteinschätzungen der Fähigkeiten und Kenntnisse, Einschätzungen der Wichtigkeit, Einstellungen und Haltungen gegenüber der Mathematik und dem Mathematikunterricht werden versuchsweise Faktorenanalysen durchgeführt und latente Zusammenhänge mit Hilfe des LISREL-Ansatzes untersucht.

Im letzten Kapitel werden mögliche Konsequenzen aus den Umfrage-Ergebnissen beschrieben und mit den zur Zeit in Deutschland diskutierten Bildungsstandards sowie didaktisch-methodischen Überlegungen zum sinnvollen Einsatz des Internets beim Lehren und Lernen in Zusammenhang gestellt. Dabei werden die verschiedenen Ansätze der „Principles and Standards for School Mathematics“ der amerikanischen Mathematiklehrervereinigung (National Council of Teachers of Mathematics 2000), die „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss“ der Ständigen Konferenz der Kultusminister (Ständige Konferenz der Kultusminister 2003) und die „Bildungsstandards für Mathematik, Gymnasium Klasse 6, 8, 10, 12“ des Kultusministeriums Baden-Württemberg (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003) miteinander verglichen.

Für die Untersuchung wurden Studienanfängerinnen und -anfänger, die nicht Mathematik Diplom oder Höheres Lehramt am Gymnasium studieren, aber trotzdem einen oder mehrere Mathematikleistungsnachweise erbringen müssen, an verschiedenen Hochschularten (Fachhochschule für Technik, Pädagogische Hochschule und Universität) ausgewählt. Diese Population ist deshalb so interessant für die Untersuchung der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit, da zu erwarten ist, dass sich an diesen Studierenden eine große Bandbreite mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten sowie Einstellungen und Haltungen zur Mathematik nachweisen lässt. Studierende „Mathematik-freier“ Studiengänge müssen sich nicht mit dem Thema Mathematik in ihrem Studium befassen und bei Mathematik-Studierenden darf angenommen werden, dass sich sowohl ihre Kenntnisse und Fähigkeiten wie auch ihre Haltungen und Einstellungen gegenüber der Mathematik erheblich von denen der durchschnittlichen Studienanfängerinnen und -anfängern unterscheiden[4].

[4]Eine Untersuchung speziell zu den Mathematik-Studierenden wurde unter der Federführung von Irene Pieper-Seier fast zeitgleich mit der vorliegenden Untersuchung durchgeführt. Nähere Informationen unter URL `http://www.mathematik.uni-oldenburg.de/frauen/projekt/index.html`, Zugriffsdatum: 30.8.2003

2 Bildungspolitische Aspekte der Studierfähigkeit

Bei Klagen über mangelnde Studierfähigkeit wird meist ein direkter Zusammenhang zur mangelnden Allgemeinbildung und nicht ausreichende Hochschulreife hergestellt. Da diese Begriffe eng zusammenhängen und trotzdem unterschiedliche Aspekte des Übergangs von der Schule in die Hochschule darstellen, ist eine gegenseitige Abgrenzung zum Verständnis der bildungspolitischen Positionen notwendig.

Dass eine ausreichende Allgemeinbildung Grundlage der Studierfähigkeit ist, wird im „Bildungsland" Deutschland kaum jemand bestreiten, ebenso wenig dass die Studierfähigkeit noch wesentlich über eine gute Allgemeinbildung hinausgeht. Andererseits kann die Studierfähigkeit aber nicht das einzige Ziel der gymnasialen Ausbildung sein, da viele Abiturientinnen und Abiturienten nicht studieren. Hochschulreife beschreibt dagegen eher die persönlichen Fähigkeiten, die für ein erfolgreiches Studium notwendig sind.

Horst Günther Klitzing vom Deutschen Philologenverband formuliert den Zusammenhang zwischen Allgemeinbildung, Hochschulreife und Studierfähigkeit folgendermaßen:

> „Die allgemeine Hochschulreife ist damit nur ein Teilziel, wenngleich das wichtigste, des Gymnasiums und dem Bildungsziel der vertieften Allgemeinbildung untergeordnet. Sie umfaßt neben der formalen Anerkennung einer allgemeinen Studienberechtigung sehr individuelle Befähigungen für die verschiedenen Hochschulstudienfächer.
>
> Studierfähigkeit hingegen ist wiederum eine spezielle Ausprägung von Hochschulreife. Sie zielt darauf ab, den Anforderungen einer wissenschaftlich fundierten Spezialausbildung genügen zu können. Sie konkretisiert sich in einer breiten und vertieften Grundbildung, aber auch in Leistungsbereitschaft und Leistungswillen." (Klitzing 2001, S. 2)

Die Bedeutung der Mathematik beim Wissenserwerb und damit auch der Allgemeinbildung und der Studierfähigkeit wird in dem Papier der Europäischen Union „Indicators and Benchmarks of Quality of School Education" sehr überzeugend zusammengefasst:

> „Mathematics is the most interdisciplinary of all sciences. ... It provides important tools used by all other sciences for the analysis of data, the forecasting of change and for solving problems. The scope of mathematics extends beyond the limits of the subject itself. The ability to deal with the culture of logical thinking is a basic requirement for development in society. The ability

> to analyse different situations, to reach conclusions through the process of logical reasoning, to distinguish the relevant from the irrelevant and the proven from the unproven, to order and classify, to set hypotheses are all skills acquired through mathematics. Finally, it is generally assumed that a nation's industrial competitiveness derives in part from its strength in mathematics." (European Comission 1999, S. 8)

In der Fachpräambel der „Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung - Mathematik", einem Beschluss der Kultusministerkonferenz, wird die Rolle der Mathematik im Bezug auf Studierfähigkeit und Allgemeinbildung folgendermaßen beschrieben:

> „ Wissenschaftliche Expertisen stützen diese Anforderungen und betonen darüber hinaus den speziellen, unverzichtbaren Beitrag des Mathematikunterrichts zur Allgemeinbildung und Studierfähigkeit. Die allgemein bildende Funktion des Mathematikunterrichts wird insbesondere dadurch betont, dass er folgende Grunderfahrungen ermöglicht:
>
> - Mathematik als ein deduktives System abstrakter Objekte mit einem Höchstmaß an innerer Vernetzung und Offenheit gegenüber Neuschöpfungen, neuen Ordnungen und Beziehungen (Mathematik als formale Wissenschaft).
> - Mathematik als ein Reservoir an Modellen, die geeignet sind, Erscheinungen der Welt auf rationale Art zu interpretieren (Mathematik als anwendbare Wissenschaft).
> - Mathematik als ideales Übungsfeld zum Erwerb allgemeiner Problemlösefähigkeiten (Mathematik als Mittel zur Ausbildung heuristischer Fähigkeiten).
>
> In der Integration dieser Grunderfahrungen entfaltet der Mathematikunterricht seine spezifische allgemein bildende Kraft und leistet einen unverzichtbaren Beitrag zur Erfüllung des Bildungsauftrags der gymnasialen Oberstufe; dazu gehört, eine vertiefte Allgemeinbildung mit Wissenschaftspropädeutik und Studierfähigkeit zu verbinden.
>
> Neue Technologien können zur Unterstützung aller drei Grunderfahrungen wirksam eingesetzt werden. Insbesondere können Rechner durch dynamische Visualisierungen den Aufbau von Grundvorstellungen mathematischer Begriffe unterstützen, als leistungsfähiges Werkzeug bei Modellbildungen und Simulationen verwendet werden und heuristisch-experimentelles Arbeiten fördern." (Ständige Konferenz der Kultusminister 2002, S. 3)

Im letzten Teil wird die Bedeutung der Unterstützung von Lehr-/ Lernprozessen durch computergestützte Medien angesprochen. Die Fähigkeiten im Umgang mit dieser Technologie rückt in den letzten Jahren immer mehr in den Blickpunkt der Öffentlichkeit. So kommen zu den Klagen über Mängel bei der Studierfähigkeit, den Fachkompetenzen und den Schlüsselqualifikationen noch die Forderungen an die Schulen nach der Vermittlung von Medienkompetenz v. a. im Hinblick auf die computergestützten Medien noch hinzu.

So empfiehlt z.B. die Gesellschaft für Informatik 1999 zur „medienerzieherischen Arbeit in der Schule“ die Berücksichtigung folgender Ziele:

- „Nutzung von Medien und nichtmedialen Möglichkeiten für unterschiedliche Aufgaben mit dem Ziel, unterschiedliche Medienangebote kennen zu lernen sowie die Fähigkeit zu einer bewussten Auswahl und Auswertung zu fördern.
- Einblick in Wirkungsweise und Produktionsbedingungen von Medien mit dem Ziel, eine kritische Haltung gegenüber der Beeinflussung von Wahrnehmen, Denken und Handeln zu entwickeln.
- Praktisch-gestalterische Medienarbeit mit dem Ziel, die persönlichen Ausdrucks- und Gestaltungsmöglichkeiten zu erweitern, die Fähigkeit zu genauer Wahrnehmung und zu sozial verantwortlichem Umgang mit Medien auszubilden.“ (Gesellschaft für Informatik 1999, S. III-IV)

Die Nutzung von Technologie sowohl beim Lernen wie auch beim Arbeiten soll sich selbstverständlich nicht auf das Fach Mathematik beschränken, bietet sich jedoch bei Überlegungen zur Weiterentwicklung von Mathematikunterricht als „Katalysator“ (vgl. S. 25) an.

2.1 Studierfähigkeit

Die hier vorliegende Untersuchung befasst sich mit der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit von Studienanfängerinnen und -anfängern. Was wird unter diesem Begriff „Studierfähigkeit“ überhaupt verstanden?

Christiane Konegen-Grenier hat in ihrer Untersuchung verschiedene Definitionen verglichen (zur Untersuchung von Konegen-Grenier vgl. S. 66).

Eine sehr allgemeine Definition von Heldmann (zitiert nach Konegen-Grenier 2002, S. 15) zeigt gut die Komplexität dieses Begriffes auf:

> „Studierfähigkeit beruht für jedes Studium auf grundlegenden allgemeinen Leistungskriterien und fachspezifischen notwendigen Fähigkeiten, Kenntnissen und Fertigkeiten. Beide, Leistungskriterien wie Fächerprofile, sind voneinander so untrennbar wie die Vorder- und Rückseite eines Blattes.“ (Heldmann 1984, S. XII)

Heldmann sieht allgemeinbildende Bereiche in den Fächern Deutsch, Englisch, Mathematik und der 2. Fremdsprache, die zur Vermittlung von Studierfähigkeit dienen können.

Als Grundlage der groß angelegten Untersuchung des Hochschul-Informations-Systems von 1987 (vgl. S. 66) stellen die Autoren den Begriff „Studierfähigkeit“ in einen Zusammenhang mit dem aus der Arbeits- und Berufssoziologie stammenden Begriff „Qualifikation“[1]. Dabei teilen sie die Qualifikation in eine materiale, formale und personale Dimension auf.

Die Qualifikation bezieht sich „auf die Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, die für die erfolgreiche Absolvierung eines Studiums als notwendig erachtet werden. Formuliert als Anforderungen an den Studienbewerber werden sie zu Kriterien für die Erteilung der Studienberechtigung und damit der Bewertung der der Hochschule vorgelagerten schulischen Bildungsprozesse.“ (Kazemzadeh & al. 1987, S. 11)

Hier wird bereits ein enger Zusammenhang der Studierfähigkeit mit der Hochschulzugangsberechtigung formuliert, der inzwischen durch die Diskussionen um die neuen Zulassungsverfahren (z.B. Auswahl der Studienanfängerinnen und -anfänger durch die Hochschulen selbst) wieder hoch aktuell ist.

Andererseits kommen Kazemzadeh & al. durch ihre Befragung der Hochschullehrenden zur Erkenntnis:

> „[...] daß[2] die Bestimmung und Festlegung eines bestimmten Bildungskanons als zeitgemäße Studienvorbereitung letztlich nicht möglich ist, solange nicht die tatsächlichen Anforderungen eines Hochschulstudiums empirisch geklärt seien. [...] Da ‘objektive’, d.h. aus der Studiensituation heraus begründete Kriterien für den Studienerfolg praktisch nicht ermittelt werden können, bleiben sie letztendlich normativ: sie werden z.B. abgeleitet aus der immanenten Logik und den Definitionen wissenschaftlicher Disziplinen und damit aus Leitbildern, über die zumeist kein allgemeiner Konsens besteht und die mit der Studienrealität keineswegs identisch sein müssen.“ (Kazemzadeh & al. 1987, S. 101)

Die Vorstellung von Studierfähigkeit, die sich aus dem „Test der akademischen Befähigung“ von 1979 von Günter Trost für den mathematischen Bereich entnehmen lässt, wird bei Konegen-Grenier folgendermaßen formuliert:

> „Studierfähigkeit enthält demnach quantitative als auch verbale Aspekte. Quantitative Aspekte beziehen sich primär auf mathematische Kompetenzen. Zu nennen sind:
>
> - Fähigkeit, Grundtechniken der Mathematik auf neue Probleme anzuwenden
> - Problemlösen im numerischen Bereich, Phantasie
> - Kombinationsvermögen

[1] Da die Studie aus den 80er Jahren stammt, spielt der Qualifikationsbegriff – entsprechend dem damaligen Zeitgeist – eine zentrale Rolle.

[2] In Zitaten wurde die alte Rechtschreibung beibehalten. Nur offensichtliche Tippfehler wurden verbessert.

  - komplexes Denken, kritische Bewertung vorgegebener Informationen
  - induktives Denken, Flexibilität, schlussfolgerndes Denken" (Trost, zitiert nach Konegen-Grenier 2002, S. 21)

Konegen-Grenier selbst teilt für ihre Untersuchung das theoretische Konstrukt „Studierfähigkeit" in verschiedene Dimensionen auf:

- „kognitive Dimension: Abstraktionsvermögen, analytische Fähigkeiten, Kreativität, sprachliche Ausdrucksfähigkeit,...
- persönliche Dimension: ausgeprägtes inhaltliches Interesse, Beharrlichkeit, Eigeninitiative,...
- soziale Dimension: Fähigkeit, sich in den Strukturen der Hochschule zurechtzufinden, Frustrationstoleranz, Kommunikationsfähigkeit,...
- fachliche Dimension: Schulfächer und Arbeitstechniken, wie Internet-Kenntnisse, Textverarbeitungskenntnisse, Präsentationsfähigkeit,..." (nach Konegen-Grenier 2002, S. 188 ff)

Über die Einschätzung der Wichtigkeit dieser Dimensionen für die Studierfähigkeit durch die Hochschullehrenden entwickelt sie ihre Darstellung von Studierfähigkeit:

> „Analytische Fähigkeiten, Abstraktionsfähigkeit und Differenzierungsvermögen sind unabdingbare Voraussetzungen für ein Hochschulstudium. Sie müssen kombiniert sein mit guten Kenntnissen in den Fächern Englisch, Mathematik und Deutsch. Das Fachwissen ist durch Arbeitstechniken wie Präsentationsfähigkeit, Kenntnisse in der Textverarbeitung und Recherchetechniken zu ergänzen. Um seine kognitiven Fähigkeiten und sein fachliches Wissen anwenden zu können, muss der Studienanfänger eine persönliche Arbeitshaltung mitbringen, die inhaltliches Interesse mit Leistungsbereitschaft und Genauigkeit vereint." (Konegen-Grenier 2002, S. 93/94 u. 168)

Es wird in der hier vorliegenden Arbeit bewusst auf eine formale, ausdifferenzierte Definition von Studierfähigkeit verzichtet, da dies dem explorativen Charakter einer Untersuchung von Selbsteinschätzungen mathematischer Studierfähigkeit von Studienanfängerinnen und -anfängern widersprechen würde. Die Befragten selbst können keine klare Vorstellung davon haben, was sie im Studium erwartet, und können deshalb mit dem Begriff „Studierfähigkeit" aus eigener Erfahrung wenig verbinden. Somit wäre eine formale Definition kontraproduktiv für eine ergebnisoffene Auswertung des Fragebogens.

Als Grundvorstellung bei der Konzeption und Auswertung der durchgeführten Untersuchung dient die folgende Auffassung des Begriffs Studierfähigkeit:

Studierfähigkeit beschreibt die Kenntnisse, Fertigkeiten, Fähigkeiten, Haltungen und Einstellungen, die zur erfolgreichen Absolvierung eines bestimmten Studiengangs notwendig sind.

Diese „Definition" der allgemeinen Studierfähigkeit hat zudem noch den Vorteil, dass sie sich direkt auf fachspezifische Studierfähigkeiten wie z.B. die mathematische Studierfähigkeit übertragen lässt.

Unter mathematischer Studierfähigkeit sind somit das Wissen, die Fertigkeiten, Haltungen und Einstellungen zu verstehen, die die Studierenden zur Bewältigung der Anforderungen, die im Bereich Mathematik in ihren Studiengängen an sie gestellt werden, benötigen. Diese Sichtweise spiegelt sich auch in mathematikdidaktischen Überlegungen wider, wie sie in Kapitel 3 diskutiert werden.

Gemeinsam ist den verschiedenen Auffassungen von Studierfähigkeit, dass in allen entweder die Mathematik als Fachwissenschaft oder mathematische Kompetenzen wie „logisches Denken" oder „mathematisches Problemlösen" feste Bestandteile sind. In diesem Sinne kann mathematische Studierfähigkeit als ein Teilaspekt der allgemeinen Studierfähigkeit aufgefasst werden.

2.2 Bildungspolitische Positionen

Nicht erst seit Veröffentlichung der Ergebnisse der PISA-Studie[3] werden die mangelnde Studierfähigkeit der deutschen Studienanfängerinnen und -anfänger und die extrem hohen Studienabbrecherzahlen (bis zu 30 % der Studienanfänger[4]) in der breiten Öffentlichkeit diskutiert. Die Hochschulen klagen seit Jahren über die unzureichende Vorbereitung auf das Studium durch die Schule. So formulierte die Konferenz mathematischer Fachbereiche (KMathF) schon 1981 in ihrer „Entschließung bezüglich mangelnder Voraussetzungen an die Studierfähigkeit bei Abiturienten":

> „Die Mathematikausbildung in der Schule gewinnt eine immer größer werdende Bedeutung für die Studierfähigkeit. Dies gilt sowohl für die fachlichen Voraussetzungen für ein Studium der Mathematik als auch für die naturwissenschaftlichen und ingenieurwissenschaftlichen Fächer und in zunehmendem Maße für andere Fachrichtungen, wie Wirtschaftswissenschaften, Sozial- und Geisteswissenschaften. Darüber hinaus hat die Mathematikausbildung nicht nur im Hinblick auf die Vermittlung von Fachwissen große Bedeutung, sondern spielt auch eine hervorragende Funktion für das Fördern der allgemeinen Studierfähigkeit, zu der z.B. Abstraktionsvermögen, Konzentrationsfähigkeit, logisch konsequentes Denken, Arbeitstechnik gehören. [...] Jedoch steht dieser positiven Entwicklung gegenüber, daß ein großer Teil der Abiturienten nicht über die obengenannte Studierfähigkeit

[3] Programme for International Student Assessment durchgeführt von der OECD in den Jahren 2000 bis 2006. Eine wichtige Veröffentlichung erster Ergebnisse ist das Buch „PISA 2000" (Deutsches PISA-Konsortium 2001).

[4] Genauere Angaben finden sich in der „Studienabbruchstudie 2002" (Heublein & al. 2002).

> verfügt und somit auf die Anforderungen des Studiums nicht wirklich vorbereitet ist. [...] Während also auf der Schule Universitätswissen punktuell in pädagogisch fragwürdigem Rahmen vorweggenommen wird, muß die Universität in der Schule zu erlernende Kenntnisse und Fähigkeiten nachträglich vermitteln. Für das <u>Fach Mathematik</u>[5] weist die Konferenz noch einmal nachdrücklich auf die insgesamt negativ zu bewertenden Ergebnisse der durchgeführten Studieneingangstests hin. Ungeachtet herausragender Kenntnisse und Fertigkeiten Einzelner (meist in Leistungskursen o.ä. erworben), liegt im allgemeinen der mathematische Kenntnisstand der Studienanfänger <u>unter dem</u> für ein sinnvolles Studium erforderlichen <u>Kernwissen</u>. Dies gilt nicht nur für Mathematikstudenten, sondern in besonderem Maße auch für Studenten anderer Fächer, in denen Mathematik verwendet wird.“ (Konferenz mathematischer Fachbereiche 1981)

Zwölf Jahre später konstatierte der Hochschulverband in seiner grundsätzlichen Stellungnahme „Studierfähigkeit“ vom 43. Hochschulverbandstag 1993:

> „Die Aufnahme eines wissenschaftlichen Studiums erfordert eine allgemeine Studierfähigkeit. Mißerfolgsquoten von 50 % bei den Leistungsnachweisen der ersten Semester, ein immer breiteres Angebot von „Brückenkursen“, zunehmende Studienabbrecherquoten und die hohe Zahl von Studienfachwechslern sind Indizien einer fehlenden Studierfähigkeit. Der Deutsche Hochschulverband hat seit dem Öffnungsbeschluß der Ministerpräsidenten immer wieder darauf hingewiesen, daß die allgemeine Studierfähigkeit weiter nachläßt. [...]
>
> Die im deutschen Hochschulverband vereinigten 15 000 Hochschullehrer sehen sich in ihrer generellen Sorge bestätigt, daß das Abitur immer häufiger die allgemeine Studierfähigkeit zwar bescheinigt, aber nicht tatsächlich gewährleistet.“ (Deutscher Hochschulverband 1993)

Die Lehrerinnen und Lehrer dagegen beschweren sich - allerdings meist nicht öffentlich - über die unrealistischen Erwartungen der Hochschulen und sehen ihre Aufgabe nicht in einer Vorwegnahme universitärer Lehrinhalte. Dass in der Schule nicht der Stoff der ersten Semester vorgearbeitet werden soll, diese Meinung teilen Lehrende sowohl an Schulen wie auch an Hochschulen. Wie allerdings eine gute Vorbereitung auf diesen Stoff aussehen soll, wird sehr unterschiedlich gesehen.

Von Seiten der Eltern kommt beispielsweise der Gymnasialausschuss des Bundeselternrats in seinem Projekt des Jahres 2000 „Stärkere Vernetzung der Gymnasien mit den Hochschulen - Perspektiven, Wünsche, Möglichkeiten. Welche Erwartungen hat die Hochschule an die Schule? Welche Forderungen ergeben sich an eine verbesserte Vorbereitung auf die Hochschule?“[6] (Bundeselternrat 2000) zu dem Schluss, dass „bei den

[5] Hervorhebungen wie im Original

[6] Resolution der Fachtagung des Gymnasialausschusses vom 31. 3. bis 2.4. 2000 in Bonn

Studierenden oft mangelnde Vorkenntnisse und Befähigungen sowie falsche Erwartungshaltungen bei der Aufnahme eines Studiums festzustellen sind.“ Deshalb werden u.a. die folgenden Forderungen an die Schule formuliert:

> ◦ „Bessere Vermittlung von Grundkompetenzen wie z.B. ‘diszipliniertes und selbstständiges Arbeiten’ sowie ‘Kritikfähigkeit und Differenzierung’
>
> ◦ Vermittlung von Medienkompetenz - Umgang mit Informations- und Kommunikationstechniken
>
> ◦ Erziehung zu mehr Selbstverantwortung durch handlungsorientierten Unterricht und Projektarbeit
>
> ◦ Kontinuierliche Zusammenarbeit mit Hochschulen und Arbeitswelt
>
> Der Bundeselternrat fordert die Kultusministerien und die Wissenschaftsministerien auf, den Prozess der Kooperation und Vernetzung zwischen Schule und Hochschule zu fördern und ausreichende Mittel bereitzustellen, um einen Informations- und Kommunikationsfluss zwischen den Ländern zu verwirklichen.“ (Bundeselternrat 2000)

Aus der Wirtschaft kommen seit Jahren Klagen über die mangelhaften Qualifikationen der Schulabgängerinnen und -abgänger. Diese beziehen sich sowohl auf die Fachkompetenzen wie auch auf Schlüsselqualifikationen. Nach einer Umfrage des Instituts der deutschen Wirtschaft Köln aus dem Jahr 1999 unter 800 Unternehmen versuchen 40 % der befragten Unternehmen die Defizite der Auszubildenden durch spezielle Födermaßnahmen v. a. in Mathematik und in den Kommunikationsfähigkeiten auszugleichen. Auch unter den Abiturienten sind nach dieser Studie große Defizite im Bereich Mathematik festzustellen, so schnitten nur 14 % in den Rechentests mit gut oder sehr gut ab. Aufgrund dieser Untersuchung werden auch Empfehlungen für die zukünftige Schulpolitik ausgesprochen. Die Beherrschung der Grundrechenarten und das Kopfrechnen stehen dabei auf Platz drei dieser Wunschliste hinter Allgemeinbildung und projektorientiertem Arbeiten und Lernen. (Institut der deutschen Wirtschaft Köln 1999)

Eine etwas andere Position nimmt Dr. Klaus Schnitzer vom Hochschul-Informations-System ein. Auf der Tagung „Übergang von der Schule in die Hochschule – Zugang zum Studium zwischen Markt und Recht auf Bildung“ vom 30. bis 31.1.2001 schließt er in seinem Eingangsstatement die Diskussion zu Studierfähigkeit und Studierunfähigkeit folgendermaßen ab:

> „Bezieht man alle genannten Elemente in die Diskussion ein, so wird schlagartig deutlich, dass die Debatte um die Studierfähigkeit eine Diskussion der Vergangenheit ist. Es wird zu erörtern sein, wie mit Unterschieden der Studierfähigkeit umzugehen ist. Es ist zu fragen, ob wirklich von einer einseitigen Bringeschuld des Gymnasiums auszugehen ist.“ (Schnitzer 2001)

Klagen über die nicht ausreichende Qualifikation der Abiturientinnen und Abiturienten sind also seit langem üblich. Durch internationale Vergleichsstudien wie TIMSS[7] oder PISA wird aber klar, dass es nicht überall auf der Welt dieselben Klagen sind.

Bei Berücksichtigung dieser von unterschiedlichen Gruppierungen aus dem Bildungsbereich formulierten, vielschichtigen und umfangreichen Forderungen[8] kann es inzwischen nicht mehr darum gehen, welche Forderungen berechtigt und zeitgemäß und welche unsinnig sind, sondern vielmehr darum wie die Betroffenen, nämlich Abiturienten, Studierende, Lehrende an Schulen und Hochschulen, Fachdidaktiker sowie politische Instanzen damit umgehen.

2.3 Bildungspolitische Vorgaben

> „Bildung zielt darauf, Jugendliche und Erwachsene zur Übernahme von Verantwortung im persönlichen und gesellschaftlichen Leben, in Arbeit und Beruf, in Kultur und Politik zu befähigen. Sie soll es ihnen ermöglichen, sich auch auf neue Herausforderungen, insbesondere auch auf den Strukturwandel in Gesellschaft und Wirtschaft, besser vorzubereiten.“ (Bund-Länder-Kommission 2001b, S. 5)

Was also gehört zu den Kenntnissen und Fähigkeiten, die mündige Bürger oder jede Studienanfängerin/ jeder Studienanfänger besitzen sollte? Wir leben in einer „Informationsgesellschaft“, in der solch riesige Mengen an Informationen für jeden mit nur wenigen „Klicks“ im Internet zu finden sind, dass sie kein Mensch in seiner Lebenszeit überhaupt nur durchlesen könnte. Lohnt es sich da noch z.B. Gedichte auswendig zu lernen? Oder einen Beweis zum Satz des Pythagoras zu kennen? Man könnte ihn doch bei Bedarf jederzeit im Internet nachlesen.

Mit Informationen allein können jedoch weder komplexe Entscheidungen getroffen werden, noch erzeugt eine mehr oder weniger zufällige Anhäufung von Informationen „Wissen“. Erst die Verarbeitung der Informationen und ihre Verknüpfung mit Vorwissen erzeugt neues Wissen, das dann wiederum in unterschiedlichen Situationen angewandt werden kann. Zudem wird die „Halbwertszeit“ von Wissen, also die Zeit in der das Wissen aktuell ist und noch nicht von neuen Erkenntnissen überholt wurde, immer kürzer. „Der

[7] Third International Mathematics and Science Study, eine internationale Vergleichsstudie, die in Mathematik und Naturwissenschaften Mitte der 90er Jahre Schülerinnen und Schüler in den Klassenstufen 3/4 (TIMSS I), 7/8 (TIMSS II) und den Abschlussjahrgängen (TIMSS III) untersucht hat. Informationen unter URL `http://www.timss.mpg.de/`, Zugriffsdatum: 12.8.2003

[8] Dabei wurde hier die gesamte Debatte vorrangig unter dem Blickwinkel Mathematik und computergestützte Medien betrachtet. Die Forderungen aus den sprachlichen, historisch-gesellschaftswissenschaftlichen und wirtschaftswissenschaftlichen Bereichen gehen zum Teil noch wesentlich weiter.

Informationsstand am Ende der Schulzeit ist heute in der Regel nach wenigen Jahren schon wieder überholt“ (Mandl & al. 1998, S. 8). Sollte man da nicht konsequenterweise keine Vorschriften mehr über die konkreten Inhalte machen, an denen die gewünschten Lernziele und Kompetenzen erarbeitet werden?

Es kann aber nicht jeder Lehrerin/ jedem Lehrer selbst überlassen werden, was und wie unterrichtet wird. Nicht ohne Grund wurden in den USA schon Ende der 80er Jahre „Standards“ für einzelne Fächer entwickelt, um der extremen Divergenz der einzelnen Schulen entgegen zu wirken[9].

Bildungspolitische Vorgaben müssen neben bestimmten fachlichen Kerninhalten auch die Art der Umsetzung dieser Vorgaben in Unterricht berücksichtigen. Wenn nur die fachlichen Inhalte aufgezählt werden, die durchgenommen werden müssen, und nichts zu den Fähigkeiten und Kompetenzen, die beim Lernen dieser Fachinhalte aufgebaut werden sollen, vorgegeben wird, so ist die Gefahr sehr groß, dass sich ein prüfungszentriertes, nicht-transferierbares Rezeptwissen entwickelt.

Die Vorgaben für schulische Bildung können auf sehr unterschiedlichen Ebenen angesiedelt sein:

- Auf der Ebene der Fächer muss entschieden werden, welche Fächer in welchem Umfang verpflichtend sind bzw. überhaupt angeboten werden. Darüberhinausgehend werden auf dieser Ebene auch die Gewichtung der fachübergreifenden Fähigkeiten wie z.B. selbstverantwortliches Lernen oder kooperatives Lernen festgelegt.
- Die fachlichen Inhalte und Prozessfähigkeiten[10] der einzelnen Fächer müssen aufgeführt werden, wobei eine Unterscheidung zwischen verbindlichen Themen, die alle Schülerinnen und Schüler behandelt haben müssen und übergeordneten Themenbereichen wie z.B. Umgang mit Daten zu beachten ist.
- Verbindliche Methoden können gefordert werden. Dies kann sich einerseits auf Fachmethoden beziehen, z.B. sollen in Mathematik alle Schülerinnen und Schüler indirektes und direktes Beweisen beherrschen. Damit können aber auch Unterrichts- bzw. Lehrmethoden im Zusammenhang mit bestimmten Inhalten oder auch im Sinne von überfachlichen Kompetenzen gemeint sein. So könnte man in einem Curriculum fordern, dass eine Erhebung und Auswertung von Daten in projektartigem Arbeiten zu erfolgen hat oder auch, dass in jedem Fach mindestens ein 10-stündiges Projekt pro Schuljahr durchgeführt werden muss.
- Schulbücher stellen auf den ersten Blick keine bildungspolitischen Vorgaben dar, da sie ja keinen verbindlichen Charakter haben. Durch die bundeslandspezifische Zulassung, also die staatliche Anerkennung, dass sie den bildungspolitischen Vorgaben

[9] In den USA gibt es kaum verbindliche Vorgaben zu schulischen Inhalten oder Fächern auf Bundes- oder Landesebene. Jede Schule und sogar jeder Lehrer kann einen eigenen Lehrplan verfolgen.

[10] Unter Prozessfähigkeiten werden in Mathematik z.B. „Begründen und Beweisen“ oder „Problemlösen“ verstanden (vgl. Kapitel 3.1.2 oder 6.2).

entsprechen, erhalten die Schulbücher jedoch eine Verbindlichkeit, die zumindest diskutiert werden sollte.

Vom Kultusminsterium in Baden-Württemberg, wo zur Zeit im Rahmen der Bildungsplanreform 2001/2003-2004 neue bildungspolitische Vorgaben – Bildungsstandards – entwickelt werden, wird im Kontext der Konzeption des achtjährigen Gymnasiums der Zusammenhang zwischen diesen Vorgaben und Studierfähigkeit explizit genannt. In der Beschreibung des „Konzepts zur Weiterentwicklung des achtjährigen Gymnasiums“ heißt es:

> „Die Erarbeitung von Bildungsstandards und neuen Wegen der Evaluation gehört dazu ebenso wie eine Stärkung schulischer Selbstverantwortung. In einem neuen ganzheitlichen Konzept, das den Schulen viele Gestaltungsräume lässt, wird der allgemein bildende Charakter der gymnasialen Bildung verstärkt und die Studierfähigkeit der Abiturientinnen und Abiturienten weiter verbessert. Das Gymnasium erhält mehr Möglichkeiten pädagogischer Selbstverantwortung.“ (Kultusministerium Baden-Württemberg 2001, 1. Abschnitt).

In der derzeitigen Diskussion spielen die Begriffe „Bildungsstandards“, „Rahmencurriculum“ bzw. „Curriculum“ und „Lehrplan“ bzw. „Bildungsplan“ eine sehr wichtige Rolle. Dies sind alles Formen bildungspolitischer Vorgaben. Da die Begriffe sehr verwirrend und widersprüchlich in der Literatur verwendet werden, werden sie hier ausführlich gegeneinander abgegrenzt und in einen internationalen Kontext gestellt.

Vor allem in den USA und Kanada sind Standards zu einzelnen Fächern und in den verschiedenen Bundesstaaten seit langem die Grundlage für die Ausgestaltung von Curricula und Lehrplänen. Diese Standards werden von zahlreichen im Bildungsbereich beteiligten Personen und Institutionen gemeinsam in einer mehr oder weniger öffentlichen Diskussion entwickelt. Dabei sind neben den Lehrerinnen und Lehrern und den bildungspolitischen Gruppierungen wie Eltern und Schulaufsichtsbehörden vor allem auch die Fachwissenschaften und die Fachdidaktiken beteiligt. Die Standards werden auf Landesebene in Rahmencurricula integriert, die dann auf Schul- bzw. Lehrerebene in Curricula und Lehrpläne konkretisiert werden.

Meine Definitionen der Begriffe „Bildungsstandards“, „Curriculum“ und „Lehrplan“ legen den Schwerpunkt auf den Zweck der einzelnen Ausführungen, weniger auf die genauen Inhalte oder gar den Umfang. Da diese Begriffe in der Bildungspolitik und der Didaktik in Deutschland schon seit über 30 Jahren z.T. sehr kontrovers diskutiert und auch international sehr unterschiedlich – je nach Verständnisgrad oder Übersetzung sogar als Synonyme – gebraucht werden, wird den Definitionen jeweils ausführliche Begründungen vorangestellt. Es soll hier jedoch nur insoweit auf die Diskussion um Curriculumstheorie vs Didaktik[11] oder auf die vielen verschiedenen Auslegungen dieser Begriffe in verschie-

[11] Die Diskussion um Didaktik bzw. Curriculum wird z.B. im 33. Beiheft der Zeitschrift für Pädagogik „Didaktik und/oder Curriculum“ (Hopmann und Riquarts 1995) sehr gut geschildert.

denen Ländern eingegangen werden, als dies zur Verankerung der von mir entwickelten Definitionen notwendig ist.

Um Bildungsstandards aufstellen zu können, muss zuerst eine Einigung darüber erzielt werden, was überhaupt Bildung ist. Dazu gehören die Diskussionen um den Allgemeinbildungsbegriff genauso wie die immer wieder von der Wirtschaft verlangten Schlüsselqualifikationen oder Kompetenzen und selbstverständlich die fachimmanenten Ziele. Wenn aus dieser Diskussion eine Grundlage zur Konkretisierung im Unterricht entstehen soll, muss die jeweilige „Fach-Interessengemeinschaft“[12] bei dieser Diskussion die entscheidende Rolle spielen.

Die Erarbeitung von Bildungsstandards benötigt einen längeren Zeitraum und eine fundierte öffentliche Diskussion. Ein sehr gelungenes Beispiel für ein solches Vorgehen im Bereich Mathematik stellen die „Principles and Standards for School Mathematics“ (National Council of Teachers of Mathematics 2000) dar. Sie wurden im Jahr 2000 nach einer sehr rege geführten zweijährigen Diskussion, teilweise über das Internet, vom National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), der amerikanischen Mathematiklehrervereinigung veröffentlicht. Die Finanzierung der Standards erfolgte durch die US-Bundesregierung über die National Science Foundation, durchgeführt wurde die Entwicklung vom NCTM, die bewusst die Vereinigung der „Mathematiklehrenden“ ist, also auch derjenigen, die zwar Mathematik unterrichten, es aber nicht studiert haben, und nicht von einer staatlichen Behörde.

In den NCTM-Standards findet sich auch eine knappe, aber prägnante Definition, was der NCTM unter „Standards“ versteht: „Standards are descriptions of what mathematics instruction should enable students to know and do.“ (National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 29)

Dass die Etablierung von Bildungsstandards eine längere Zeit braucht und bis zu 10 Jahre dauern kann, wird auch an dem Beispiel West Australien[13] deutlich. Dort wurde seit 1995 an einem „Curriculum Framework“[14] gearbeitet; 1997 erschien ein Entwurf, der dann wie die NCTM-Standards in den USA öffentlich diskutiert wurde, und 1998 wurde die ab 1999 gültige Version veröffentlicht. Die Verfasser rechneten damals damit, dass es mindestens 5 Jahre also bis 2004 dauern würde, bis das „Curriculum Framework“ in allen Schulen voll integriert wäre.

[12] Dazu zählen, angelehnt an den „Community“-Begriff aus dem Amerikanischen, z.B. im Bereich Mathematik die Fachwissenschaft, die Fachdidaktik, selbstverständlich die Lehrerinnen und Lehrer, aber auch Mathematik-nahe Wissenschaften wie Informatik oder Ingenieur- bzw. Wirtschaftswissenschaften oder die interessierte Öffentlichkeit.

[13] Informationen zum „Curriculum Framework Western Australia“ unter URL `http://www.curriculum.wa.edu.au/` Zugriffsdatum: 21.8.2002

[14] Hier wird „Curriculum Framework“ im Sinne von Bildungsstandards verwendet, denn es gibt keine Bildungsstandards für ganz Australien, sondern jeder Bundesstaat entwickelt seine eigenen Standards. Insofern passt die Definition von „curriculum framework“ s. S. 19 trotzdem.

Bildungsstandards dienen unterschiedlichen Zwecken. In Ländern ohne zentralen Bildungsplänen wie z.B. den USA oder auch im internationalen Schulbereich ermöglichen sie eine Vereinheitlichung und Vergleichbarkeit von Schullaufbahnen oder -abschlüssen. Auch in Baden-Württemberg soll durch die Bildungsstandards „die Anschlussfähigkeit für den weiteren Bildungs- und Berufsweg gesichert“ werden (Kultusministerium Baden-Württemberg 2002, 3. Abschnitt).

Ein anderer häufig genannter Grund für Bildungsstandards ist die Qualitätssicherung. Insgesamt konzentrieren sich Bildungsstandards auf die Ergebnisse der (Schul-)Bildung und – im Gegensatz zu Lehrplänen – weniger auf den Input einschließlich des Inhalts und die zeitliche Verteilung. Genau diese Schwerpunktverlagerung ermöglicht die Fundierung einer Qualitätssicherung. Bei Input-orientierten Lehrplänen lässt sich nur feststellen, ob die geforderten Teile auch alle unterrichtet wurden. Wenn jedoch die Bildungsziele ergebnisorientiert beschrieben und verbindlich festgelegt werden, so ermöglicht dies eine Überprüfung, ob Einzelne oder welcher Anteil der Schülerinnen oder Schüler diese Ziele erreichen. Oder wenn man von einer umfassenderen, eventuell externen Evaluation ausgeht, kann so festgestellt werden, ob die einzelnen Schulen oder gar das gesamte Schulsystem den Bildungsauftrag erfüllen. Seit der Umsetzung der NCTM-Standards in den USA hat sich gezeigt, dass „gute“ Schulen keinerlei Probleme hatten, die Standards zu erfüllen, „schlechte“ Schulen hingegen große Anstrengungen unternehmen müssen, um die Standards in ihrem Unterricht umzusetzen.

Bildungstandards sollen aber nicht nur eine Vorgabe sein, die es zu erfüllen gilt, sondern auch Ideen und Weiterentwicklungen innerhalb der Fach-Interessensgemeinschaft anregen. Dies wird z.B. explizit in den NCTM-Standards gefordert: „This document is intended to [...] stimulate ideas and ongoing conversations at the national, provincial or state, and local levels about how best to help students gain a deep understanding of important mathematics.“ (National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 6 Mitte) Es ist dies auch absolut notwendig, da sich ja der Bildungsbegriff weiterentwickelt und somit müssen sich Standards an solche Veränderungen anpassen lassen.

Letztendlich werden durch klare Bildungsstandards auch Neuerungen in einem Bildungssystem unterstützt, indem sie einen Rahmen schaffen, innerhalb dessen die Änderungen in den verschiedenen Bereichen wie Unterrichtsorganisation, Lehrpläne, Methoden usw. durchgeführt werden. Somit ist für alle Beteiligten absehbar, in welchem Rahmen sich die Innovationen bewegen werden. Dies beugt einer Verunsicherung v.a. der Lehrer und Eltern vor.

Bildungsstandards beschreiben die Zielvorstellungen von (Schul-)Bildung. Es wird in ihnen das verbindliche Wissen für bestimmte Bildungsabschnitte festgelegt. Dazu gehören fachliche Konzepte, Prozessfähigkeiten und die damit verbundenen Kompetenzen. Diese Kompetenzen sind sowohl innerfachlicher Art wie auch über die einzelnen Fächer hinausgehend.

Zur Umsetzung der Bildungsstandards in konkreten Unterricht sind mehrere Zwischenschritte notwendig. Davon sind die Auswahl und Begründung, „was“ und „wie es“ gelehrt werden soll, die grundlegenden.

Es gibt unzählige Auffassungen, was unter dem Begriff „Curriculum“ zu verstehen sein soll. Sie reichen vom Curriculum als erweiterten Stoffverteilungsplan bis zum Curriculum als Synonym für Didaktik. Das letztere ist der Fall, wenn Curriculum als Antwort auf die Frage verstanden wird: „Wie können Lernsituationen entwickelt, verwirklicht und evaluiert werden, welche im Horizont ihrer gesellschaftlichen und dinglichen Umwelt wie der individuellen Selbstinterpretation der Lernenden gerechtfertigt sind und zugleich die Selbstentfaltung aller Betroffenen [...] vor, während und nach dem anvisierten Lernprozeß optimal garantieren?“ (Frey 1980, S. 45) (zitiert nach Hopmann und Riquarts 1995, S. 18)[15].

Mit „National Curriculum“ ist zumindest in Großbritannien oder in Neuseeland eher etwas den Bildungsstandards Vergleichbares gemeint, so wird auf der Internetsite zum National Curriculum in Großbritannien[16] Folgendes aufgeführt:

> „The National Curriculum sets out a clear, full and statutory entitlement to learning for all pupils. It determines the content of what will be taught, and sets attainment targets for learning. It also determines how performance will be assessed and reported. An effective National Curriculum therefore gives teachers, pupils, parents, employers and their wider community a clear and shared understanding of the skills and knowledge that young people will gain at school.“ (National Curriculum Organisation 2002)

Die Erstellung von Curricula kann auf den unterschiedlichen Ebenen erfolgen, landesweit wie z.B. in Großbritannien, auf Bundesland- oder auf Schulebene und schließlich auf der konkreten Unterrichtsebene, also abhängig von der Lehrperson, der Klasse und der zur Verfügung stehenden Zeit und anderen schulspezifischen Optionen. Grundsätzlich muss bei der Festlegung eines landesweiten Curriculums darauf geachtet werden, dass es noch genügend Freiheit für eine Anpassung an konkrete Gegebenheiten zulässt.

Letztendlich hängen alle Entscheidungen, die bei der Entwicklung eines Curriculums getroffen und begründet werden müssen, von der didaktischen Kompetenz der beteiligten Entscheidungsträger ab. Insofern könnte man beim Curriculum also auch von einer Realisation[17] der Didaktik[18] sprechen.

[15] Auf die gesamte Diskussion zur Curriculumstheorie der 70er und 80er Jahre möchte ich hier nicht eingehen. Es wird hier jedoch deutlich, dass das Verständnis dieser Begriffe vom jeweiligen Zeitgeist abhängt.

[16] vgl. URL `http://www.nc.uk.net/what_is.html` Zugriffsdatum: 12.8.2002

[17] Eine andere Realisation wäre z.B. eine konkrete Unterrichtsstunde, ein Schulbuch oder auch eine Prüfung.

[18] v.a. wenn man dabei die Definition von Werner Jank und Hilbert Meyer „Die Didaktik ist die Theorie und Praxis des Lernens und Lehrens.“ (Jank und Meyer 2002, S. 14) zugrunde legt.

Ein **Curriculum** beschreibt und begründet sowohl die Unterrichtsziele und die Lehr- bzw. Lerninhalte wie auch die Unterrichtsorganisation und die Methoden, mit denen die Ziele erreicht und überprüft werden sollen. Es ist also eine Umsetzung der Bildungsstandards angepasst an konkrete Gegebenheiten.

Dass es in Deutschland bisher unüblich ist, ein solches Curriculum explizit zu erstellen, zeigt sich z.B. auch in der Anlage der TIMS-Studie, die für den deutschen Mathematik- bzw. Naturwissenschaftsunterricht ein Curriculum erst folgendermaßen extrahieren musste: „In Deutschland ist das intendierte Curriculum aus den Lehrplänen und Stundentafeln der Länder und den zugelassenen Lehrbüchern zu rekonstruieren.“ (Max Plank Institut für Bildungsforschung 1997, unten)[19].

Ein anderer Begriff, der im internationalen Kontext eine wichtige Rolle spielt, ist das „curriculum framework“ oder Rahmencurriculum.

Ein Rahmencurriculum bildet die Zwischenschicht zwischen den Bildungsstandards und dem Curriculum auf einer lokalen Ebene, z.B. Schulbezirke in den USA oder Schulen in Deutschland, und wird in den USA üblicherweise auf Bundesstaatebene entwickelt. Der 1997 erschienenen Fallstudie „State Mathematics and Science Curriculum Framework Development and Implementation“ liegt folgende Definition zugrunde:

> „A curriculum framework is a bridge between established standards and classroom practice. It articulates, organizes, and integrates the content and processes of education in a particular discipline. It facilitates multiple levels of policy and curriculum decision making, especially in school districts and schools“ (Christensen & al. 1997, S. 1)[20].

[19]In der TIMS-Studie wurden die Schülerleistungen in einen curricularen Kontext gestellt, der sogar noch nach intendiertem Curriculum, implementiertem Curriculum und erreichtem Curriculum unterscheidet. Eine solche Differenzierung wird v.a. bei der Evaluation ausschlaggebend. Allerdings wird an dieser Stelle auch wieder die Verwirrung um den Curriculumsbegriff sehr deutlich. Im Gesamtzitat heißt es: „Mit dieser Untersuchungsarchitektur folgt TIMSS einer Rahmenkonzeption, nach der Schülerleistungen im jeweils spezifischen curricularen Kontext interpretiert werden. Das Curriculum eines Landes wird dreistufig als intendiertes Curriculum, implementiertes Curriculum und erreichtes Curriculum dargestellt. In Deutschland ist das intendierte Curriculum aus den Lehrplänen und Stundentafeln der Länder und den zugelassenen Lehrbüchern zu rekonstruieren. Als implementiertes Curriculum gilt der in einer spezifischen Klasse tatsächlich behandelte Stoff, der über Lehrerbefragungen erfasst wird. Das erreichte Curriculum schließlich wird durch die Schülerleistungen selbst angezeigt“ (Max Plank Institut für Bildungsforschung 1997, unten).

Es werden wieder die verschiedenen Ebenen vermischt. Es zeigt sich also auch hier die Relevanz einer Unterscheidung zwischen evaluierbaren Standards – nur deren Erfüllung kann durch Schülerleistungen gemessen werden –, einem klar definiertem Begriff „Curriculum“ und Lehrplänen, die hier am ehesten dem implementierten Curriculum entsprechen.

[20]Eine ältere Definition zeigt gut die Zwischenebene des „curriculum framework“ zwischen Bildungsstandards und Curriculum im Sinne von Didaktik: „a document (usually developed at the state level) that suggests the best thinking about the knowledge, skills, and processes students should know and understand about a particular discipline, and that provides a structure within which to organize

In Deutschland beschreibt eine vom „Bundesministerium für Wissenschaft und Forschung“ gemeinsam mit der „Ständigen Konferenz der Kultusminister“ in Auftrag gegebene Expertise „Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards“ (Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung 2003) die Funktion dieser zentralen Vorgabe auf Bundesebene:

> „Das vorliegende Gutachten hat daher zum Ziel, das Konzept der Bildungsstandards fachlich zu klären und eine Rahmenkonzeption dafür vorzustellen, wie Bildungsstandards für das deutsche Schulsystem angelegt sein sollten und wie sie entwickelt und genutzt werden könnten. Dabei soll die internationale bildungspolitische und bildungswissenschaftliche Diskussion berücksichtigt werden. Die Konzeption von Bildungsstandards sollte zudem mit anderen Kriterien von System- und Schulqualität wie beispielsweise dem Abbau von Disparitäten kompatibel sein bzw. sogar zu deren Einlösung beitragen.“ (Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung 2003, S. 9)

Nach diesen internationalen Auffassungen von Bildungsstandards und Rahmencurricula müssten auf Bundesebene Bildungstandards festgelegt werden und durch die einzelnen Bundesländer sollten dann jeweils die spezifischen Rahmencurricula definiert werden, die dann von den einzelnen Schulen und/oder Lehrerinnen und Lehrern in ein Curriculum und dann in Lehrpläne umgesetzt werden.

Durch die Bildungshoheit der Bundesländer werden jedoch in den einzelnen Bundesländern, z.B. in Baden-Württemberg, selbst Bildungsstandards entwickelt.

Der nächste Schritt vom Curriculum, also der Auswahl und Begründung des „was“ und „wie“, zur Konkretisierung in Unterricht ist die Festlegung, anhand welcher (verbindlicher) Inhalte die fachlichen und überfachlichen Fähigkeiten, Kenntnisse und Kompetenzen erlernt werden sollen. Dies ergibt dann die Lehr- oder Bildungspläne.

Lehr- oder Bildungspläne enthalten in erster Linie die verbindlichen (Fach-) Inhalte, die in den einzelnen Schulen und Klassenstufen behandelt werden müssen. Sie geben dazu einen klaren Zeitrahmen vor.

Dies ist zwar eine sehr eng gefasste Definition von Lehr- oder Bildungsplänen und entspricht sicher nicht dem intendierten Zweck z.B. den baden-württembergischen Bildungsplänen von 1994, sehr wohl aber deren Verwendung durch viele Lehrerinnen und Lehrer. Die Intention der Verfasserinnen und Verfasser dieser Bildungspläne war es u.a., „den erzieherischen Auftrag der Schule zu betonen und die genannten übergreifenden Erziehungsziele [u.a. Verantwortung vor Gott, Menschlichkeit und Friedensliebe, Leistungswillen und Eigenverantwortung, soziale Bewährung,..., Anm. der Autorin] bis in die einzelnen Lehrpläne hinein transparent zu machen.“ (Kultusministerium Baden-Württemberg

the other important curricular components of the instructional system.“ (Curry und Temple 1992, S. 27) (zitiert nach North Central Regional Educational Laboratory 2002)

1994, S. 9). Deshalb wurden sie mit Hinweisen auf Methoden oder pädagogischen Leitgedanken angereichert. Auch werden die Ziele, die mit einer Unterrichtseinheit angestrebt werden sollen, explizit aufgeführt. Benutzt wurden und werden die Bildungspläne aber in erster Linie, um die verbindlich zu unterrichtenden Inhalte „abzuhaken". Dieses Verhalten wird sogar noch verstärkt durch das listenartige Layout und die Pflicht für die unterrichtenden Lehrerinnen und Lehrer am Schuljahresende, die behandelten Lehrplaninhalte aufzuführen und eine Nichtbehandlung ausführlich zu begründen.

Zwei Begriffe, die im englischsprachigen Raum in diesem Kontext eine Rolle spielen, sind „syllabus" und „program". Unter „program" wird im Amerikanischen üblicherweise die konkrete Umsetzung der Curricula im Unterricht einschließlich der entsprechend darauf abgestimmten Schulbücher, Lehrerhandreichungen, Begleitmaterialien und -medien usw. verstanden. Nach einem „mathematics program" könnte man also ohne großen zusätzlichen Aufwand sofort Mathematik in der entsprechenden Klassenstufe unterrichten. In Deutschland gibt es ähnliche Angebote von Schulbuchverlagen im Grundschulbereich oder auch im Fremdsprachenunterricht an den weiterführenden Schulen. In der Aufforderung des US-amerikanischen Office of Education, die besten „programs" öffentlich zugänglich zu machen, werden sie wie folgt definiert: „a 'program' is defined as: a coordinated set of instructional activities and/or materials designed to enhance student learning. Programs should have the following characteristics: explicit learning goals; connected components that address these goals; sufficient scope, duration, importance to make a significant difference in student learning." (Mathematics and Science Education Expert Panel 1997, S. 3)

„Syllabus" wurde in den USA früher als Synonym für Lehrplan verwendet, bezeichnet heutzutage aber v.a. im College-Bereich eher die genaue Beschreibung und die Anforderungen eines bestimmten Kurses[21]. In England und Australien ist es ein Synonym für Lehrpläne.

Die Entwicklung der letzten Jahre im Bereich der bildungspolitischen Vorgaben z.B. in den USA, Großbritannien und Australien und innerhalb der letzten Monate bzw. Jahre auch in Deutschland bietet einerseits große Chancen für ein besseres Lehren und Lernen in der Schule, wirft andererseits aber auch große Probleme auf.

Die Chancen ergeben sich durch die Ergebnisorientierung der Vorgaben, denn so lässt sich die konkrete Ausgestaltung des Weges zu diesen Ergebnissen flexibel an Rahmenbedingungen wie Schulprofil, organisatorische Gegebenheiten usw. anpassen. Dies müsste dem Wunsch vieler Lehrkräfte nach mehr eigenem Ermessensspielraum in der Unterrichtsgestaltung entgegenkommen.[22]

[21] vgl. z.B. URL `http://www.yale.edu/instruct/web/syllabus/define_blurb.htm`, Zugriffsdatum: 11.8.2003

[22] Als Beispiel für diese Meinung: „Die Lehrpläne behindern guten Mathematikunterricht, weil sie zu wenige Wahlmöglichkeiten aufweisen, so daß Lehrerinnen und Lehrer es schwer haben, einen Unterricht zu planen, der eine der Lerngruppe angemessene mathematische Vertiefung und die Entfaltung

Andererseits ist es aber gar nicht so einfach, diese Freiheiten auch sinnvoll zu nutzen. Deutsche Lehrerinnen und Lehrer sind es nicht gewohnt, sich über die Auswahl von Fachinhalten Gedanken zu machen. Es erfordert ein hohes fachliches und fachdidaktisches Wissen, hier eine sinnvolle Auswahl zu treffen. Da nicht viele über solches Wissen verfügen, besteht die Gefahr, dass Fehlentscheidungen gefällt und z.B. wichtige Grundlagen überhaupt nicht gelegt werden. Im günstigsten Fall greifen die Lehrerinnen und Lehrer auf alte Lehrpläne zurück oder halten sich – wie häufig in den USA – schlichtweg an ein bestimmtes Lehrbuch. Damit würde die eigentliche Lehrplangestaltung den Schulbuchverlagen überlassen. Dies kann aber nicht im Sinne der Bildungspolitik sein.

Die Umsetzung der Bildungsstandards in ein Curriculum sollte sinnvollerweise auf Schulebene oder sogar innerhalb aller Schulen einer Schulart an einem Standort erfolgen. Dies erfordert aber zeitintensive, langfristige Zusammenarbeit ohne Konkurrenzdruck vieler Lehrerinnen und Lehrer bzw. Schulen. Solch eine Zusammenarbeit muss gut organisiert und betreut werden. Gelingt eine solche Zusammenarbeit, so profitieren sicherlich nicht nur die Schulen und Lehrkräfte sondern v.a. die Schülerinnen und Schüler sehr davon. Wie schon oben gesagt, erfordert die Erstellung eines Curriculums die gesamte didaktische Kompetenz aller Beteiligten und erfolgt dies noch in einem bewussten, kooperativen Prozess, so ist eine positive Rückwirkung auf den Unterricht zu erwarten.

Es ist jedoch der falsche Weg, es den einzelnen Lehrkräften zu überlassen, per Versuch und Irrtum auszuprobieren, welcher Weg bei welchen Schülern zu den angestrebten Zielen führt. Ebenso falsch wäre es, „Abkürzungen“ zur Erreichung der geforderten Ergebnisse zuzulassen. So wurde z.B. nach der Veröffentlichung der TIMSS-Ergebnisse von einigen Lehrerinnen und Lehrern reagiert, indem „Trainingseinheiten“ in Buchform oder im Internet[23] entwickelt wurden, mit Hilfe derer die Schülerinnen und Schüler auf TIMSS-R (die Nachuntersuchung von TIMSS) vorbereitet werden sollten.

Ein solches Verhalten führt wiederum zu nicht-transferierbarem Rezeptwissen der Schülerinnen und Schüler und wirkt sich sehr kontraproduktiv auf die Studierfähigkeit aus.

Da in Deutschland immer noch die abgebende Institution Schule ihren eigenen Absolventinnen und Absolventen die Studierfähigkeit bescheinigt, verbessern solche Bildungsstandards die Situation der Studienanfängerinnen und -anfänger auch nur dann, wenn die Hochschulen an der Entwicklung solcher Standards beteiligt werden. Interessanterweise ist in den Ländern, in denen Aufnahmeprüfungen für den Hochschulzugang an den Hochschulen selbst durchgeführt werden wie z.B. den USA, die Entwicklung von Standards schon wesentlich früher erfolgt. Durch die Wettbewerbssituation der Studienanfängerinnen und -anfänger um begehrte Studienplätze reagieren die Verantwortlichen im Schulbereich schneller mit Veränderungen als z.B. in Deutschland.[24]

geeigneter außermathematischer Bezüge erlaubt.“ (Effe-Stumpf 1997, S. 82)

[23] vgl. z.B. URL: `http://www.getsmarter.org/`, Zugriffsdatum: 11.8.2003

[24] Ein weiterer Grund, dass v.a. die USA schon fast 20 Jahre früher angefangen haben Standards zu entwickeln, ist sicherlich, dass internationale Vergleichsstudien nach dem Sputnik-Schock in den 1950er

Die Entwicklung von Bildungsstandards ist jedoch nur ein Schritt auf dem Weg die Studierfähigkeit zu verbessern. Wenn jedoch die Standards fundiert unter Mitwirkung der Fachgemeinschaften entwickelt werden und die Umsetzung erst in Curricula und dann im Unterricht in der oben beschriebenen optimalen Weise erfolgt, dann kann sich Unterricht in solch einer fundamentalen Weise ändern, wie es schon lange von den Pädagogen und Fachdidaktikern gefordert wird.

2.4 Bildungspolitische Konsequenzen

Gemeinsam haben die Zielsetzungen der verschiedenen Programme zur Verbesserung des (Mathematik-) Lehrens und Lernens, die in den letzten Jahren von der Europäischen Union, der Bundesregierung oder der Bundesländer aufgesetzt wurden, die Vorstellung von Mathematik als Teil der Allgemeinbildung mündiger Bürgerinnen und Bürger, die Notwendigkeit einer Anwendungsorientierung und die Vernetzung von fachlichen mit überfachlichen Kompetenzen. Somit dienen sie auch in der einen oder anderen Form der Verbesserung der Studierfähigkeit oder – bei Projekten an den Hochschulen – des Studienerfolgs.

Die Nutzung des Computers und computergestützter Medien wird inzwischen schon als vierte Kulturtechnik gesehen und muss daher in der Schule einen ähnlichen Platz einnehmen wie die drei „alten“ Kulturtechniken Lesen, Schreiben und Rechnen, d.h. in allen Fächern als selbstverständlicher Teil des Unterrichts.

Vor allem nach dem mittelmäßigen Abschneiden der deutschen Schülerinnen und Schüler bei den TIMSS-Untersuchungen, aber auch angeregt durch die Möglichkeiten der computergestützten Medien wurden in den letzten Jahren verschiedene Modellversuche und Programme zur Verbesserung des (Mathematik-)Unterrichts durchgeführt. Da diese Programme meist sehr viel Geld kosten[25], zeigen sich in der Zielsetzung solcher Projekte die bildungspolitisch gewünschten Richtungen von Veränderungen im Bildungsbereich.

In den jeweiligen Ausschreibungen werden die Zielsetzungen meist klar formuliert. Von der Fülle an solchen Vorhaben, die zur Zeit gefördert werden oder gerade erst abgeschlossen sind, sollen nur einige wenige aus den Bereichen Mathematik bzw. computerunterstütztes Lehren und Lernen hier vorgestellt werden, damit wird aber nicht impliziert, dass die nicht erwähnten Projekte schlechter oder weniger wichtig sind.

Jahren von den USA initiiert wurden, wohingegen Deutschland vor der TIMS-Studie Mitte der 90er Jahre des letzten Jahrhunderts nie an größeren internationalen Vergleichsstudien teilgenommen hat.

[25] z.B. war das Programm „Virtuelle Hochschule“ des Landes Baden-Württemberg zur ‘Entwicklung und Erprobung organisatorischer, technischer und didaktischer Aspekte der Virtualisierung der Hochschullehre’ mit 50 Millionen DM angesetzt, vgl. URL `http://www.virtuelle-hochschule.de/index2.html`, Zugriffsdatum 27.8.2003

2.4.1 Im Bereich Schule

Das von der Bund-Länder-Kommission 1997 als Konsequenz der TIMSS-Ergebnisse aufgesetzte Programm zur „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“[26] umfasst ein breites Spektrum an Interventionsbereichen. Im Gutachten zur Vorbereitung dieses Programms (Bund-Länder-Kommission 1997) werden die Problemzonen ausführlich geschildert. Eine kurze Zusammenfassung findet sich auf den Internetseiten des BLK-Programms:

> „Curriculare Problemzonen betreffen demzufolge u.a. die unzureichende vertikale Vernetzung und Kohärenz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts und die mangelnde Abstimmung zwischen den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern. Das in Deutschland vorherrschende Muster eines fragendentwickelnden Unterrichts bedingt eine Engführung auf das Erarbeiten einer einzigen richtigen Lösung. Dieses Skript des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts vermischt Lern- mit Leistungssituationen, es legt den Schwerpunkt auf einfache Routinisierungen und relativ kurzfristige Behaltensleistungen. Die geringe Kumulativität des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts behindert zudem das Erleben von Kompetenzzuwachs und beeinträchtigt die Entwicklung von sachbezogener Lernmotivation und Interesse.“ (Bund-Länder-Kommission 2001a, 2. Abschnitt)

In den Leitgedanken zum Projekt „Weiterentwicklung der Unterrichtskultur im Fach Mathematik“ (WUM), das im Rahmen dieses Programmes in Baden-Württemberg umgesetzt wurde, werden die Einzelaspekte, die zur Verbesserung mathematischer Kompetenzen von besonderer Bedeutung sind, genannt:

- „Verständnisförderndes Lehren und Lernen mit hinreichend Raum für wirkliche, die individuelle Konstruktion von Wissen und Können fördernde Lehrer-Lerner- und Lerner-Lerner-Dialoge.
- Klare für die Lerner erkennbare Abgrenzung von Lern- und Leistungsphasen.
- Abwechslungsreiches, sinnvolles Üben für das tiefe Verstehen mathematischer Inhalte unter Berücksichtigung komplexer Sachverhalte aus der Lebenswirklichkeit und unterschiedlicher Lösungsverfahren
- Bewusstmachen der Beziehungen zwischen den einzelnen mathematischen Inhalten.
- Vernetzung von Schlüsselqualifikationen und Methodenkompetenzen einerseits und fachbezogenem Können und Wissen andererseits.[27]
- Einstellungen und Selbstverständnis der Lehrenden wie auch Lernenden.

[26] Informationen dazu finden sich im Internet unter der URL: `http://blk.mat.uni-bayreuth.de/`, Zugriffsdatum: 22.8.02

[27] Dabei ist zu beachten, dass neue Unterrichtsformen wie projektorientiertes Arbeiten oder Verwendung computergestützter Medien nicht per se eine Verbesserung des Mathematikunterrichts mit sich bringen, sondern nur der angemessene, sowohl fachlich wie auch didaktisch wohlüberlegte Einsatz.

- Entwicklung neuer, auf die angestrebte Unterrichtskultur angepasste Prüfungsverfahren". (gekürzt und leicht verändert aus Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999, S. 4f)

Diese oder ähnliche Zielvorgaben finden sich auch in anderen Projekten, die sich mit der Verbesserung des Mathematik Lernens befassen und hier aus Platzgründen nicht erwähnt werden.

Ein anderes von der Bund-Länder-Kommission 1998 aufgelegtes Programm befasst sich mit computergestützten Medien und nennt sich „Systematische Einbeziehung von Medien, Informations- und Kommunikationstechnologie in Lehr- und Lernprozesse" (SEMIK)[28]. In dem Gutachten zur Vorbereitung dieses Programms (vgl. Mandl & al. 1998) gelangen der Autor und die Autorinnen zu folgenden Zielvorgaben, die durch sinnvollen Einsatz der computergestützten Medien erreicht werden können:

- „Erwerb von Wissen, das zur Lösung anstehender oder zukünftiger Probleme nutzbar ist
- Fachliches und überfachliches Wissen sollen ins Gleichgewicht gebracht werden
- Selbstständigkeit, Eigeninitative und Selbstveranwortung sind genauso wichtig wie soziale Kompetenzen, die Kommunikationsfertigkeiten, kooperative Fähigkeiten und die Fähigkeiten zur interkulturellen Verständigung
- Entwicklung der Fähigkeit, mit komplexer Information verantwortungsbewusst umzugehen und daraus Wissen zu konstruieren
- Erhalt des Überblicks in der Informationsflut
- Leitkonzept des problemorientierten Lernens und Lehrens in
  - authentischen Kontexten, anhand von relevanten Problemem
  - multiplen Kontexten, unter Einbettung spezifischer Inhalte in verschiedene Situationen
  - sozialen Kontexten, zur Förderung kooperativen Lernens und Problemlösens, sowie zur Förderung einer Lerngemeinschaft
  - einem instruktionalen Kontext, als Anleitung, Modellieren und Unterstützen der Lernprozesse durch die Lehrenden
- Lernkultur, die auf dem Gedanken des lebenslangen Lernens aufbaut" (zusammengefasst aus Mandl & al. 1998)

Dabei sind die computergestützten Medien „erstens innovative Mittel der Anregung und Unterstützung von Lehr-Lernprozessen im Unterricht und haben damit Tool-Charakter; sie geben zweitens Anlass zur Entwicklung und Anwendung neuer Lern-, Arbeits- und Kommunikationsformen im Unterricht und besitzen Impuls-Charakter vor allem für die Einführung und Etablierung problemorientierter Unterrichtskonzepte." (Mandl & al. 1998, S. 19)

[28]Informationen dazu finden sich im Internet unter der URL: `http://www.fwu.de/semik/`, Zugriffsdatum: 25.8.02

Werden die allgemein formulierten Ziele des SEMIK-Programms für den Bereich Mathematik konkretisiert, so lassen sich alle Ziele des mathematikspezifischen BLK-Projektes darin einbinden. Diese Übereinstimmung ist selbstverständlich kein Zufall, denn eine systematische Verbessserung von Lehr-/ Lernprozessen im derzeitigen Schulalltag, sei es durch computergestützte Medien oder sonstige unterrichtsübergreifende Veränderungen, kann nicht in völlig unterschiedliche Richtungen zielen. Interessant ist aber, dass sowohl das „Gutachten zur Vorbereitung eines Programms zur Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts" (Bund-Länder-Kommission 1997) als auch die Umsetzung in das Projekt zur „Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im Fach Mathematik" schon vor dem Gutachten von Mandl & al. entstanden sind.

Dass die Forderungen im Bereich Lehren und Lernen mit computergestützten Medien noch über die im Bereich Mathematik hinausgehe, ist auch durch die Querschnittsqualität der computergestützten Medien begründet. Medienkompetenz ist eine wichtige überfachliche Kompetenz, die in allen Fächern eine Rolle spielen muss und die Nutzung von Computern darf sich auf keinen Fall nur auf einzelne Fächer wie z.B. Mathematik beschränken.

In den letzten Jahren gab und gibt es auch einige Projekte, die sich speziell mit dem Computereinsatz beim Mathematik Lernen befassen, wie z.B. in Baden-Württemberg das „Pilotprojekt Mobiles Klassenzimmer" (PiMoKl). Dort wird seit 1996 mit entsprechenden Nachfolgeprojekten die Verwendung des Computeralgebrasystems (CAS) MAPLE im Oberstufenunterricht erprobt und umgesetzt. In Nordrhein-Westfalen wird seit 1999 der Modellversuch „Selbstlernen in der gymnasialen Oberstufe - Mathematik" (SelMa), durchgeführt und „zeigt, wie das selbstständige Lernen im Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe mit Hilfe der Neuen Medien unterstützt werden kann" (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung NRW 1999). Weiter gibt es die verschiedenen Projekte zum Einsatz von graphikfähigen Taschenrechnern, im Allgemeinen einschließlich des Computeralgebrasystems Derive[29].

Stellvertretend für die Zielsetzungen dieser vielen verschiedenen Projekte oder Initiativen werden hier die Untersuchungsbereiche aus dem Forschungsprojekt „Technologie im Mathematikunterricht" aufgeführt. Dieses Projekt ist das vierte Projekt seit 1992, das sich in Österreich mit dem Einsatz von graphikfähigen Taschenrechnern und dem Computeralgebrasystem Derive befasst. In den vorangegangenen Projekten wurden schon diverse Fragestellungen abgehandelt und auch spezielles Unterrichtsmaterial entwickelt. Die jetzt angestrebten Untersuchungsbereiche zeigen – basierend auf den Erfahrungen der vorangegangenen Projekte – die Entwicklungen, die zu einer Verbesserung des Mathematik Lernens notwendig sind:

[29] Z.B. die seit 1992 in Österreich laufenden Projekte CAS I bis IV URL `http://www.acdca.ac.at/german/index.htm`, Zugriffsdatum: 25.8.2002 oder das weltweit vertretene Programm „Teachers teaching with technology" URL `http://www.t3ww.org/`, Zugriffsdatum: 25.8.2002

- „Computerunterstützter Mathematikunterricht erfordert ein völlig neues didaktisches Konzept sowie Unterrichtsmaterialien, die in den traditionellen Schulbüchern noch nicht ausreichend zu finden sind.[30]
- Die rasche Weiterentwicklung der Hard- und Software und die wachsende Bedeutung elektronischer Lernmedien erfordern eine ständige Beobachtung und Bewertung der Entwicklung und eine Betreuung der Lehrerinnen und Lehrer.
  - Erarbeitung einer Beispielsammlung zu den Kapiteln des Lehrplans mit didaktischen Kommentaren.
  - Entwicklung von Unterrichtsplanungen und -unterlagen unabhängig vom verwendeten Computeralgebra-System.
- Die Leistungsbeurteilung beeinflusst die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts und die Motivation von Lehrern und Schülern ganz besonders. Daher haben wir folgende Ziele:
  - Neue Formen der Leitungsmessung und -bewertung entwickeln und erproben.
  - Passende neue Formen der Reifeprüfung entwickeln und erproben.
  - Definieren und Messen von Grundkompetenzen und Qualitätsstandards; Untersuchen der Verschiebung der Kompetenzen bei Schülerinnen und Schülern durch computerunterstützte Lernformen.
- Ausgehend von den Erfahrungen der Projektgruppe „Neue Lernkultur – Stationenbetriebe“ im ACDCA Projekt III scheint es erforderlich, im Bereich Methodentraining, Teamentwicklung und Sozialkompetenz weiter zu arbeiten.
  - Entwicklung und Pflege von Methodenkompetenz.
  - Unterstützung von Teamentwicklungskompetenz und Sozialkompetenz.
  - Entwicklung von Lernspiralen für den computerunterstützten Mathematikunterricht.“

(Austrian Center for Didactics of Computer Algebra 2001, S. 2, leicht gekürzt)

2.4.2 Im Bereich Hochschule

Auch im Hochschulbereich gibt es verschiedene Programme, Projekte oder Initiativen, die alle eine Verbesserung der derzeitigen Verhältnisse und somit des Studienerfolgs anstreben. Sie sind auf sehr unterschiedlichen Ebenen angesiedelt, so findet zur Zeit eine

[30] Hier wird u.a. der „projektartige Einsatz von Englisch als Arbeitssprache im Mathematikunterricht“ gefordert!

völlige Umstrukturierung der Hochschullandschaft und vieler Studiengänge[31] statt sowie Änderungen durch die flächendeckende Verwendung computergestützter Medien in der Hochschullehre.[32]

Auf der Ebene der einzelnen Hochschulen gibt es unterschiedliche Projekte zur Verringerung der großen Studienabbrecherzahlen und langen Studienzeiten. Ein ganz wichtiger Punkt, neben einer qualifizierten Beratung bei der Studienfachwahl, ist dabei die Betreuung der Studienanfängerinnen und -anfänger in der Anfangsphase. In vielen Studiengängen, die Mathematikveranstaltungen beinhalten, findet diese Betreuung oft in Form von Mathematikvorkursen statt. Da diese Vorkurse häufig von Studierenden höherer Semester mitbetreut werden, bekommt neben der Vermittlung von Mathematikkenntnissen die Beratung der Studienanfängerinnen und -anfänger eine besondere Bedeutung.[33]

Die Studierfähigkeit geht selbstverständlich weit über Mathematik- und Physikkenntnisse hinaus. Die Behebung der Defizite in diesem Bereich ist aber meist (scheinbar) einfacher zu realisieren als Defizite im Bereich Fremdsprachen, sprachliche Ausdrucksfähigkeit, selbstverantwortliches Lernen, Teamfähigkeit, Umgang mit wissenschaftlicher Literatur usw.

Die Ziele dieser Mathematikvorkurse beschränken sich jedoch fast immer auf elementare Rechentechniken, die meist nicht einmal das Niveau der gymnasialen Oberstufe erreichen. Dies steht im krassen Widerspruch zu den von Mathematikdidaktikern formulierten Zielen mathematischer Bildung (vgl. Kapitel 3) und der Vorstellung von (mathematischer) Studierfähigkeit als fachlichem Orientierungswissen verbunden mit überfachlichen Kompetenzen.

Gut zu erkennen ist diese „beschränkte“ Vorstellung an den Vorworten der entsprechenden Bücher oder auch den Ausschreibungen im Internet für die Mathematikvorkurse:

- „Studienanfänger haben oft in den Vorlesungen und Übungen im Fach Mathematik große Schwierigkeiten, weil sie die dazu erforderlichen Grundkenntnisse der elementaren Grundlagen der Mathematik nicht beherrschen. Diese Lücke soll der vorliegende Brückenkurs schließen.“ (Bosch 1998, Vorwort)
- „Die Erfahrungen der letzten Jahre an der Fachhochschule Kaiserslautern zeigen uns immer wieder, dass die mitgebrachten Kenntnisse der Studienanfänger/innen

[31] Einführungen von Bachelor-/ Master-Studiengängen, Modularisierung und Internationalisierung des Studiums, Entwicklung von (Teil-)Fernstudienkonzepten, usw.

[32] Verschiedene Projekte zur Virtuellen Hochschule, Entwicklung von online-Studiengängen, Projekt „100 online“ der Universität Stuttgart, usw.

[33] So nennt z.B. die Ausschreibung des Mathematik-Vorkurses der Universität Essen zum Wintersemester 2002/03 explizit folgende Teilnahmegründe: als Einstieg in die Hochschulmathematik, zum Auffrischen und Wiederholen von „verschütteter“ Schulmathematik, zum Kennenlernen der Mitstudierenden und der Universität, zum Überprüfen der eigenen Motivation und Interessenrichtung, zur Beurteilung des eigenen Standes im Vergleich mit den Mitstudenten. vgl. URL `http://www.uni-essen.de/bk-math/bkvor02.html`, Zugriffsdatum 26.8.2002

im Fachgebiet Mathematik sehr häufig nicht ausreichend sind, um ein Studium der Ingenieurwissenschaften erfolgreich aufnehmen zu können. In der Folge ziehen sich dann die im Grundstudium abzulegenden Mathematik-Prüfungen über mehrere Semester hin. Auch andere Grundlagenfächer, wie z. B. Technische Mechanik, Physik und Statik „leiden" unter mangelnden mathematischen Vorkenntnissen der Studierenden. Dabei ist zu betonen, dass es sich hier um fehlendes mathematisches Grundwissen handelt, wie z. B. das Auflösen von einfachen Gleichungen, Bruchrechnung, Rechnen mit Bruchtermen, Potenzrechnung, Rechnen mit Ungleichungen, [...]!!!"[34]

- „Der Übergang von der Schule zur Hochschule bereitet vielen Studienanfängern vor allem wegen unzureichender Kenntnisse und Fertigkeiten in Elementarer Mathematik große Schwierigkeiten. An der Fachhochschule Esslingen – Hochschule für Technik wird deshalb seit einigen Semestern ein „KOMPAKTKURS ELEMENTARE MATHEMATIK" angeboten zur Wiederholung und Auffrischung von Kenntnissen [...]"[35]

Es gibt aber auch andere Extreme, so wird z.B. an der Universität Stuttgart ein vierwöchiger Mathematikvorkurs (auch für die Studiengänge Informatik, Biotechnologie, Physik, die Ingenieurwissenschaften usw.) angeboten, der „eine Zusammenfassung des Schulstoffes auf dem Niveau eines Leistungskurses beinhaltet und zusätzlich eine Vorbereitung auf die mathematischen Lehrinhalte der technischen, naturwissenschaftlichen und betriebswirtschaftlichen Studiengänge bietet."[36] Die Themen gehen dabei weit über die üblicherweise im Mathematikleistungskurs behandelten Inhalte hinaus.

Ein ganz anderer, sehr interessanter Ansatz wird z.B. an der Universität Bonn umgesetzt:

> „Der Kurs richtet sich in erster Linie an Studienanfänger mit Hauptfach Mathematik und Interessenten, die sich noch nicht für Mathematik als Studienfach entschieden haben. Er soll diesen Studenten als Entscheidungshilfe dienen. Außerdem soll er künftigen Mathematikstudenten ein möglichst realistisches Bild von typischen Inhalten, Methoden und spezifischen Schwierigkeiten des Fachs vermitteln, wobei dies in zwei Wochen natürlich nur in sehr begrenztem Maße möglich ist. Das Thema wechselt von Jahr zu Jahr. Es ist nicht Ziel des Vorkurses, Schulwissen aufzufrischen oder unterschiedliche Kenntnisse auszugleichen. Vielmehr werden Themen behandelt, die für die meisten Teilnehmer neu sind. Es ist auch nicht wichtig, ob am Ende des Kurses alles verstanden und wohlsortiert im Gedächtnis gespeichert worden ist, da die besprochenen Themen im Laufe des Grundstudiums größtenteils

[34] vgl. URL `http://www.fh-kl.de/~mathe_vk/index2.html`, Zugriffsdatum 26.08.2002

[35] vgl. URL `http://www.fht-esslingen.de/hochschule/infos/kursmath.html`, Zugriffsdatum 26.8.2002

[36] vgl. URL `http://www.uni-stuttgart.de/bio/adamek/mathematik-vorkurs/index.html`, Zugriffsdatum 26.8.2002

> noch einmal ausführlich behandelt werden. Ziel ist es zu erreichen, daß die Teilnehmer ihr Studium mit dem Bewußtsein beginnen, Mathematik ist ein sehr interessantes aber (leider) kein leichtes Fach“[37].

Dabei stellt sich allerdings die Frage, ob der passende Zeitpunkt für diese Entscheidung mit der Einschreibung nicht schon vorbei ist. Auch sind zwei Wochen „Probevorlesung“ vielleicht für viele ein zu langer Zeitraum, v.a. da der mathematische Inhalt ja sowieso noch einmal behandelt wird. Der Ansatz, den Studienanfängerinnen und -anfängern vorzuführen, was in ihrem Mathematikstudium auf sie zukommen wird, ist dagegen sehr sinnvoll.

Zu dem Einzug computergestützer Medien in der Hochschullehre sind inzwischen schon viele Bücher veröffentlicht worden. Ingrid Hamm und Detlef Müller-Böling vom „Centrum für Hochschulentwicklung“ fassen die Erwartungen wie folgt zusammen: „Von den neuen Medien erwartet er [Peter Glotz, Anm. der Autorin] wie viele andere eine Optimierung des Lernens und eine Effektivierung der Hochschulausbildung, weil dann Ausbildungsteile individualisiert, der Zugriff auf Informationen vereinfacht und die Kommunikation zwischen Student und Dozent ebenso wie zwischen Forschern weltweit und zeitnah über digitale Netze laufen werden.“ (Hamm und Müller-Böling 1997, S. 10)

In den vielen Projekten zu „Virtuellen Hochschulen“ oder „Einsatz Neuer Medien in der Hochschule“, die in den letzten Jahren sowohl vom Bund wie auch den Ländern finanziert wurden, ergaben sich sehr unterschiedliche Ergebnisse, auf die hier aber nicht weiter eingegangen werden soll.

In den Ansätzen der beiden Bereiche Schule bzw. Hochschule zeigen sich auffallende Unterschiede. In den Schulen wird versucht, den Mathematikunterricht weg vom produktorientierten, rezeptmäßigen Anwenden von Formeln und Rechenverfahren hin zum prozessorientierten „Mathematik Treiben“ zu verändern. In den Hochschulen werden in den allermeisten Mathematikvorkursen, im Besonderen denjenigen, die für nichtmathematische Studiengänge gedacht sind, genau diese rein mechanischen Fähigkeiten z.B. im Umformen von Gleichungen, schematischen Anwenden von Lösungsverfahren wie das Lösen linearer Gleichungssysteme oder Ableiten von Funktionen geübt. Dies zeigt sich in den inhaltlichen Zusammenstellungen der zahlreichen Bücher zu Mathematikvorkursen, den Skripten und Aufgabenblättern, die häufig im Internet zu finden sind[38].

Nun sind natürlich in den meisten Fällen nicht Mathematikdidaktiker für die Konzeption der Mathematik-Vorkurse verantwortlich, sondern im Allgemeinen Fachmathematiker. Sie setzen dann zuerst in den Bereichen an, in denen die Defizite der Studienanfängerinnen und -anfänger am auffälligsten sind wie den eklatanten Unsicherheiten im Rechnen

[37] vgl. URL `http://www.math.uni-bonn.de/vkerlaeut.html`, Zugriffsdatum 26.8.2002

[38] Als nur ein Beispiel unter sehr vielen: URL `http://www.mathe.tu-freiberg.de/kurse/bwl/hm/vkurs_1/index.html`, Zugriffsdatum: 11.8.2003.

und Umformen mathematischer Ausdrücke. Als Lehrmethode wird die klassische Hochschulmethode gewählt: Vorlesung mit betreutem Üben. An der Universität Hohenheim bestand dabei z.B. zum Beginn des Wintersemesters 2000/01 eine Übungsgruppe aus ca. 100 Studierenden und einer Betreuerin oder einem Betreuer. Dies lässt schon aus rein zeitlichen Gründen kaum Rückfragen zu und damit ist ein Umdenken der Studienanfängerinnen und -anfänger weg von den Vorstellungen der Oberstufenmathematik hin zu „Mathematik als Werkzeug“ überhaupt nicht möglich.

3 Mathematikdidaktische Ansätze zur Studierfähigkeit

Die hier beschriebenen mathematikdidaktischen Ansätze „Mathematik und Allgemeinbildung", „prozess- bzw. anwendungsorientierter Mathematikunterricht" und „Verwendung computergestützter Medien" sind alle darauf ausgerichtet, die mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse der Lernenden unabhängiger von einzelnen mathematischen Inhalten zu machen, weg vom Beherrschen von Routineaufgaben hin zum Mathematik Treiben zu gelangen. Dadurch wird insgesamt die Studierfähigkeit und besonders die mathematische Studierfähigkeit verbessert.

Dabei werden verschiedene theoretische Ansätze aus der Mathematikdidaktik und der Ansatz der „Principles and Standards for School Mathematics" des NCTM (vgl. S. 16) vorgestellt.

3.1 Mathematik als Teil der Allgemeinbildung

Auf den Stellenwert der mathematischen Fähigkeiten und Kompetenzen bei der Allgemeinbildung und Studierfähigkeit wurde schon in Kapitel 2 eingegangen. Es sollen aber auch diejenigen, die später Mathematik als Hauptfach studieren möchten, durch die Schule darauf vorbereitet werden. Es kann zwar nicht Aufgabe der Schule sein, die potenziellen Studienanfängerinnen und -anfänger auf alle studierbaren Fächer und Studiengänge fachlich vorzubereiten. Allerdings darf das Bild einer Wissenschaft durch den Schulunterricht nicht gänzlich verfälscht werden, denn wie sollte sonst eine fundierte Studienfachwahl stattfinden[1]. Es wird also immer ein Spannungsfeld zwischen den Bedürfnissen derjenigen, die „Mathematik-Experten" werden möchten, und denjenigen, die Mathematik als „notwendiges Übel" ansehen, existieren.

Hans Werner Heymann unterscheidet dazu die Abiturientinnen und Abiturienten in:

- Diejenigen, die sich für ein Hochschulstudium in eher mathematikfernen Fächern (etwa Jura, Geschichte, philologische Fächer) entscheiden.
- Diejenigen, die sich für ein Hochschulstudium, das von Mathematik mehr oder weniger intensiven Gebrauch macht, wie Wirtschafts- und Sozialwissenschaften,

[1] Diese Probleme haben selbstverständlich auch die anderen Schulfächer.

Psychologie, Biologie, [...] entscheiden.

- Diejenigen, die sich für ein mathematik-intensives Hochschulstudium (Mathematik, Physik, Ingenieurwissenschaften, Informatik) entscheiden.
- Diejenigen, die sich für eine nicht-akademische Berufsausbildung entscheiden. (vgl. Heymann 1996b, S. 109)

Heymann zieht 1996 folgendes Resümee zum Zusammenhang zwischen Studierfähigkeit und Mathematikunterricht:

> „Als Voraussetzung zur Erlangung der allgemeinen Hochschulreife und zur Sicherung allgemeiner Studierfähigkeit sollte auch in Zukunft Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe verpflichtend sein. Aber die gegenwärtig vorherrschende stark fachsystematische Ausrichtung der Grundkurse, die inhaltlich an die Themen der Leistungskurse angekoppelt sind, erschwert die angestrebte vertiefende Allgemeinbildung. Die gegenwärtige Gestaltung der Mathematikkurse ist deshalb nicht funktional, angesichts der bestehenden Qualifikationsbedürfnisse bei der Mehrheit der Oberstufenschüler und angesichts der konkreten mathematischen Anforderungen in den meisten (nicht mathematik-intensiven) Studienfächern. Wichtige Lernprozesse im Zusammenhang mit exemplarischen und projektartig organisierten Auseinandersetzungen mit außermathematischen Anwendungen der Mathematik kommen dadurch zu kurz. Statt eines vertieften Verstehens mathematischer Ideen, Denkweisen, Methoden und Begriffe findet allzu oft eine Fixierung auf die „technische“ Beherrschung komplizierter algorithmischer Aufgabenlösungen statt.“ (Heymann 1996b, S. 117)

Das Zusammenspiel von Allgemeinbildung und Mathematik bzw. die Rolle des Mathematikunterrichts hat Heymann in seiner Habilitationsschrift ausführlich untersucht.

3.1.1 Allgemeinbildungskonzept nach Heymann

Was hat Mathematik mit Allgemeinbildung zu tun? Diese Diskussion wurde in Deutschland Mitte der 90er Jahre v.a. wegen der falsch zitierten Habilitationsarbeit von Hans Werner Heymann „Allgemeinbildung und Mathematik“ (Heymann 1996a) stark kontrovers und z.T. sehr emotional geführt.[2]

Heymann geht von der These aus: „Die Mathematik, die sie [die Schülerinnen und Schüler, Anm. der Autorin] sich in der Schule anzueignen haben, gewinnt für sie vielfach

[2]Die Presse löste mit der Schlagzeile „Sieben Jahre Mathematik sind genug“, einer vollkommen aus dem Kontext gerissenen Aussage der über 300 Seiten umfassenden Habilitationsschrift von Heymann, eine extrem kontroverse Diskussion zum Sinn und der Art des Mathematikunterrichts aus. (vgl. Heymann 1996c, S. 321 - 331)

nur den Status von Prüfungswissen, das oberflächlich gelernt und entsprechend schnell wieder vergessen wird. [...] Für viele Schülerinnen und Schüler dominiert der Eindruck, daß sie es mit einem undurchschaubaren, unverstehbaren Begriffsgefüge und Regelwerk zu tun haben. [...] [Es] bleiben selbst die Kenntnisse und Fähigkeiten defizitär, die sich auf elementare mathematische Sachverhalte beziehen.“ (Heymann 1996a, S. 7)

Er entwickelt seine Argumentation, um die Frage „Was ist guter Mathematikunterricht?“ beantworten zu können. Dabei stellt er fest, dass die Antworten auf diese Frage weder aus dem Fach Mathematik selbst noch aus einer Nützlichkeitsüberlegung – „Was braucht der Durchschnittsmensch in seinem späteren Leben an Mathematik?“ – kommen können. Für ihn „muss sich der Fachunterricht in verschiedenen Fächern und damit auch der Mathematikunterricht, daran messen lassen, was er zur Allgemeinbildung beiträgt“. (Heymann 1999b, S. 1)

Er stellt als Grundlage zur Beantwortung dieser Fragen ein bildungspolitisches Konzept auf, nämlich den „Entwurf eines Allgemeinbildungskonzepts als Orientierungsrahmen“. Dann setzt er diese Leitidee in einem Konzept eines „Mathematikunterrichts unter dem Anspruch der Allgemeinbildung“ um. In seiner Habilitationsschrift geht Heymann sehr ausführlich auf dieses Konzept ein, in später erschienenen Veröffentlichungen[3] fasst er diese Ausführungen in „Fünf Leitgedanken für einen (guten) allgemeinbildenden Mathematikunterricht“ zusammen:

- „**Verbindungen stiften zwischen fachlichem, selbstgesteuertem und sozialem Lernen:** Es ist eine Unterrichtskultur zu entwickeln, in der Raum ist für eigenverantwortliches Tun, für subjektive Sichtweisen, Umwege und alternative Deutungen, für Ideenaustausch und kooperatives Problemlösen, für spielerischen Umgang mit Mathematik.
- **Lebensnützliche Mathematik ernst nehmen:** Neben den grundlegenden mathematischen Kulturtechniken sollten lebensnützliche mathematische Alltagsaktivitäten wie Schätzen, Überschlagen, Interpretieren und Darstellen sowie die verständige Handhabung technischer Hilfsmittel im Mathematikunterricht aller Stufen, bei steigendem Anspruchsniveau, häufiger und intensiver thematisiert, mathematisch reflektiert und geübt werden.
- **Mathematik als Teil unserer Kultur erfahren lassen:** Mathematikunterricht sollte deutlicher an zentralen Ideen orientiert sein, in deren Licht die Verbindung von Mathematik und außermathematischer Kultur exemplarisch sichtbar wird.
- **Mathematik mit der ‘übrigen’ Welt verbinden:** Mathematikunterricht sollte vielfältige Erfahrungen ermöglichen und anregen, wie Mathematik zur Deutung und Modellierung, zum besseren Verständnis und zur Beherrschung primär nichtmathematischer Phänomene herangezogen werden kann; er sollte Mathematik für die Schülerinnen und Schüler auch dort ‘sichtbar’ machen, wo sie bei flüchtiger Betrachtung „unsichtbar“ bleibt.

[3] Z.B. (Heymann 1999b) oder (Heymann 1999a)

- **Brücken vom alltäglichen zum mathematischen Denken beschreiten lassen:** Den Schülerinnen und Schülern sollte genügend Zeit und Gelegenheit gegeben werden, den eigenen Verstand aktiv konstruierend und analysierend einzusetzen, sich über noch nicht Begriffenes und Erkanntes mit dem Lehrer und den Mitschülern auseinandersetzen, damit sie die zu lernende Mathematik verstehen und sich ihrer zur Klärung und Kritik fragwürdiger Phänomene bedienen können – gleichsam als „Verstärker“ ihres Alltagsdenkens.“ (Heymann 1999b, S. 2-7)

Besonders wichtig sind für Heymann der erste und der letzte Punkt dieser Aufzählung, die er im Begriff „Unterrichtskultur“ zusammenfasst, die im Mathematikunterricht gelebt werden muss. Er findet, dass diese auch mit den derzeit gültigen Bildungsplänen umgesetzt werden könnten, eine flexible Handhabung der Inhalte vorrausgesetzt. Für ihn zeigt sich erst auf der Handlungsebene, inwieweit der Mathematikunterricht allgemeinbildend ist (vgl. Heymann 1999b, S. 2). Trotzdem stellt er in seiner Habilitationschrift sechs „zentrale Ideen für den Mathematikunterricht“ (Heymann 1996a, S. 173 ff) zur Diskussion. Diese Ideen sind:

- **Idee der Zahl:** Außer den Grundfertigkeiten mit Zahlen zu operieren, gehört für Heymann in diesen Bereich auch die Reflexion darüber, wie unsere Alltagskultur von Zahlen bestimmt wird und welche Anwendungsmöglichkeiten wie z.B. Postleitzahlen in unserer Gesellschaft eine Rolle spielen.
- **Idee des Messens:** Hier sieht er die ideale Stelle, die Mathematik mit der sinnlich erfahrbaren Welt zu verknüpfen und den Ablauf z.B. beim Wiegen von der physikalischen Eigenschaft (Gewicht) über das Messinstrument (Balkenwaage, Digitalwaage) zur „fertigen“ Zahl den Schülerinnen und Schülern bewusst zu machen. Der Umgang mit Daten spielt auch in diesen Bereich hinein, angefangen von Messungenauigkeiten bis hin zur Behandlung der Theorien des Messens, die z.B. in den Sozialwissenschaften Anwendung finden.
- **Idee des räumlichen Strukturierens:** Über die Beherrschung konstruktiver Aktivitäten, Schulung der geometrischen Wahrnehmung und der Bedeutung geometrischer Begriffe und Beziehungen hinaus bekommt diese Idee noch eine weitere Dimension: Durch die Abstraktionsleistung, die im Übergang von dem sinnlich wahrnehmbaren Raum in einen „Vorstellungsraum, in dem sich die Beziehungen zwischen idealisierten, nur gedanklich konstruierten Objekten wie Punkten, Geraden, [...] in einer logisch zwingenden Ordnung theoretisch beschreiben lassen“ (Heymann 1996a, S. 176), besteht, eröffnet sich ein „Anschauungsraum zweiter Art“, in dem Gesetzmäßigkeiten auch aus der Arithmetik und Algebra entwickelt und überprüft werden können.
- **Idee des funktionalen Zusammenhangs:** Der allgemeinbildende Aspekt der Idee des funktionalen Zusammenhangs besteht v.a. in der „Verknüpfung von Alltagswissen mit einer mächtigen mathematischen Methode“ (Heymann 1996a, S. 178).

Ohne ein Begreifen dieses Zusammenhangs sind wissenschaftliche und gesellschaftliche Forschungen und deren Ergebnisse nicht einzuordnen oder nachzuvollziehen.

- **Idee des Algorithmus:** Einerseits sollten die Schülerinnen und Schüler fähig sein, vorgegebene Algorithmen durchzuführen und zu gegebenen Problemen Algorithmen zu konstruieren, andererseits spielt aber gerade im Computerzeitalter das Wesen von Algorithmen und ihre Vorteile bzw. Grenzen die wichtigere Rolle. Einer der größten Vorteile von Algorithmen, nämlich, dass man sich beim Durcharbeiten nicht darum kümmern muss, ob und warum er funktioniert[4], verkehrt sich in der Schule zum größten Nachteil: Wenn nämlich für die Schülerinnen und Schüler das sture Durchführen der Kurvendiskussion, das zudem noch von einem Computeralgebrasystem wesentlich besser durchgeführt werden könnte, ihre „einzige“ Erfahrung mit Algorithmen bleibt.
- **Idee des mathematischen Modellierens:** „Die Idee des mathematischen Modellierens schlägt eine Brücke zwischen der kulturellen Hervorbringung ‘Mathematik’ und der übrigen Kultur unserer westlichen Industriegesellschaft“ (Heymann 1996a, S. 182). Dabei ist ganz wichtig, dass der Modellierungskreislauf (s. Graphik 3.2) komplett durchlaufen wird, also das Modell immer wieder in seinem Sachzusammenhang interpretiert und überprüft wird.

Querverbindungen zwischen diesen zentralen Ideen spielen eine ebenso wichtige Rolle wie die zentralen Ideen an sich. So erfordert z.B. der Umgang mit Daten Kenntnisse und Fähigkeiten aus allen sechs zentralen Ideen oder die Modellierung von außermathematischen Sachverhalten ist ohne Kenntnisse in den anderen zentralen Ideen unmöglich. Auch realitätsbezogene funktionale Zusammenhänge sind ohne Vorstellungen von Zahlen und Messen undenkbar.

Die Einordnung der „Idee des Algorithmus“ und der „Idee des mathematischen Modellierens“ in eine Reihe mit den anderen Leitideen wird seither vor allem bei der Entwicklung von Bildungsstandards (vgl. Kultusministerium Baden-Württemberg 2003) immer wieder aufgegriffen. Dabei können diese beiden Denkweisen keine Leitidee in einer Reihe mit den Leitideen „Zahlen“, „Messen“, „Geometrie“ usw. darstellen, da sie an den inhaltlichen Themen aller dieser Leitideen umgesetzt werden können. Auf einer anderen Ebene sind Algorithmen und Modellieren auch Anwendungen der Leitideen und deshalb passt der Begriff mathematische Kompetenz ebenso wenig.

Die Denkweisen des Algorithmierens wie des Modellierens befinden sich je nach Betrachtung sowohl unterhalb der Ebene der Leitideen als auch als übergreifende Denkweisen über den mathematischen Kompetenzen, so sollte z.B. immer, wenn ein Lösungsweg für einen bestimmten Aufgabentyp entdeckt und verstanden wurde, eine mögliche (sinnvolle) Algorithmisierung geprüft werden.

[4]Dies trifft selbstverständlich nur für das Durcharbeiten zu, nicht für die Entscheidung, welcher Algorithmus für welches Problem angemessen ist.

Die stark kontroverse Diskussion um Heymanns Allgemeinbildungskonzept[5] bewirkte jedoch in den Kreisen der Fachdidaktikerinnen und -didaktikern und auf der bildungspolitischen Ebene eine längst überfällige Auseinandersetzung mit dem Thema. Ohne diese Diskussion, die zudem noch zeitnah mit der Veröffentlichung des mittelmäßigen Abschneidens der deutschen Schülerinnen und Schüler bei der TIMS-Studie zusammenfiel, wären Strategien zur Verbesserung des Mathematikunterrichts wie z.B. im Programm der Bund-Länder-Kommission „Zur Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“ (s. Kapitel 2.4.1) oder die Entwicklung von Bildungsstandards (s. Kapitel 2.3) nicht möglich gewesen.

3.1.2 Principles and Standards for School Mathematics

Grundlegende und umfassende Veränderungen von Schule und Unterricht auf didaktischer, methodischer und organisatorischer Ebene brauchen einen Rahmen, innerhalb dessen sie sich abspielen, sonst führen sie zur Verunsicherung aller Beteiligten (vgl. S. 17). Die „Principles and Standards for School Mathematics“ sind zusammen mit ihren Vorgängern, den „Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics“ (National Council of Teachers of Mathematics 1989), ein curriculares System, das seit fast 20 Jahren in einer breiten (Fach-)Öffentlichkeit diskutiert wird und ein logisches, in sich stimmiges Gebilde darstellt. Ein solches System kann als Stützstruktur dienen, an der entlang sich Mathematikunterricht in der Schule zu einem mehr allgemeinbildenden Unterricht entwickeln kann.

Deshalb lohnt es sich die allgemeinbildenden Aspekte der NCTM-Standards und die Leitprinzipien, die sich durch alle Bereiche des Mathematik Lernens ziehen, genauer zu betrachten.

Da in der englischen Sprache kein entsprechendes Wort für „Bildung“ existiert, ist dort die Beschreibung von Allgemeinbildung meist eine Aufzählung von Kenntnissen und Fähigkeiten, die alle Menschen haben sollten. In den im Jahr 2000 erschienenen „Principles and Standards for School Mathematics“ des National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), der amerikanischen Mathematiklehrenden-Vereinigung (vgl. S. 16), wird in der Einleitung auf die Bedeutung mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten für alle Menschen eingegangen. Dies geschieht ganz pragmatisch anhand von Beispielen und wird nicht in eine Bildungstheorie eingebettet. Interessanterweise gibt es jedoch einige Überschneidungen mit den Leitgedanken von Heymann (vgl. S. 35).[6]

[5] Wobei sich die Diskussion in der breiten Öffentlichkeit im Wesentlichen nur um das falsch verkürzte Zitat „Sieben Jahre Mathematik sind genug“ drehte.

[6] Heymann konnte die NCTM-Standards nicht heranziehen, da erst 1998 ein Entwurf der „Principles and Standards for School Mathematics“ öffentlich zur Diskussion gestellt wurde. Er führt in der Literaturliste seines Buches „Allgemeinbildung und Mathematik“ (Heymann 1996a, S. 305) die 1989 erschienenen „Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics“ (National Council of Teachers of Mathematics 1989) auf. Sie enthalten aber keine derartige Aufzählung.

- „**Mathematics for life:** Knowing mathematics can be personally satisfying and empowering. The underpinnings of everyday life are increasingly mathematical and technological. For instance, making purchasing decisions, choosing insurance or health plans, and voting knowledgeably all call for quantitative sophistication.
- **Mathematics as a part of cultural heritage:** Mathematics is one of the greatest cultural and intellectual achievements of humankind, and citizens should develop an appreciation and understanding of that achievement, including its aesthetic and even recreational aspects.
- **Mathematics for the workplace:** Just as the level of mathematics needed for intelligent citizenship has increased dramatically, so too has the level of mathematical thinking and problem solving needed in the workplace, in professional areas ranging from health care to graphic design.
- **Mathematics for the scientific and technical community:** Although all careers require a foundation of mathematical knowledge, some are mathematics intensive. More students must pursue an educational path that will prepare them for lifelong work as mathematicians, statisticians, engineers, and scientists.“ (National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 4)

Aus dieser Aufzählung von Gründen, warum alle Menschen mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten besitzen sollten, lassen sich Rückschlüsse auf den dafür notwendigen Mathematikunterricht ziehen. Umgesetzt werden diese Schlüsse einerseits in den sechs Leitprinzipien, den „Principles for School Mathematics“ und in den zehn Standards, den „Standards for School Mathematics“.

Die Leitprinzipien setzen sich aus den übergreifenden Themenbereichen „Chancengleichheit“, „Curriculum[7]“, „Mathematik lehren“, „Mathematik lernen“, „Bewertung“ und „Einsatz von Technologie“ zusammen. Dass das Thema Chancengleichheit („Equity“) im Bereich Mathematik in den USA eine so wichtige Rolle spielt, dass es hier an erster Stelle steht, ist für Europäer meist nicht auf den ersten Blick verständlich, da die amerikanischen Schülerinnen und Schüler bis zur Klasse 10 in Gesamtschulen unterrichtet werden. Durch das „Tracking“ in den amerikanischen Schulen, also das Wählen von Kursen auf unterschiedlichen Leistungsniveaus, können die Schülerinnen und Schüler schon sehr früh Mathematik entweder nur auf einem niedrigeren Niveau wählen oder teilweise auch ganz vermeiden.

Es hat sich gezeigt, dass v.a. Schülerinnen und Schüler aus sozial schwachen Familien häufiger Mathematik abwählen oder zumindest nur Kurse auf dem niedrigsten Niveau besuchen. Da viele Colleges auf den Besuch eines Algebra-Kurses als Vorraussetzung für die Zulassung bestehen und Inhalte daraus in den College-Eingangsprüfungen abgefragt werden (vgl. Fußnote 2, S. 59), haben diese Entscheidungen zur Vermeidung von Mathematik weitreichende Folgen. Es gibt verschiedene Projekte, die dem entgegenwirken

[7]Hier im Sinne von „Lehrplan“ (vgl. Definition S. 20, S. 20), da es sich um die inhaltliche Stoffauswahl handelt.

möchten wie z.B. „The Algebra Project“, das speziell Schülerinnen und Schüler aus sozial benachteiligten Familien darin unterstützt, Algebra-Kurse erfolgreich zu besuchen.[8]

Damit bekommt das Wort „allgemein“ eine ganz andere Bedeutung als in Deutschland üblich. Dass aber bei Änderungen in der Unterrichtskultur in Mathematik, z.B. zu mehr sprach-orientiertem Vorgehen die Auswirkungen auf die Schülerinnen und Schüler, die Deutsch nicht als Muttersprache sprechen, mit bedacht werden müssen, wird in Deutschland in dem Bereich „Heterogenitätsforschung“ (z.B. in Keitel 1998) thematisiert.

3.1.3 Andere Allgemeinbildungskonzepte

Das Thema Mathematik und Allgemeinbildung oder „Was soll in der Schule an Mathematik unterrichtet werden, und warum brauchen wir Mathematikunterricht überhaupt?“ beschäftigt die Mathematikdidaktik selbstverständlich schon sehr lange. Die „üblichen“ Argumente wie Einüben von logischem Denken, Stukturieren, exaktes Arbeiten, räumliche Anschauung usw. sollen hier nicht weiter vertieft werden. Gerade im Computerzeitalter, wo einerseits immer mehr Mathematik „versteckt“ wird, andererseits aber ohne eine große Anzahl von Mathematik-Experten unser Gesellschaftsystem nicht aufrechterhalten werden kann, bekommt diese Diskussion jedoch eine völlig neue Grundlage. Auf die Auswirkungen der Computernutzung im Mathematikunterricht wird ausführlich im Kapitel 3.4 eingegangen, hier nur einige Thesen, die sich explizit auf Allgemeinbildung beziehen.

Horst Hischer sieht die Mathematik (und die Informatik) als fachliche Bindeglieder zwischen „Technologie als eine bedeutsame allgemeinbildende Dimension für die Auswahl von Bildungsgegenständen und die Vermittlung von Haltungen und Einstellungen“ und dem „*Spiel* als eine unverzichtbare Dimension von Allgemeinbildung“[9] (Hischer 1994, S. 387). Er warnte schon 1994, also vor Veröffentlichung der TIMSS-Ergebnisse: „Wenn die Mathematikdidaktik nicht rechtzeitig die Kraft zur Reflexion und Weiterentwicklung der Zielsetzung eines künftigen Mathematikunterrichts entwickelt, dann wird dieser wohl eine Qualität erhalten, die ihn in die Nähe des Philosophieunterrichts[10] rückt.“ (Hischer 1994, S. 389)

Unter dem Aspekt der Allgemeinbildungsfunktion von Mathematikunterricht lassen sich viele derzeitigen Strömungen in der Mathematikdidaktik bündeln. Sowohl die Tendenzen zum prozessorientierten wie auch anwendungsbezogenen Mathematikunterricht als auch die Verwendung anderer Methoden im Mathematikunterricht oder die Ansätze zu einer Änderung der Unterrichtskultur lassen sich alle in dem Allgemeinbildungsansatz von Heymann finden.

[8] Infos zum „Algebra Project“ unter der URL `www.algebra.org`, Zugriffsdatum: 1.9.2002
[9] Hervorhebungen wie im Original
[10] Der kein Pflichtfach ist und nur zweistündig erteilt wird.

Werden diese Ansätze noch mit einem selbstverständlichen und sinnvollen Einsatz von Computern im Mathematikunterricht kombiniert, so können verschiedene positive Synergieeffekte auftreten. Insgesamt ist zu erwarten, dass sich durch einen derartig veränderten Mathematikunterricht die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler verbessert, ihre Schulmathematik-Fertigkeiten auf Hochschulansprüche zu transferieren.

3.2 Prozessorientierter Mathematikunterricht

Welche Prozesse laufen beim „Mathematik Treiben“ fortgeschrittener Mathematikerinnen und Mathematiker ab? Sicherlich sind die Prozesse sehr vielschichtig und komplex und ebenso mannigfaltig. Einfacher ist es erst einmal die Tätigkeiten, die zum „Mathematik Treiben“ dazu gehören, zu betrachten. Die Abbildung 3.1 zeigt eine Auswahl dieser Tätigkeiten.

Im inneren Bereich finden sich die eher innermathematischen Tätigkeiten, die im Allgemeinen mit der Schulmathematik verbunden werden: Durchrechnen, Beweisen, Algorithmisieren, Konstruieren, Tabellarisieren, Formalisieren, Programmieren.

Der obere Bereich zeigt die übergeordneten Fähigkeiten, die nach der Vorstellung vieler Mathematikdidaktiker speziell durch Mathematik gefördert[11] werden: Modellieren, Experimentieren, Strukturieren, Visualisieren, Verallgemeinern, Analogisieren, Konkretisieren, Abstrahieren und Vergleichen.

Im unteren Bereich wurden diejenigen Tätigkeiten aufgeführt, die nicht speziell dem Mathematik Treiben zugeordnet werden, ohne die dies jedoch vollkommen unmöglich wäre: Vermuten, Begründen, Kooperieren, Anwenden, Verbinden, Kommunizieren, Erkenntnis gewinnen, Revidieren, Überprüfen, Ausprobieren, Beschreiben.

Die aufgeführten Tätigkeiten stellen nur eine Auswahl dar, an der einzelne Zusammenhänge erklärt werden können und erheben keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit. Ein abgeschlossener Katalog von Tätigkeiten, die zum Mathematik Treiben gehören, würden z. B. den Ansätzen von Heymann, das Alltags- mit dem mathematischen Denken zu verbinden, widersprechen.

Die einzelnen Tätigkeiten hängen auf sehr vielfältige Weise miteinander zusammen. So ist z.B. Strukturieren, das als eine der Hauptfähigkeiten von ausgebildeten Mathematikern gilt, ein Teilbereich des Modellierens, des Verallgemeinerns, des Visualisierens, des Konkretisierens, aber auch des Kommunizierens oder Kooperierens. Kooperation ist ohne Kommunikation nicht möglich, Sachverhalte können aber nicht sinnvoll kommuniziert

[11] Friedrich Zech nennt in seinem Buch „Grundkurs Mathematikdidaktik“ diese Tätigkeiten „geistige Grundtechniken“ (vgl. Zech 1998, S. 57).

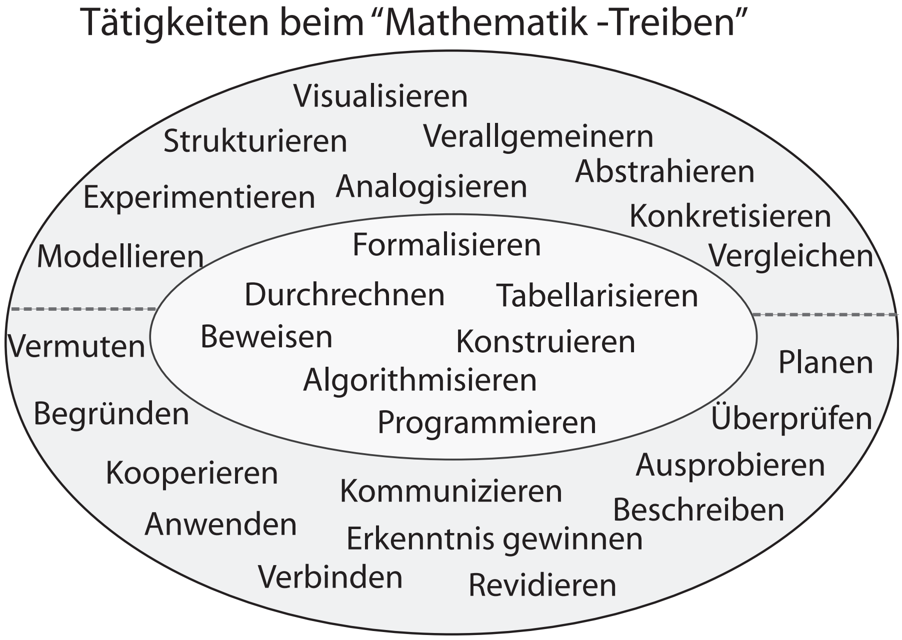


Abbildung 3.1: ausgewählte Tätigkeiten

werden, solange sie nicht vom „Sender"[12] so strukturiert werden, dass der „Empfänger" sie in sein gedankliches Modell der Situation einbauen kann.

Das Strukturieren wird seinerseits wieder durch unterschiedliche Tätigkeiten wie Visualisieren, Tabellieren, Ausprobieren, Analogisieren usw. unterstützt. Diese Tätigkeiten müssen, ja dürfen sogar nicht nacheinander in einer geregelten, vorbestimmten Reihenfolge ausgeübt werden. Sondern sie können gleichzeitig, mehr oder weniger bewusst und auch zufällig ablaufen. Gerade deshalb ist die von Heymann geforderte „neue" Unterrichtskultur (vgl. S. 36) so wichtig.

Eine Prozessorientierung verlangt aber immer auch ein Bewusstmachen der ablaufenden Prozesse. Wenn den Schülerinnen und Schülern die Mathematik als ein „Abarbeiten von Rezepten" präsentiert wird, so sind die einzigen geforderten Tätigkeiten „auswendig Lernen" und „Durchrechnen". Diese Tätigkeiten haben aber wenig mit den Prozessen zu tun, die das Mathematik Treiben ausmachen.

Welche Prozesse sollten aber überhaupt im Mathematikunterricht eine Rolle spielen? Der „National Council of Teachers of Mathematics" (NCTM) beschreibt in seinen „Principles and Standards for School Mathematics" (kurz: NCTM-Standards vgl. S. 16) neben fünf inhaltlichen Standards „Zahlen und Verknüpfungen", „Algebra", „Geometrie ", „Größen und Messen", „Datenanalyse und Wahrscheinlichkeit" auch die fünf Prozessstandards

[12]Kommunikationsmodell „Sender – Empfänger", z.B. nach Schulz v. Thun

„Problem lösen“, „Begründen und Beweisen“, „Kommunikation“, „Verbindungen innerhalb und außerhalb der Mathematik “ und „Darstellen und Repräsentieren“ (National Council of Teachers of Mathematics 2000). Dabei sind die Inhalte und die Prozesse selbstverständlich nicht unabhängig voneinander zu betrachten, sondern die Prozessstandards „stellen Wege dar, sich das inhaltliche Wissen anzueigenen und es zu nutzen.“ (National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 29, Übersetzung durch die Autorin)

Die Beschränkung auf genau diese fünf Prozessstandards bedeutet aber nicht, dass die Schülerinnen und Schüler nicht noch andere Kompetenzen und Denkweisen wie algorithmisches Denken oder Strukturieren entwickeln sollen. Wie schon oben erwähnt (vgl. S. 16) stellen diese Standards das Ergebnis einer längeren öffentlichen Diskussion dar und damit einen „kleinsten Nenner“ der Vorstellungen darüber, über welches mathematische Wissen, welche Kenntnisse und Fähigkeiten die Schülerinnen und Schüler am Ende ihrer Schullaufbahn verfügen sollen.

Die Prozessstandards im Einzelnen sehen folgendermaßen aus (vgl. National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 52 ff):

- **Problem lösen:**[13] Diese Fähigkeit, komplexe Aufgaben zu lösen, wird als ein Hauptbestandteil des Mathematik Lernens an sich angesehen. Wichtig sind dabei v.a. die Verwendung und Anpassung einer ganzen Bandbreite von Lösungsstrategien und die Reflexion über den Prozess des mathematischen Problemlösens.
- **Begründen und Beweisen:** Dazu gehört das Entwickeln von Ideen, Erkennen von Mustern, Strukturen oder anderen Regelmäßigkeiten inner- und außerhalb der Mathematik ebenso wie Vermutungen aufstellen und die Untersuchung von Sachverhalten. Ergebnisse sollten nicht einfach abgefragt werden, sondern die Schülerinnen und Schüler sollten jeweils erläutern, wie das Ergebnis zustande kommt. Insgesamt soll mathematisches Argumentieren eine „Geisteshaltung“ sein, die durch den konstanten Einsatz in vielen verschiedenen Bereichen entwickelt wird.
- **Kommunikation:** Dies ist einer der wichtigsten Prozesse beim Mathematik Lernen.[14] Um Vorstellungen und Ideen zu kommunizieren, müssen diese Ideen verstanden und reflektiert sein. Wenn z.B. Schülerinnen und Schüler ihre Lösungen „verteidigen“ müssen, so vertiefen und verfeinern sie ihr mathematisches Wissen. Dazu muss einerseits die passende Unterrichtskultur vorhanden sein, andererseits müssen auch die Aufgabenstellungen entsprechend gewählt werden. Ein „Rezept“ wie die Kurvendiskussion zu verteidigen, macht wenig Sinn. Geeignet sind hier anspruchsvollere Aufgaben, mit oder ohne Anwendungsbezug, auch der Computer kann als Katalysator für interessante Diskussionen dienen. Die Kommunikation

[13] Obwohl „problem solving“ auch häufig nur „Aufgaben lösen“ bedeutet und es deshalb manchmal zu Verwirrungen kommt, ist hier die Bedeutung tatsächlich das Lösen von „Problemen“, also die Beschäftigung mit Aufgaben, deren Lösungsweg nicht von vornherein bekannt ist. Vgl. dazu auch Kapitel 6.2.2

[14] oder wahrscheinlich beim Lernen überhaupt.

verdeutlicht die Bedeutung mathematischer Ideen, sie können leichter behalten werden und die Lehrerinnen und Lehrer können die Ideen und Vorstellungen ihrer Schülerinnen und Schüler besser nachvollziehen.

- **Verbindungen innerhalb und außerhalb der Mathematik:** Wenn mathematische Vorstellungen immer in Bezug zueinander und zu anderen Ideen gesehen werden, so vertieft dies das Verständnis, macht es von den konkreten Aufgaben unabhängiger und der Nutzen von Mathematik ergibt sich von selbst. Lernen an sich ist das Verknüpfen von neuen Ideen mit Vorwissen und dies sollte auch im Mathematikunterricht deutlich werden.
- **Darstellen und Repräsentieren:** Die Art und Weise der Darstellung mathematischer Ideen ist ausschlaggebend dafür, wie diese Ideen verstanden und angewandt werden können. Die Fähigkeit, die verschiedenen Repräsentationen eines Sachverhalts zu nutzen, stellt eine der wichtigsten mathematischen Denkweisen dar. Sie spielt ebenfalls eine große Rolle bei den obengenannten vier Prozessen.

Diese explizite Benennung von Prozessen, die alle Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht erlernen sollen, ist ein sehr großer Schritt in Richtung prozessorientierter Mathematikunterricht. Vor allem stehen diese Prozessstandards nicht als Vorwort oder allgemeine Absichtserklärung wie z.B. in den baden-württembergischen Lehrplänen von 1994 (vgl. Kultusministerium Baden-Württemberg 1994), sondern werden genau wie die inhaltlichen Standards anhand vieler Beispiele für alle Klassenstufen von PreK[15] bis 12 ausführlich beschrieben. Selbstverständlich wird immer wieder betont, dass die genannten Prozesse nur an konkreten Inhalten erlernt werden können, aber sie haben denselben Stellenwert wie die mathematischen Inhalte.

Ein anderes Problemfeld bei der Gleichgewichtung von Prozessen und Inhalten ist die Bewertung. Üblicherweise wird im Mathematikunterricht durch Klassenarbeiten oder Ähnliches nur das fertige Produkt des Prozesses, nämlich die richtige Anwendung eines Rechenverfahrens in der künstlichen Situation von Klassenarbeitsaufgaben abgeprüft und damit auch nur bewertet. Wenn jedoch die Prozesse eine solch große Rolle spielen sollen, so müssen sie auch bei der Leistungsmessung der einzelnen Schülerinnen und Schüler berücksichtigt werden. „Wenn von den Schülerinnen und Schüler verstärkt Methoden-, Kommunikations- und Teamkompetenz eingefordert und entsprechende Fähigkeiten und Fertigkeiten vermittelt werden, dann kann die Leistungsmesssung nicht länger auf schriftliche Überprüfungen und punktuelle Abfragen im kognitiven Bereich reduziert werden.“(Klippert 2000, S. 168)

So wurden in dem Forschungsprojekt „Neue Formen der Leistungsbeurteilung in den Sekundarstufen I und II“ im Oberschulamtsbezirk Tübingen ausführlich unterschiedliche Formen der Leistungsbeurteilung in Fallstudien beschrieben. Dabei gehen die Autoren

[15]PreK steht für „Vorkindergarten“ und ist in den USA die Population der 4-jährigen, die in einer Art Vorschule schon Unterricht bekommen.

von folgender Definition aus:

> „**Neue Formen der Leistungsbeurteilung** erfassen Leistungen von Schülerinnen und Schülern, die über den fachlich-inhaltlichen Lernbereich hinausgehen. Sie überprüfen und beurteilen Elemente aus allen Lernbereichen des erweiterten Lernbegriffs[16]; methodisch-strategische Leistungen, sozial-kommunikative Leistungen und persönliche Lernleistungen.“(Grunder und Bohl 2001, S. 19)

Die Wichtigkeit der Einbeziehung der Leistungen auch aus dem nicht-fachlich-inhaltlichen Bereich[17] ergibt sich aus folgenden Überlegungen:

- Nach dem Grundsatz „what you test is what you get“ müssen die Prozessfähigkeiten in die Leistungsmessung eingehen, denn wenn sie nichts zählen, so ist es auch nicht gerechtfertigt Zeit und Energie auf sie zu „verschwenden“. Extrem gesagt, wenn die Schülerinnen und Schüler einer Klasse alle hervorragende prozedurale Fähigkeiten in Mathematik entwickelt haben, aber dann die Abiturprüfung, die reines Rezeptwissen abfragt, nicht bestehen, so nützen ihnen ihre Fähigkeiten leider gar nichts.
- Wenn die nicht-fachlich-inhaltlichen Leistungen nicht beurteilt werden, so fehlt den Schülerinnen und Schülern die Rückmeldung über die Qualität dieser Leistungen. Sie können dann weder sich selbst einschätzen, noch können sie gefördert und unterstützt werden.
- Eine Bewertung, die die nicht-fachlich-inhaltlichen Leistungen beinhaltet, stellt auch eine Wertschätzung dieser Leistungen dar. Die Bewältigung von prozessorientierten Aufgabenstellungen erfordert meist sehr viel mehr Zeit und Engagement als das übliche „Rezepte-Abarbeiten“. Dieses Engagement muss in einer Weise anerkannt werden, die den Schülerinnen und Schülern „etwas bringt“, letztendlich in die Noten eingehen.[18]
- Ebenso werden die Unterrichtsformen, denen der erweiterte Lernbegriff zugrunde liegt, aufgewertet. Üblicherweise gehen die Schülerinnen und Schüler (und Eltern) davon aus, dass nur das, was in den traditionellen Unterrichtsformen gelehrt wird, für die Prüfungen wichtig ist und alles, was in offeneren Formen bearbeitet wird, inhaltlich nicht so wichtig ist.

[16] „Der erweiterte Lernbegriff vermittelt zwischen der Ebene der Zielsetzungen und der Ebene der Handlungsanleitung für den alltäglichen Unterricht;[...] er zielt auf den Erwerb von Handlungskompetenz, nicht auf die Vermittlung von Schlüsselqualifikationen.“ (Grunder und Bohl 2001, S. 25)

[17] Thorsten Bohl verwendet den Begriff „nicht-fachlich-inhaltlichen“ in Abgrenzung zum Begriff „überfachlich“, da der erweiterte Lernbegriff innerhalb der Fächer realisiert werden muss und ohne fachliche Verankerung keinen Sinn ergibt (vgl. Grunder und Bohl 2001, S. 16).

[18] Aus den Ergebnissen des Forschungsprojekts „Neue Formen der Leistungsbeurteilung“: „Die Akzeptanz neuer Formen der Leistungsbeurteilung ist bei Schülerinnen und Schülern hoch. [...] Die Beurteilung wird geschätzt [...], da sie die hohen Anstrengungen und andere, nicht kognitiv-inhaltliche Leistungen honoriert.“ (Grunder und Bohl 2001, S. 319)

Wie können jetzt die prozeduralen Fähigkeiten erfasst und beurteilt werden?

Dazu muss zuerst die Beobachtung des tatsächlichen Entstehungsprozesses von der Bewertung von Prozessergebnissen wie einer Präsentation oder auch der Dokumentation der für die Lösung der Aufgabe notwendigen Kommunikation unterschieden werden.

Die Prozessbeobachtung kann wiederum in unterschiedlichen Szenarien geschehen: durch die Lehrkraft, die Mitschülerinnen und Mitschüler oder als Selbstbeobachtung. Sie kann punktuell oder kontinuierlich durchgeführt, direkt oder mit Hilfe von Video- oder Audioaufzeichnungen[19] oder Ähnlichem. Im Hinblick auf den zeitlichen Aufwand sind folgende Varianten praktikabel: entweder die Selbstbewertung durch die Schülerinnen und Schüler oder eine punktuelle Bewertung durch die Lehrkraft. Allerdings müssen von Anfang an die Bewertungskriterien allen bekannt sein und die Schülerinnen und Schüler auf die Selbstbeobachtung sehr gut vorbereitet werden. Letztendlich muss die Prozessbeobachtung sehr eng auf die konkrete Unterrichtssituation abgestimmt sein und von Anfang an eine entsprechende Rolle bei der Planung des prozessorientierten Unterrichts spielen.

Wesentlich einfacher für die Lehrkräfte ist eine Beurteilung der Produkte wie Aufsätze, Plakate usw. oder der Präsentationen, die die Prozessergebnisse dokumentieren. Dies entspricht relativ eng den fachlich-inhaltlichen Beurteilungen, die sie gewohnt sind. Dabei ist es sehr wichtig, dass auch nicht-fachlich-inhaltliche Kriterien für die Bewertung herangezogen werden und diese Kriterien allen Beteiligten von Anfang an bekannt sind. Für Mathematiklehrende ist es sicher ungewohnt, längere Aufsätze auch im Hinblick auf ihren Stil zu bewerten oder die farbliche Gestaltung eines Plakates, auf dem z.B. die Division von Brüchen dargestellt wird. Dies wäre ein guter Anlass mit den entsprechenden Fachkolleginnnen und -kollegen zusammenzuarbeiten.

Aus den zehn Fallstudien des Forschungsprojekts zieht Bohl 26 „wesentliche Faktoren im Beurteilungsprozess“ (Grunder und Bohl 2001, S. 363). Die folgende Aufzählung fasst die wichtigsten zusammen:

- **Konzeption:** Die Konzeption muss klar und einsichtig sein, sie sollte aus mehreren Beurteilungsbausteinen bestehen, die angemessen gewichtet werden. Die Flexibilität sollte erhalten bleiben, so dass noch Freiräume bestehen, um die „grundsätzlichen Spannungsfelder[20] situativ und jeweils neu aufzulösen.“ (Grunder & al. 2001, S. 57)
- **Struktur:** Sowohl das zugrunde liegende Lehr-/ Lernarrangement sowie der Beurteilungsprozess müssen klar strukturiert sein. Wichtig sind Arbeitshilfen zur Strukturierung wie übersichtliche Bewertungbögen oder ähnliches. Regelmäßige

[19] Dabei ergibt sich meist das Problem der Auswertung. Kaum ein Mensch hat die Zeit, den durchgeführten Unterricht in Echtzeit noch einmal anzuschauen und auszuwerten.

[20] Unter grundsätzlichen Spannungsfeldern versteht Bohl z.B. die Überlegungen zu Einzelnote vs Gruppenleistung oder die Beteiligung der Schülerinnen und Schüler an der Beurteilung Anderer im Kontext des Klassenklimas, usw.

Auswertungs- und Reflexionsphasen müssen in die Gesamtstruktur integriert sein.

- **Planung:** Die Planung sollte langfristig stattfinden und das Kollegium, die Schülerinnen und Schüler sowie die Schulorganisation einbeziehen.
- **Transparenz und Partizipation:** Die Beurteilungskriterien sollten zusammen mit den Schülerinnen und Schülern erarbeitet werden und für alle Beteiligten (Schülerinnen und Schüler, Kollegium, Schulleitung und Eltern) transparent und nachvollziehbar sein. Es muss allen bekannt sein, dass die Bewertung von Persönlichkeitsmerkmalen kein Bestandteil der Leistungsbeurteilung sein wird. Die Kooperation mehrerer Lehrkräfte bei der Beurteilung ist förderlich für den Beurteilungsprozess. Die Beteiligung der Schülerinnen und Schüler am Beurteilungsprozess sollte angestrebt werden.
- **Bezug und Relevanz:** Die Fähigkeiten und Kenntnisse, die beurteilt werden, müssen im Unterricht vermittelt und eingeübt worden sein. Dabei ist ein beurteilungsfreier „Probedurchlauf" im Unterricht sehr hilfreich. Die erbrachten Leistungen müssen im Zeugnis ersichtlich sein. Das Lernarrangement einschließlich der neuen Form der Leistungsbeurteilung dürfen nicht isoliert in der Schullaufbahn stehen, sondern es muss in den nachfolgenden Jahren darauf aufgebaut werden.
- **Kompetenz der Lehrkräfte:** Sie müssen von der Sinnhaftigkeit der Lehr-/ Lernarrangements und der neuen Formen der Leistungsbeurteilung überzeugt sein. Die grundsätzlichen Schwierigkeiten der Prozessbeurteilung müssen bewusst sein und die eigenen Fähigkeiten zur Unterrichtsbeobachtung realistisch eingeschätzt und weiterentwickelt werden. Einer Selbstüberschätzung bezüglich der Komplexität im Umgang mit der dynamischen Unterrichtssituation und der Beurteilungsprozesse sollte vorgebeugt werden.

Die notwendigen Kompetenzen, die für die Durchführung solcher Formen der Leistungsbeurteilung notwendig sind, sind derzeit üblicherweise weder bei den Schülerinnen und Schülern noch bei den Lehrerinnen und Lehrern vorhanden. Sie sind aber ein sehr wichtiger Bestandteil für den Erfolg eines prozessorientierten und allgemeinbildenden Unterrichts, der den Problemen von Schulabgängerinnen und -abgängern beim Übergang in die Hochschule oder das Berufsleben entgegenwirken kann.

David A. Payne stellt in seinem Buch „Applied Educational Assessment" eine Auswahl wichtiger Merkmale von „Modern Educational Assessment" („Neue Bewertungsformen im Bildungsbereich") vor:

- „**Value beyond the assessment itself:** Die Aufgabe, die beurteilt wird, sollte in sich selbst sinnvoll sein und nicht ihren Sinn nur aus ihrer Testfunktion heraus ableiten.
- **Student-constucted response:** Die Berücksichtigung von Antworten, die durch die Schülerinnen und Schüler selbst formuliert wurden[21], führt zu einem direkteren

[21] im Gegensatz zu den in den USA weitaus üblicheren Multiple-Choice-Tests

Zusammenhang zwischen Bewertungskriterium und Bewertung (im Sinne von Note).[22]

- **Realistic focus:** Dieses Merkmal bezieht sich auf die Bestrebungen nach einem Realitätsbezug des Unterrichts und auch der Leistungsbeurteilung.
- **Application of knowledge:** Die Messung der Fähigkeiten im Problemlösen und kritischem Denken führt zu einer Verstärkung dieser Bildungsziele.
- **Multiple data sources:** Je breiter die Datengrundlage, desto zuverlässiger ist die Beurteilung.
- **Objectives-based and criterion-referenced:** Wenn der Beurteilung klare Ziele und Kriterien zugrunde liegen, so erhöht sich die Aussagekraft und Zuverlässigkeit der Bewertung. Die Evaluation kann dann sowohl summative wie auch formative Ziele erfüllen.
- **Reliability:** Die Durchgängigkeit in der Bewertung angefangen von der Organisation über die Durchführung bis zur Benotung sollte gewährleistet sein.
- **Multiple approaches:** Die Schülerinnen und Schüler sollten im Vorfeld die Wahlmöglichkeit haben, wie die Bewertung dokumentiert wird.[23]
- **Multidimensional in structure:** Die Bewertung sollte umfassend und integrativ sein. Es sollten sowohl Fertigkeiten wie auch Fähigkeiten bewertet werden.
- **Multidimensional scores:** Eine einzelne Gesamtnote ist weniger sinnvoll und sagt weniger aus als mehrere Teilnoten.“ (Payne 1997, S. 10 f)

In diesem Zusammenhang fällt häufig das Stichwort „Portfolio“, das in den USA oder auch im internationalen Schulbereich[24] schon länger angewandt wird. „Ein Portfolio ist eine Sammlung von Schülerarbeiten, die mit dem Zweck gesammelt werden, die Vielfalt verschiedener Leistungen während eines bestimmten Zeitraums darzustellen.“(Payne 1997, S. 11, Übersetzung durch die Autorin) Üblicherweise enthält ein Portfolio klar spezifizierte Arbeiten, frei von den Lernenden ausgewählte Arbeiten und eine ausführliche Begründung, warum genau diese Arbeiten ausgewählt wurden. Es können auch noch Selbstbewertungen der Lernenden darin enthalten sein. Wenn auch noch bestimmte Zeiten festgelegt werden, an denen die Arbeiten entstanden sein müssen, z.B. eine Arbeit vom Schuljahresanfang, eine aus der Mitte und eine vom Ende, dann lässt sich so auch gut eine Entwicklung der Lernenden dokumentieren.

Das Interessante an einer Erstellung von Portfolios ist die Auswahl durch die Lernenden selbst und die Begründungen, warum genau diese Arbeiten gewählt wurden. Auch in Be-

[22]„Having a record of an actual student behavior observed and evaluated or a product evaluated brings criterion and assessment closer together.“

[23]Dies könnte z.B. durch eine Note, eine schriftliche Beurteilung oder auch eine Bewertung in Bezug auf die Leistungen der gesamten Klasse („Bester der Klasse“) sein.

[24]Im internationalen Schulbereich, in dem ein häufiger Schulwechsel während des Schuljahres weit verbreitet ist, müssen die Schülerleistungen flexibel, aber doch nachprüfbar dokumentiert werden.

werbungssituationen können diese Portfolios gut eingesetzt werden und sagen sicherlich mehr über die Fähigkeiten in Mathematik aus als z.B. die Abiturnoten.

Auch im Hochschulbereich gibt es weitreichende Überlegungen, die Prüfungskultur zu änderen. So heißt es z.B. in der Broschüre „Prüfungen auf dem Prüfstand" der Gemeinsamen Kommission für die Studienreform im Land Nordrhein-Westfalen:

> „Ob Prüfungsergebnisse als ein verlässlicher Maßstab für Qualifikation und Fähigkeit der Absolvent(inn)en gelten können und insofern auch einen prognostischen Wert besitzen, hängt aus der Sicht der Sachverständigenkommission entscheidend davon ab, ob das grundlegende methodische Problem einer Überprüfung der Schlüsselqualifikationen, insbesondere solcher Studienleistungen, die auf kommunikativen Fähigkeiten beruhen, gelöst werden kann. Fraglich erscheint es, ob solche Studien- und Prüfungsleistungen benotet werden können und sollen.
>
> Aus der Sicht der Studierenden wird durch die Benotung der Studienleistungen deren Bedeutsamkeit ersichtlich. Studienanforderungen, deren Ergebnisse nicht bewertet werden, werden nicht ernst genommen. Aus der Sicht der Arbeitgeber bilden Examensnoten ein wichtiges Kriterium, nach dem insbesondere bei der Vorauswahl unter einer Vielzahl von Bewerberinnen und Bewerbern deren Eignung für berufliche (Anfangs-) Positionen beurteilt wird. Soweit das Studium auf Berufstätigkeit vorbereitet, gehört die Benotung auch der sozialen Kompetenzen zu dieser Vorbereitung; sie kann als Dienstleistung der Hochschule für die Studierenden wie für das Beschäftigungssystem gesehen werden." (Gemeinsame Kommission für die Studienreform im Land Nordrhein-Westfalen 2000, S. 31)

Neben einer Änderung in der Bewertung müssen für einen prozessorientierten Mathematikunterricht noch weitere Komponenten des Schulalltags weiterentwickelt werden. So ist z.B. eine starre Zeiteinteilung im 45 - Minuten - Rhythmus für länger dauernde Prozesse sehr kontraproduktiv.[25]

Prozessorientierter Mathematikunterricht lehnt sich an den Tätigkeiten „echter" Mathematikerinnen und Mathematiker an. Die Lernenden sollen im überschaubaren Rahmen und mit Unterstützung der Lehrenden ähnliche Tätigkeiten beim „Mathematik Treiben" ausführen wie Mathematiker. Dies kann zu einer erheblichen Verbesserung der mathematischen Studierfähigkeit führen. Denn wenn die Schülerinnen und Schüler gewohnt sind, (mathematische) Aufgaben zu lösen, indem sie vermuten, strukturieren, begründen, visualisieren, ... dann sind sie auf die Mathematik in ihren Studiengängen gut vorbereitet.

[25] Zwar sind inzwischen die gesetzlichen Möglichkeiten durch den Flexibilitätserlass des baden-württembergischen Kultusministeriums geschaffen diesen Zeittakt zu ändern, in den Gymnasien wird es aber bisher – im Gegensatz zu den Grundschulen – meist noch nicht umgesetzt.

Dass es dazu kommt, bedarf es sowohl einer Umstellung in der Unterrichtskultur wie auch in den Bewertungsverfahren. Ganz besonders müssen aber dabei die Lehrenden die Prozessfähigkeiten, die ihre Schülerinnen und Schüler erlernen sollen, immer in sämtlichen unterrichtsrelevanten Entscheidungen mit bedenken.

Eine Unterrichtsmethode, die alle Prozessstandards der NCTM-Standards und die sinnvolle Nutzung des Internets in sich vereinigt, sind WebQuests, die in Kapitel 6.4.1 ausführlich geschildert werden.

3.3 Anwendungsorientierter Mathematikunterricht

Unter Anwendungsorientierung oder Realitätsnähe im Mathematikunterricht wird die Anwendung mathematischer Methoden auf realitätsnahe Probleme[26] verstanden. Ganz wichtiger Bestandteil ist hierbei der mathematische Modellierungsprozess (vgl. Abbildung 3.2) wie er z.B. vielen Aufgaben der PISA-Studie zugrunde liegt.

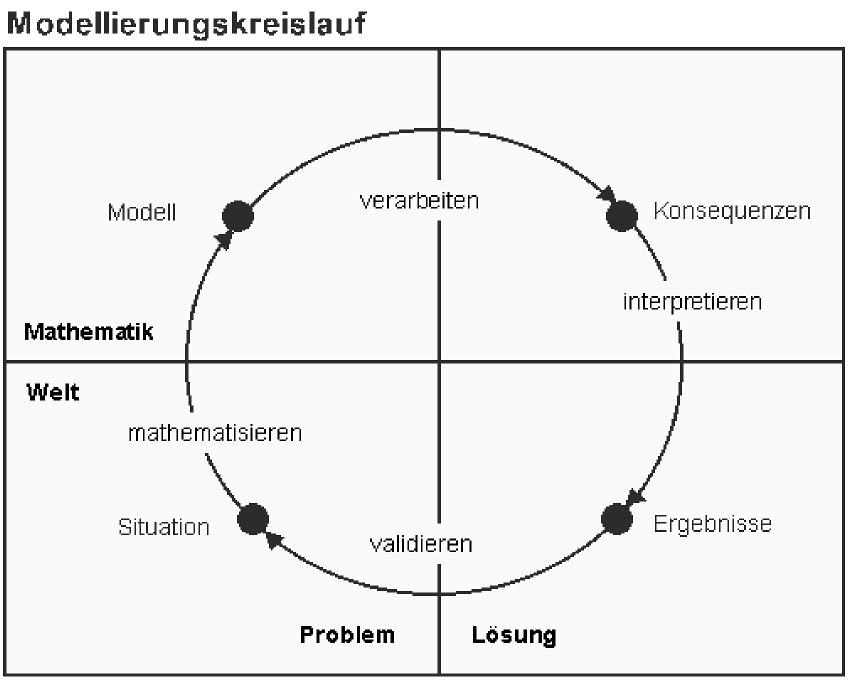


Abbildung 3.2: Modellierungskreislauf (vgl. Deutsches PISA-Konsortium 2001, S. 144)

[26] „Reale“ Probleme sind für die begrenzte Zeit und das begrenzte Wissen oft zu komplex, um sie in einem sinnvollen Lehr-/ Lernkontext einzubauen.

Es gehören zu diesem Bereich auch anwendungsorientierte mathematische Inhalte wie Stochastik, diskrete Mathematik, Finanzmathematik oder Ähnliches, die im üblichen Mathematikunterricht bisher noch kaum vorkommen. Es sind damit nicht die eingekleideten Aufgaben gemeint, bei denen der gesamte Mathematisierungsprozess schon bei der Formulierung der Aufgabe stattfindet und die Schülerinnen und Schüler nach der „Rückübersetzung“ nur noch das richtige „Rezept“ parat haben müssen, um die Aufgabe zu lösen.

Welche Gründe sprechen für einen anwendungsorientierten Mathematikunterricht? Im Vorwort zu einem ISTRON-Band „Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht“ sind sie sehr treffend zusammengefasst:

- „**Pragmatische Argumente** wie die Vermittlung von Fähigkeiten zum Verstehen, Beurteilen und gegebenenfalls Bewältigen von Lebens- und Umweltsituationen als Beitrag zur Erziehung zum mündigen Bürger in einer demokratischen Gesellschaft, aber auch schlichter als Bestandteil einer Studien- und Berufsvorbereitung der Schülerinnen und Schüler.
- **Kulturbezogene Argumente** wie die Vermittlung eines ausgewogenen Bildes von Mathematik als kulturelles und gesellschaftliches Gesamtphänomen.
- **Formale Argumente**, die in der Anwendungsorientierung von Mathematikunterricht eine gute Möglichkeit sehen, allgemeine Qualifikationen wie z.B. Problemlösen oder Argumentieren zu vermitteln.[27]
- **Lernpsychologische Gründe**, die in Anwendungsbezügen das Verstehen und längerfristige Behalten mathematischer Inhalte unterstützt sehen. Insbesondere erhalten viele Schülerinnen und Schüler durch Anwendungsbezüge überhaupt erst einen Zugang zur Mathematik.“ (Förster & al. 2000, Vorwort S. x)

Der Bezug dieser Argumente zu den Problemen, die Studienanfängerinnen und -anfänger mit Mathematik haben, ist offensichtlich. Wären sie aus der Schule einen anwendungsorientierten Mathematikunterricht gewohnt, so müssten sie weder die Frage nach dem Sinn von Mathematik in ihren nicht-mathematischen Studiengängen stellen, noch würden sie der Übertragung ihrer eigenen Mathematikkenntnisse und -fähigkeiten auf den Hochschulkontext so wenig vertrauen, dass über ein Fünftel der Befragten regelrecht „Angst vor der Mathematik in ihrem Studium“ haben (vgl. Tabelle 5.2 auf S. 77).

Warum ist also der anwendungsorientierte Mathematikunterricht so wenig im Schulalltag verbreitet? Uwe-Peter Tietze und Frank Förster haben aus schriftlichen Lehrerbefragungen folgende Gründe für die Diskrepanz zwischen dem „Wunsch der Lehrer nach Problem- und Anwendungsorientierung und dessen Realisierung im Unterricht“ gezogen:

- „Die prinzipielle Schwierigkeit, Schulbücher problem- und anwendungsorientiert zu gestalten.

[27] Hier ergibt sich der direkte Bezug zum prozessorientierten Mathematikunterricht, s. Kapitel 3.2

- Das Abitur und seine Anforderungen schränken die Auswahl und den zeitlichen Aufwand der behandelten Themenbereiche im Mathematikunterricht sehr ein.
- Fehlende fachliche und fachdidaktische Kompetenzen der Lehrerinnen und Lehrer, sowohl zur mathematischen Modellierung an sich, wie auch den einem experimentellen Mathematikunterricht angemessenen Methoden und dem sinnvollen Einsatz von Computern.
- In das Bild der Lehrerinnen und Lehrer von Mathematik, das durch ihre eigene Schul- und Hochschulerfahrung geprägt ist, passt anwendungsorientierter Mathematikunterricht nur am Rande.“ (Tietze und Förster 1996, S. 104)

Die Schülerinnen und Schüler selbst ziehen häufig den traditionellen Mathematikunterricht dem anwendungsorientierten Unterricht vor. Es ist einfach anstrengender, selbst komplexe Aufgaben zu lösen und längere Zeit an einem „echten“ Problem zu arbeiten, als z.B. Aufgabenkaskaden nach einem sturen Rezept durchzurechnen. Dazu kommt noch, dass bei offenerem und projektartigem Unterricht mehr Zeit für die Organisation und Diskussion verwendet werden muss, was viele Schüler als Zeitverschwendung ansehen.

Im Zusammenhang mit anwendungsorientiertem Mathematikunterricht fällt häufig das Stichwort „Computereinsatz“. Dadurch können Schülerinnen und Schüler bei den aufwändigen Rechnungen entlastet werden. Bestimmte Verfahren lassen sich überhaupt erst mit Hilfe von entsprechender Software sinnvoll durchführen (z.B. Modellierung dynamischer Systeme).

3.4 Einzelne Aspekte zur Verwendung computergestützter Medien im Mathematikunterricht

Während im Kapitel 2.4.1 die bildungspolitischen Intentionen verschiedener von der Bund-Länder-Kommission zur Zeit im Bereich Mathematik bzw. Lernen mit neuen Medien geförderter Projekte dargestellt werden, stehen jetzt die didaktischen Überlegungen zum Einsatz des Computers im Mathematikunterricht im Vordergrund.

Wobei es in diesem Kapitel nicht darum geht, die vielen Argumente, die für einen Einsatz von Computern, sei es beim Programmieren, bei Verwendung von Textverarbeitung usw. im Unterricht und speziell im Mathematikunterricht sprechen, erneut aufzuzählen. Vielmehr soll aufgezeigt werden, wie die Argumente zum Einsatz von computergestützten Medien[28] bzw. des Internets beim Lehren und Lernen sich hervorragend mit den oben angeführten mathematikdidaktischen Vorstellungen zur Allgemeinbildung und zum

[28]Ich verwende bewusst den Begriff „computergestützte Medien“ und nicht „neue Medien“, da die Neuheit irgendwann einmal nachlassen wird.

prozess- bzw. anwendungsorientierten Mathematikunterricht ergänzen. Auch werde ich die Diskussion zum Einsatz computergestützer Medien nur insofern aufgreifen, wie sie für die im Kapitel 6 dargestellten Überlegungen von Bedeutung ist.

Hans Georg Weigand und Thomas Weth stellen in ihrem 2002 erschienenen Buch „Computer im Mathematikunterricht“ klar, dass der Mathematikunterricht durch den Einsatz von Computern weder plötzlich völlig anders noch wesentlich besser wird: „Beim Einsatz neuer Technologien geht es vorrangig nicht darum, Ziele und Inhalte des Mathematikunterrichts zu verändern, sondern es ist vielmehr die Art und Weise des Umgangs mit diesen Inhalten, die Methode des Unterrichtens oder das Beschreiten neuer Wege, das zum besseren oder anderen Erreichen „alter“ Ziele und zum besseren Verständnis „alter“ Inhalte führen soll.“(Weigand und Weth 2002, S. 27)

Wenn das Grundziel jeglichen Lernens und Lehrens ist, neues, transferierbares, tragfähiges Wissen zu generieren, so darf es nicht von den dabei verwendeten Medien abhängen, ob dies auch gelingt.

Die Nutzung computerbasierter Medien ist für die meisten Lehr-/ Lernarrangements, die mit Computerunterstützung konzipiert werden, nicht zwingend. Fast alle Methoden und viele Aufgabenstellungen sind zwar auch ohne computergestützte Medien machbar, allerdings oft unter wesentlich erhöhtem Arbeits- und Zeitaufwand. Was wiederum für ihren Einsatz spricht.

Ein großer Vorteil der Nutzung computergestützter Medien ist die digitale Form, in der die erstellten und ausgetauschten Dokumente, Dateien usw. vorliegen. So sind die Speicherung und z.B. das Durchsuchen vorliegender Dokumente nach unterschiedlichen Merkmalen wie z.B. Stichworten, Erstellungsdatum, ... sehr einfach. Eine Überarbeitung ist problemlos möglich sowie auch z.B. Ergänzung mit Annotationen der Lernenden oder Ähnliches. Die Weitergabe an andere bis hin zur Publikation im WWW oder auch in gedruckter Form wird wesentlich erleichtert.

Andere Vorteile computergestützten Lernens wie die Asynchronität der Zusammenarbeit oder die weltweiten Kontaktmöglichkeiten sind an sich nicht neu, sondern durch das Internet nur wesentlich vereinfacht. Auch schon in den „Vorinternet“-Zeiten gab es Fernstudien oder Zusammenarbeit zwischen Studierenden verschiedener Länder.

Viele Hoffnungen der ersten Jahre des Einsatzes von E-Learning wurden inzwischen revidiert, so z.B. die Idee, dass Andere ein fertiges Lehr-/ Lernarrangement, das im WWW zur Verfügung gestellt wird, direkt übernehmen. Dies liegt sowohl an der Komplexität von Lehr-/ Lernsituationen[29] wie auch an dem „Nebeneffekt“ der Konzeption einer Lernumgebung, nämlich der Reflexion der eigenen Lehre.

[29] Michael Kerres schreibt dazu in seinem Buch „Multimediale und telemediale Lernumgebungen“: „Die Übertragung von Erkenntnissen aus einem Kontext in eine neue Situation ist angesichts der Komplexität von Bildungsrealität in der Regel nur bedingt zulässig.“ (Kerres 2001, S. 23)

Dies ist eine ähnliche Situation wie bei Vorlesungsskripten von Hochschulveranstaltungen. Es gibt schon so viele (auch sehr gute) Skripte, dass es eigentlich unnötig sein müsste, ein Weiteres zu erstellen. Trotzdem wird kaum ein Professor/eine Professorin das Skript eines Anderen übernehmen. Der Nutzen der Skripterstellung liegt nämlich nicht vorrangig in dem Ersparen des Mitschreibens für die Studierenden – dazu würde auch ein gutes Fachbuch reichen – sondern bei der Erstellung (oder zumindest Konzeption) des Skripts müssen die Verfasser gezielt und bewusst reflektieren, welche Inhalte ausgewählt, wie sie strukturiert und dargestellt werden. Dies ist eine Form der didaktischen Aufbereitung des fachlichen Inhalts und genau darin besteht der Mehrwert des Skripts im Gegensatz zu einem Fachbuch, das situationsunabhängig[30] konzipiert sein muss. Und durch die einfache Überarbeitungsmöglichkeiten digital vorliegender Dokumente lohnt es sich auch, die Skripte jeweils anzupassen. Als die Skripte noch von Hand oder nur mit Schreibmaschinen erstellt wurden, lohnte sich ein jährliches Anpassen nicht.

Ähnlich verhält es sich mit dem Einsatz computergestützter Medien und z.B. der Erstellung einer „eigenen“ neuen Lernumgebung zu einem bestimmten Thema. Jede/r Lehrende wird in vorhandenen Angeboten immer Unzulänglichkeiten finden, so dass sie/er versucht ist, ein eigenes Angebot zu erstellen. Durch den großen Aufwand, der inzwischen notwendig ist, um mit den vielen technisch und gestalterisch hochwertigen Lernumgebungen mithalten zu können, werden diese Bestrebungen jedoch wieder beschränkt.

Andererseits sind genau die Überlegungen, die zur Konzeption einer Lernumgebung notwendig sind, die Schritte, die einer fundierten didaktischen Reflexion zugrunde liegen. Michael Kerres unterscheidet in seinem Buch „Multimediale und telemediale Lernumgebungen“ den prozessorientierten Begriff „Lehr-/ Lernmedien“ vom zielorientierten Begriff „Bildungsmedien“. Zur Entwicklung hochwertiger Lernangebote fordert er eine „rigorose Auseinandersetzung mit der Zielperspektive“ (Kerres 2001, S. 22). Nur eine klare und wohl begründete Zieldefinition des Lehr-/ Lernarrangements kann zu qualitativ hochwertigem Lernen führen. Dies hängt nicht von der technischen oder Design-Qualität der Lernumgebung ab, sondern immer nur von der Nutzung. Kerres führt weiter auf, dass „die didaktische Qualität oder Wertigkeit eines Mediums sich nicht an Merkmalen des Mediums selbst (seien sie inhaltlicher, konzeptueller oder gestalterischer Art etc.) feststellen lässt, sondern nur in dem kommunikativen Zusammenhang, in dem das Medium Verwendung findet.“ (Kerres 2001, S. 23)

Also kann beispielsweise ein technisch oder gestalterisch „schlechtes“ Medium in einer bestimmten Situation einen besseren Lernerfolg erzielen als ein „gutes“ Medium. Dies lässt wiederum hoffen, dass immer mehr Lehrende dazu übergehen, schon vorhandene Materialien aus dem Internet entsprechend ihren Vorstellungen zu nutzen. Ein Beispiel für projektartiges Arbeiten mit Nutzung im Internet vorhandener Quellen wird in Kapitel 6.4.1 vorgestellt.

[30] Hier darf die konkrete Situation an einer Hochschule keine Rolle spielen, sonst könnte es ja nur in dieser Hochschule eingesetzt werden.

Ob jetzt der Lernerfolg durch den Einsatz von computerbasierten Medien erhöht wird, lässt sich nicht eindeutig belegen, da sehr viele Faktoren beim Lehren und Lernen eine große Rolle spielen. Sicher ist, dass durch die Überlegungen, ob computergestützte Medien überhaupt in Lehr-/ Lernarrangements integriert werden sollen, die Reflexion über die vorhandenen Lehr-/ Lernarrangements angeregt wird.

Ein sehr wichtiger Aspekt der Unterstützung des Lehrens und Lernens ist die Vereinfachung der Kommunikation und der Kooperation sowohl zwischen Lehrenden und Lernenden wie auch der Lernenden unter sich.

Fischer und Mandl schreiben 2000 im Forschungsbericht des Lehrstuhls für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie der Ludwig-Maximilians-Universität München „Lehren und Lernen mit neuen Medien " zum Ansatz des situierten Lernens:

> „In Arbeits- und Lerngruppen wird Wissen gemeinsam konstruiert, indem gegenseitige Erklärungen gegeben, unterschiedliche Auffassungen dargelegt und die Bedeutung von Konzepten ausgehandelt werden [...] . Die Vorzüge neuer Medien werden aus situierter Perspektive deshalb zum einen darin gesehen, dass authentische Kontexte für Lernumgebungen geschaffen werden können. Von rasch wachsender Bedeutung sind jedoch zum anderen auch die Kommunikationstechnologien, die neue Formen der Kooperation von Lernenden, Lehrenden und Experten in den jeweiligen Praxisfeldern ermöglichen." (Fischer und Mandl 2000, S. 4)

Die Fähigkeit, kooperativ arbeiten zu können, kann nicht „inhaltsfrei" vermittelt werden, sondern muss jeweils innerhalb sinnvoller fachlicher Kontexte erfolgen. Deshalb ist es sehr wichtig, dass in allen Fächern innerhalb der Schule kooperativ gearbeitet wird.

Neben der Wiederverwendbarkeit und der Kommunikations- und Kooperationsunterstützung hat der Einsatz computergestützter Medien im Unterricht noch weitere Dimensionen. Kerres fasst dies sehr treffend zusammen:

> „Im Kontext Schule hat die Diskussion über Computer und Medien mehrere Seiten. Diese Disskussion kann sich beziehen ...
>
> - auf den Einsatz von Medien zu Lehr- und Lernzwecken: Medien interessieren dabei als Mittel zur Erreichung fachlicher Lernziele,
> - auf Kompetenzen im Umgang (Nutzung und Bewertung) mit medial transportierten Inhalten: Dabei werden die Medien selbst (Zeitung, Fernsehen, Internet-Angebote etc.) zum eigentlichen Lerngegenstand,
> - auf den Erwerb von mehr oder weniger komplexen Fertigkeiten im Umgang mit Medientechniken und -werkzeugen zu u.a. Abruf, Verstehen, Bearbeitung oder Bewertung medialer Informationen." (Kerres 2001, S. 25)

Da es kein Schulfach „Nutzung (und Gestaltung) computerbasierter Medien“ gibt, müssen die Fähigkeiten und Kenntnisse der letzten beiden Punkte in den anderen Fächern mitvermittelt werden.

Werden Medien als „Hilfsmittel“ zur Erreichung fachlicher Lernziele eingesetzt, so bedarf es neben der technischen Handhabung dieser Medien oft auch eines radikalen Umdenkens in der Herangehensweise an die fachlichen Themenbereiche. Ein Beispiel, das dies sehr schön zeigt, ist die Untersuchung der Graphen linearer Funktionen in der Mittelstufe.

Im Unterricht mit „Papier und Bleistift“ wird üblicherweise in ein Koordinatensystem ein Graph der Funktion $y = x$, dann der Funktionen $y = 2 \cdot x$ bzw. $y = 5 \cdot x$ eingezeichnet, dann vielleicht die entsprechenden Funktionen mit negativem Vorfaktor in ein neues Koordinatensystem. Die Schülerinnen und Schüler sollen dann sagen, „was ihnen auffällt“. Dieses Vorgehen bietet sich an, da wegen des relativ hohen Zeitaufwands nicht sehr viele verschiedene Graphen von Hand gezeichnet werden können.

Wird dasselbe Vorgehen dagegen auch bei Verwendung von z.B. Computeralgebrasystemen gewählt, so werden die Eigenschaften der Computersoftware komplett „verschenkt“. Ein Beispiel für ein solches Vorgehen mit „Papier und Bleistift“ bei der Verwendung des programmierbaren Taschenrechners zeigt die Abbildung 7.5 auf S. 215 im Anhang H.

Bei einem solchen Vorgehen stellt sich berechtigterweise die Frage, was hierbei durch den Einsatz der Technologie gewonnen wird. Es besteht die Gefahr, dass die Bedienung des Taschenrechners in den Vordergrund rückt und der mathematische Zusammenhang nur noch „Beiwerk“ ist.

Dass die Möglichkeiten des Herumspielens und Ausprobierens mit Unterstützung von Computersoftware wesentlich adäquater ausgenutzt werden können, zeigt z.B. die folgende Verwendung des in Abbildung 3.3 in einem Screenshot dargestellten Java-Applets aus den „E-examples“ der NCTM-Standards[31].

Mit diesem Applet, bei dem sich die Parameter m und b der linearen Funktionsgleichung einstellen und die Koordinaten von Punkten auf der Geraden ablesen lassen, oder auch einem entsprechend vorbereiteten Excel-Arbeitsblatt können dann die Schülerinnen und Schüler Vermutungen aufstellen, welchen Einfluss die beiden Parameter m und b in der Funktion $f : x \rightarrow m \cdot x + b$ haben. Eine solche Fragestellung lässt im Gegensatz zu der „Papier und Bleistift“ - Methode einen zeitlichen und inhaltlichen Spielraum für eigene Überlegungen der Lernenden. Auch ist die Fähigkeit, den Einfluss verschiedener Parameter in Funktionsgleichungen zu erkennen, eine Fähigkeit, die sich auf viele andere Funktionstypen übertragen lässt.

Computergestützte Medien können als Bausteine betrachtet werden, die erst durch die passenden „Werkzeuge“ bei der Generierung von Wissen helfen können. „All diese Bau-

[31] Quelle: URL: `http://standards.nctm.org/document/eexamples/index.htm`, Zugriffsdatum: 7.8.2003

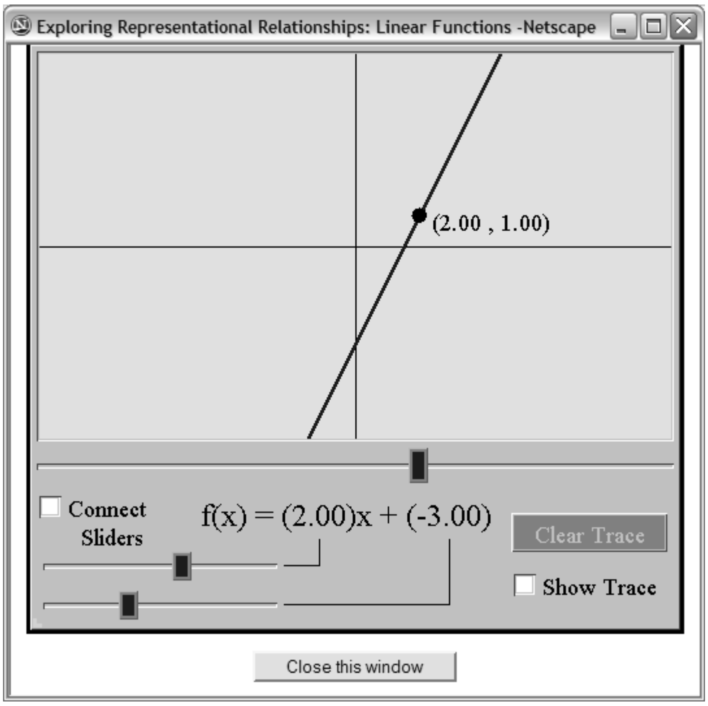


Abbildung 3.3: Screenshot des Java-Applets zu Graphen linearer Funktionen, Quelle URL `http:// standards.nctm.org/document/ eexamples/chap7/7.5/`, Zugriffsdatum: 7.8.2003

steine bewirken aber letztendlich bei den Lernenden nur dann einen Wissenszuwachs, wenn sie in entsprechende Aufgaben- und Fragestellungen eingebettet sind, die zu Tätigkeiten wie Ausprobieren, Verstehen, Nachvollziehen, Durchrechnen, Konstruieren, Kommunizieren, Diskutieren, Strukturieren, Kooperieren, Begründen usw. anregen und diese unterstützen." (Bescherer und Vogel 2002, S. 13)

Ist dies der Fall, so kann der sinnvolle Einsatz computergestützter Medien beim Lehren und Lernen wesentlich zu nachhaltig nutzbaren und übertragbaren Fähigkeiten und Kenntnissen in den entsprechenden Fächern beitragen.

Aus mathematikdidaktischer Sicht sollte die Umsetzung in diesem Kapitel bschriebenen Ansätze „Mathematik und Allgemeinbildung", „prozess- bzw. anwendungsorientierter Mathematikunterricht" und „Verwendung computergestützter Medien" dazu beitragen insgesamt die Studierfähigkeit und besonders die mathematische Studierfähigkeit zu verbessern.

4 Übergang Schule – Hochschule: Blick auf die Betroffenen

Soll ein Übergang betrachtet werden, so spielen sowohl die Vorgeschichte, der genaue Verlauf des Übergangs wie auch das „Ankommen auf der anderen Seite“ eine Rolle. Für den Übergang von der Schule zur Hochschule ist eine solche ganzheitliche Betrachtungsweise im Rahmen einer Doktorarbeit nicht möglich. Aspekte, die dabei untersucht werden könnten, sind (ohne Vollständigkeit): Leistungen, sowohl über die erhaltenen Noten wie auch durch standardisierte Tests, Haltungen und Einstellungen, Erwartungen, Emotionen, Vorinformationen, Attribuierungen, Weltbilder, Anforderungen, Informationsquellen ... sowohl der Studienanfängerinnen und -anfänger und wie auch der anderer Beteiligter, z.B. Lehrerinnen und Lehrer, Hochschullehrende oder Familien.

Durch die bestandene Abiturprüfung oder entsprechende Hochschulzugangsberechtigung[1] wird den deutschen Studienbewerberinnen und -bewerbern eine zumindest ausreichende Studierfähigkeit bescheinigt. Die einzigen zumindest annähernd objektiven Rückmeldungen zum Leistungsstand der Schülerinnen und Schüler sind die Abiturnoten. Es gibt keine einheitliche Einstufung der (Fach-)Leistungen durch die aufnehmenden Institutionen Hochschule oder Ausbildungsbetriebe.

In Deutschland gibt es leider keine den amerikanischen Hochschuleingangsprüfungen[2] vergleichbaren Leistungstests, die einen „standardisierten“ Aufschluss über das tatsächliche (Mathematik-) Leistungsniveau der Studienanfängerinnen und -anfänger geben könnten.

Verschiedene Studien befassen sich mit Aspekten des Themenfelds Übergang von der

[1] Obwohl es gerade in Baden-Württemberg eindeutige Unterschiede zwischen Abitur, Fachabitur, Fachhochschulreife und anderen Hochschulzugangsberechtigungen gibt, wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit der Sammelbegriff „Abitur“ verwendet.

[2] Zumindest einer der beiden Tests „SAT (Scholastic Aptitude Test)“ bzw. „ACT (American College Test)“ muss mit einer entsprechend guten Leistung bestanden worden sein, damit die Bewerber zu einem College zugelassen werden. Der SAT I geht über drei Stunden und besteht vorwiegend aus Multiple Choice Fragen, die die Fähigkeiten im sprachlich- und mathematisch-logischen Argumentieren abprüfen. Der SAT II bezieht sich auf einzelne Fächer, dauert eine Stunde und misst das Wissen der Studienbewerber in bestimmten Fächern und ihre Fähigkeit dieses Wissen anzuwenden. Der ACT besteht aus Tests in vier Bereichen: Umgang mit der englischen Sprache, Mathematik, Textverstehen und naturwissenschaftliches Argumentieren. Informationen zu SAT unter URL `http://www.collegeboard.com/`, Zugriffsdatum 26.8.2002 und zu ACT unter URL `http://www.act.org/`, Zugriffsdatum 26.8.2002.

Schule zur Hochschule, mit der Studierfähigkeit oder dergleichen. Im Folgenden werden die Anlagen und Besonderheiten einzelner Studien vorgestellt. Auf einzelne Ergebnisse wird – soweit für die vorliegende Untersuchung relevant – im Ergebnisteil ausführlicher eingegangen.

4.1 Leistungsuntersuchungen

Wie sieht es mit den Leistungen in Mathematik der Studienanfängerinnen und -anfänger aus? Um zum Studium zugelassen zu werden, muss eine Hochschulzugangsberechtigung vorliegen. Diese kann entweder in Form einer allgemeinen Hochschulzugangsberechtigung (Abitur), fachgebundener Hochschulzugangsberechtigung oder auch in Form einer Eignungsprüfung[3] erlangt werden. Da in Baden-Württemberg bei diesen Prüfungen stets Mathematik ein Teil der Prüfung ist, könnte eigentlich angenommen werden, dass alle Studienanfängerinnen und -anfänger über zumindest ausreichende Kenntnisse in Mathematik verfügen. Dass dies nicht so ist, wird von vielen Hochschullehrenden, die Veranstaltungen für das erste Semester anbieten, immer wieder beklagt.

Die Abiturnoten in Baden-Württemberg – zumindest der letzten Jahre – sind im Wesentlichen konstant geblieben (vgl. Statistisches Landesamt Baden-Württemberg 2002), so dass sich damit kein Trend zu schlechteren Mathematikkenntnissen begründen lässt, der die Zunahme der Besuchszahlen der Mathematikvorkurse erklärt.

Wie können mathematische Leistungen, also das Umsetzen und Anwenden der mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse, gemessen werden?

Soll dies mit Hilfe der Abiturnote in Mathematik geschehen, so müssen zuerst die mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse, die zur erfolgreichen Bearbeitung der Abituraufgaben notwendig sind, erfasst werden.

1977 untersuchte Ludwig Bauer (Bauer 1978) im Rahmen seiner Doktorarbeit die mathematischen Fähigkeiten anhand der (mathematischen) Denkfähigkeiten, die zur Bewältigung der bayrischen Abituraufgaben in Mathematik notwendig sind. Er entwickelte dazu einen Katalog mathematischer Denkfähigkeiten, der dann als Messinstrument an die Abituraufgaben angelegt wurde.

Eckard Klieme hat im Rahmen seiner Dissertation 1989 den mathematischen Teil der Tests für medizinische Studiengänge untersucht. Dabei ging es ihm allerdings nicht darum, die mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse der Bewerberinnen und Bewerber zu erfassen, sondern um „die empirische Klärung der Frage, was das Ankreuzen

[3] Eignungsprüfungen können z.B. an den Pädagogischen Hochschulen durch Ablegen von acht schriftlichen und mündlichen Prüfungen zu einer Zulassung zum Studium für das Lehramt Grund- und Hauptschule berechtigen.

bestimmter Antwortalternativen beim Bearbeiten von MGV-Aufgaben[4] mit einem wie auch immer definierten theoretischen Begriff von „mathematischem Grundverständnis“ als Teilkomponente der „Studierfähigkeit für medizinische Fächer“ zu tun hat.“ (Klieme 1989, S. 1)

Aus diesen beiden Untersuchungen lassen sich allerdings kaum Rückschlüsse auf die Leistungen der derzeitigen Abiturientinnen und Abiturienten ziehen.

Eine vollkommen andere Vorgehensweise stellt die TIMS-Studie dar. Dort wurden Mitte der 90er Jahre die tatsächlich vorhandenen mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse verschiedener Schuljahrgänge mehr oder weniger curriculumsnah überprüft. Dies geschah anhand von sorgfältig konstruierten, an Testpopulationen validierten Testaufgaben.

TIMSS III[5] ist eine Querschnittsuntersuchung, in der die mathematisch-naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn erfasst werden sollte. Dabei wurden – ebenso wie bei den Untersuchungen der anderen Populationen – wesentlich mehr Bereiche als nur die Schülerleistungen erfasst und ausgewertet. Speziell bei der Untersuchung der Oberstufenschülerinnen und -schüler stand „der Mathematik- und Physikunterricht der Oberstufe, seine institutionelle Einbettung, didaktische Gestaltung und seine Ergebnisse im Mittelpunkt.“ (Baumert & al. 2000b, S. 32) In dem Auswertungsband wird ausführlich auf folgende Punkte eingegangen:

- „Kurswahlverhalten und Kurswahlmotive
- Kursniveaus als differentielle Motivations- und Lernmilieus
- der Zusammenhang zwischen Motivation, Lernstrategien und Fachverständnis als ein zentraler Aspekt des selbstregulierten Lernens
- Struktur und Niveau der in der Schule erworbenen mathematischen und physikalischen Kompetenzen
- epistemologische Vorstellungen von Mathematik und Physik
- Unterrichtsstrategien im Mathematik- und Physikunterricht und ihre Bedeutung für Leistung und Fachverständnis
- der Zusammenhang zwischen Kurswahlen und Fachleistung einerseits sowie Berufsperspektiven und Studienfachwahl andererseits“ (Baumert & al. 2000b, S. 32)

Einzelergebnisse aus der TIMSS III Untersuchung werden jeweils in Bezug zu den Ergebnissen meiner Untersuchung im Kapitel 5 dargestellt, so z.B. in Kapitel 5.5.3.

Bezüglich der hier vorliegenden Untersuchung interessiert v.a. die „Erhebung zur voruniversitären Mathematik und Physik“, die sich „nur auf jene Schüler der gymnasialen

[4] MGV bedeutet „mathematisches Grundverständnis“

[5] „III“ bedeutet Population III, d.h. die 18-jährigen bzw. die Schulabgänger (vgl. Fußnote (7) auf S. 13)

Oberstufe (einschließlich Oberstufen an Gesamtschulen und beruflichen Gymnasien) bezog, die Grund- oder Leistungskurse in diesen Fächern belegt hatten.“ (Baumert & al. 2001, S. 11) Die hierfür eingesetzten Mathematik- und Physiktests orientierten sich an den Lehrplänen. Dieses Vorgehen unterscheidet sich von der PISA-Studie oder dem Teil von TIMSS III, der sich v.a. an die Absolventinnen und Absolventen beruflicher Bildungsgänge richtete. Dort wird jeweils überprüft, ob und in welchem Maße das vorher definierte Konzept einer (mathematischen)[6] Grundbildung (Literacy), das fachsystematisches Verständnis und Anwendungsorientierung verbindet, von den Schülerinnen und Schülern erreicht wird.

Baumert & al. fassen das Ergebnis der Untersuchung zur mathematischen Grundbildung, also den Teil von TIMSS III, der alle Schulabgänger betrifft, zusammen:

> „Im internationalen Vergleich erreichen junge Erwachsene in Deutschland am Ende des ersten schulischen und beruflichen Ausbildungszyklus sowohl im mathematischen als auch im naturwissenschaftlichen Bereich ein bestenfalls mittleres Grundbildungsniveau. In beiden Bereichen ist der Abstand zu dem in den leistungsstärksten Ländern erreichten Grundbildungsniveau beträchtlich.
>
> Besonders bedenklich ist der in Deutschland besonders hohe Anteil von Schulabsolventen, deren Kompetenzniveau nicht über praktisches Alltagswissen hinausgeht. Für diese Gruppe hat der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht sein Mindestziel verfehlt.“ (Baumert & al. 2001, S. 17)

Interessant für die vorliegende Arbeit ist v.a. die Untersuchung der Absolventinnen und Absolventen voruniversitärer Mathematikkurse, da sie einen guten Anhaltspunkt zu den mathematischen Fähigkeiten und Kenntnissen der befragten Studienanfängerinnen und -anfänger darstellt. Die Größe dieser Stichprobe betrug in Deutschland 3928 Schülerinnen und Schüler (Baumert & al. 2000a, S. 14).

Die Zielpopulation dieses Teils der Untersuchung, die zu den hier vorgestellten Ergebnissen führte, waren ausschließlich Schülerinnen und Schüler, die Grund- oder Leistungskurse in Mathmatik bzw. Physik besuchten. Untersuchungsgegenstand waren die fachlich „akademischen“ Kompetenzen. Lehrplanexperten aller Bundesländer bestätigten sowohl die curriculare Validität wie auch dass die „Verteilung der voruniversitären Mathematik- und Physikaufgaben auf die unterschiedlichen Anforderungsstufen in etwa derjenigen im Abitur entspricht.“ (Baumert & al. 2001, S. 23) Auch die Lehrerinnen und Lehrer der Testschulen bestätigten in 80 % der Fälle, dass die Lehrinhalte der TIMSS-Aufgaben im Unterricht behandelt wurden.[7]

[6] Bei TIMSS III wurde auch noch die physikalische Grundbildung und bei PISA Textverstehen und naturwissenschaftliche Grundbildung erhoben.

[7] Die Lehrplanexperten waren sogar in 90 % der Fälle dieser Meinung; dies zeigt, dass die Unterrichtswirklichkeit mit den curricularen Vorgaben nicht immer übereinstimmt.

Die erfassten Kompetenzstufen:

> „Die mit dem voruniversitären Mathematiktest erfassten Kompetenzen lassen sich auf einer homogenen Leistungsskala darstellen. Um die Testergebnisse didaktisch nutzbar zu machen, haben wir – wie schon beim Grundbildungstest – Kompetenzstufen definiert und diesen charakteristische Markieritems zugeordnet, die anschaulich verdeutlichen, welche mathematischen Operationen eine Person, die eine Kompetenzstufe erreicht hat, mit hinreichender Sicherheit durchführen kann. Die Analyse der Markieritems bestätigt die theoretische Annahme der Testkonstruktion. Beim TIMSS-Test zur voruniversitären Mathematik handelt es sich um einen fachbezogenen Leistungstest, der erfasst, welches Niveau mathematischer Begriffe, Verfahren und Konzepte der Bearbeiter beherrscht. Auf der untersten Kompetenzstufe ist lediglich intuitives Schlussfolgern unter Verwendung elementarer arithmetischer Operationen möglich. Auf der zweiten Kompetenzstufe wird fachliches Wissen und Können demonstriert, das jedoch im Bereich der Lerninhalte der Sekundarstufe I verbleibt. Erst mit der dritten Kompetenzstufe, also deutlich oberhalb des internationalen Mittelwertes, ist die Fähigkeit gegeben, typische Aufgabenstellungen der Oberstufenmathematik zu bewältigen. Stufe 3 und Stufe 4 unterscheiden sich darin, dass auf der dritten Kompetenzstufe lediglich Standardaufgaben der Oberstufenmathematik gelöst werden können, während das oberste Fähigkeitsniveau auch selbstständiges Problemlösen, Argumentieren und das Verknüpfen zwischen formal-algebraischen und anschaulich-geometrischen Repräsentationen beinhaltet.“ (Baumert & al. 2001, S. 24)

Ein sehr wichtiges Ergebnis ist der empirische Nachweis, dass der – von vielen Mathematikdidaktikern geforderte – verständnisorientierte Mathematikunterricht zu besseren Leistungen führt. Ein verständnisorientierter Unterrichtsstil, der mit anspruchsvollen Aufgaben die kognitive Eigentätigkeit der Schülerinnen und Schüler anregt, führt zu besseren Leistungen, selbst in den curriculumsnah angelegten Mathematiktests der voruniversitären Kurse. „Verständnisorientierte Unterrichtsstratgien stehen in systematischem und substantiellem Zusammenhang mit den Bereichen von Unterrichtszielen kognitiver *und* motivationaler Art, während der typische Rezeptionsunterricht tendeziell mit negativen Effekten im kognitiven *und* motivationalen Bereich einhergeht.“ (Baumert & al. 2000c, S. 305) Oder wie es im Abschlussbericht zu TIMSS III formuliert wird: „Das Ausmaß der Rezeptivität des Unterrichts steht dagegen in einem negativen Zusammenhang mit den erzielten Leistungsergebnissen. In einem primär rezeptiv angelegten Unterricht verfolgen Schülerinnen und Schüler, wie der Lehrer oder die Lehrerin einen mathematischen Gedankengang entwickelt, übertragen den Tafelanschrieb in ihr Schulheft und memorieren Regeln und Verfahren.“ (Baumert & al. 2000a, S. 69)

Interessant für die allgemeine Studierfähigkeit ist das Ergebnis der Untersuchung zum selbstregulierten Lernen. Baumert, Klieme und Bos fassen es wie folgt zusammen:

> „Nach den Selbstberichten sind Oberstufenschüler im Allgemeinen gut in der

> Lage, ihren Arbeitsprozess während der Vorbereitung auf den Unterricht systematisch zu planen und zu überwachen. Sie regulieren ihre Aufmerksamkeit und prüfen, ob sie das Gelernte auch tatsächlich behalten haben. Dagegen sind verständnisorientierte Wissenserwerbsstrategien, mit denen man versucht, sinnstiftende Bezüge innerhalb des neuen Stoffs herzustellen, diesen systematisch mit dem Vorwissen zu verbinden und das neu Gelernte in variierenden Kontexten zu erproben, selten anzutreffen. Besonders auffällig ist das niedrige Niveau des berichteten Einsatzes von Elaborationsstrategien bei der Vorbereitung auf den mathematischen Grundkurs, in dem gleichzeitig das Auswendiglernen stärker zum Zuge kommt. Elaborationsstrategien als wichtigste Elemente verständnisvollen Lernens kommen in der Regel nur bei Aufgaben oder in Lernumwelten zum Einsatz, in denen weniger anspruchsvolle Strategien nicht zum Ziel führen.“ (Baumert & al. 2001, S. 38)

Da im voruniversitären Mathematikunterricht sowohl von der Organisationsstruktur wie auch inhaltlich wesentlich gravierendere Unterschiede bestehen als z.B. in der Mittelstufe, lassen sich keine allgemeinen Aussagen zum „Stand“ der Fähigkeiten und Kenntnisse in Mathematik der deutschen Schülerinnen und Schüler im internationalen Vergleich treffen wie dies z.B. in der TIMSS II (Population der Klassenstufen 7/8) – bzw. der PISA-Untersuchung möglich ist.

Um die relativen Stärken und Schwächen der deutschen Oberstufenschülerinnnen und -schüler in Mathematik herauszubekommen, müssen aufwändige Verfahren herangezogen werden. Baumert & al. arbeiteten mit der sogenannten differentiellen Itemanalayse. Dazu wurde der Schwierigkeitsparameter eines Items – dies entspricht der Lage des Items auf der Kompetenzskala – in drei verschiedene Komponenten zerlegt, und eine dieser Komponenten ist die „Item × Land-Interaktion“ oder die „differentielle Itemfunktion“ (DIF-Parameter). Sie beschreibt die relative, d.h. die von der nationalen Gesamttendenz abweichende Schwierigkeit eines Items.[8] Dann wurden die deutschen Ergebnisse mit denen der Schülerinnen und Schüler aus Österreich, Schweiz, Frankreich, Schweden und USA verglichen.

Das besorgniserregende Resultat:

> „Deutsche Schüler sind beim voruniversitären Mathematiktest relativ zu den europäischen Vergleichspopulationen nicht nur insgesamt leistungsschwächer (Haupteffekt Land); diese Schwächen sind auch besonders ausgeprägt in den anspruchsvollen Bereichen des mathematischen Denkens: Der DIF-Parameter (vgl. S. 64), der relative Stärken (positive Werte) oder Schwächen (negative Werte) der deutschen Untersuchungspopulation anzeigt, korreliert signifikant negativ mit der Zuordnung zu Kompetenzstufen, [...]. Der bedenkliche

[8] Zur Test- und Auswertungsmethodik von TIMSS III vgl. (Baumert & al. 2000c, Kap. III) und (Baumert & al. 2000b, S. 150 f)

Befund lautet also: je anspruchsvoller eine Aufgabe, umso mehr fallen die deutschen Abiturienten hinter Schülern anderer europäischer Länder zurück.“ (Baumert & al. 2000b, S. 151)

4.2 Allgemeine statistische Studien

Das Hochschul-Informations-System in Hannover befasst sich u.a. mit dem Sammeln, Auswerten und Veröffentlichen von statistischen Daten und der Untersuchung hochschulrelevanter Daten. Der im Jahr 2001 erschienene Band 155 zur Hochschulplanung beschäftigt sich mit den Studienanfängern im Wintersemester 2000/2001 (Lewin & al. 2001). Die von mir untersuchte Population ist ein Teil dieser Gesamtpopulation, wenn ich auch nicht weiß, ob einzelne Probanden an beiden Untersuchungen teilnahmen. Die HIS-Studie wurde mit Hilfe eines 12-seitigen Fragebogens erstellt, der an 20 000 Erstimmatrikulierte[9] aus 61 deutschen Hochschulen (ohne Verwaltungsfachhochschulen und Bundeswehrhochschulen) geschickt wurde. Davon wurden knapp 8000 ausgefüllte Fragebögen innerhalb des ersten Semesters zurückgeschickt. (vgl. Lewin & al. 2001, S. 10 f) In diesem Punkt unterscheidet sich die HIS-Studie wesentlich von meiner Untersuchung, da z.B. die Bewertung der schulischen Vorbereitung mit einer Studienerfahrung von ca. drei Monaten (vgl. Lewin & al. 2001, S. 49) erheblich mehr von den Erfahrungen in der Hochschule beeinflusst sind, als eine Einschätzung innerhalb der ersten beiden Wochen des Studiums wie bei meiner Befragung.

Die drei Untersuchungsschwerpunkte der HIS-Studie bestehen aus dem Übergang der Studienanfänger von der Schule zur Hochschule, der Studienwahl und der Situation bei Studienbeginn. Inbesondere die Fragen zu schulischer Herkunft, schulischer Leistung und Lernverhalten und der Situation zu Studienbeginn einschließlich Studienerwartungen und bestehender Wissens- und Fähigkeitsdefizite ermöglichen Querverbindungen und Vergleiche mit der hier vorliegenden Untersuchung.

Allerdings hatte die HIS-Studie weder die Studierfähigkeit an sich noch den Bereich Mathematik als Schwerpunkt, so dass nur einzelne Ergebnisse zum Vergleich mit der hier vorliegenden Untersuchung relevant sind. Die untersuchte Population der HIS-Studie umfasst alle Studiengänge, also im Gegensatz zu meiner Untersuchung auch die Studienanfängerinnen und -anfänger der Studiengänge Mathematik / Diplom und Gymnasiales Lehramt Mathematik ebenso die Studiengänge, die keinerlei Mathematikleistungen erwarten. Leider sind die Ergebnisse nur in einzelnen Fragen so dargestellt, dass sie Rückschlüsse auf Unterschiede in den Fachbereichen erlauben.

[9] Unter „Studienanfängern“ verstehe ich die Besucher der Anfangsvorlesungen in Mathematik. Dies sind also nicht nur Erstimmatrikulierte wie in der HIS-Studie, sondern können auch Studiengang- oder Studienfachwechsler bzw. Studierende in Aufbaustudiengängen sein.

Wichtig ist noch zu erwähnen, dass ich zum Zeitpunkt der Konzeption meines Fragebogens keine Möglichkeit hatte, den HIS-Fragebogen einzusehen.

Eine weitere aufschlussreiche Informationsquelle ist z.B. der HIS Ergebnisspiegel 2002, eine grafisch aufbereitete und kommentierte Zusammenstellung von Daten und Befunden zu zentralen hochschulbezogenen Aspekten, der ein hilfreiches Nachschlagewerk darstellt. (Hochschul-Informations-System 2002)

4.3 Untersuchungen zur Studierfähigkeit

Der Begriff Studierfähigkeit (zu verschiedenen Definitionen vgl. Kapitel 2.1) bzw. der Mangel an Studierfähigkeit wird in erster Linie aus der Sicht der Hochschullehrenden thematisiert. Die abgebende Institution Schule geht ja davon aus, dass sie genügend getan hat, ihre Absolventen auf die aufnehmende Institution Hochschule vorzubereiten, deshalb vergibt sie ja die Hochschul-"Reife". Für die aufnehmende Institution Hochschule[10] stellt sich trotzdem die Frage, inwieweit die Ankommenden überhaupt studierfähig sind.

Leider gibt es keine neuere Untersuchung zum Thema Studierfähigkeit, bei der verschiedene Gruppierungen von Betroffenen nach einem gemeinsamen Konzept befragt wurden. 1987 wurde vom Hochschulinformationssystem ein Projekt „Studierfähigkeit – eine Untersuchung des Übergangs vom Gymnasium zur Universität" durchgeführt (vgl. Kazemzadeh & al. 1987). Dazu wurden „eine problemgeschichtliche Betrachtung des Verhältnisses Gymnasium – Hochschule, die Sekundärauswertung von Daten anderer empirischer Untersuchungen, Einzelinterviews mit Hochschullehrern, Lehrern und Schülern an gymnasialen Oberstufen, Vertretern der Wirtschaft, der Berufs- und Studienberatung sowie eine schriftliche Befragung von 1 150 Gymnasiallehrern, 1 270 Hochschullehrern und 2 450 Studenten in den Anfangssemestern" (Kazemzadeh & al. 1987, S. 1) durchgeführt.

Es lassen sich viele interessante Einschätzungen allgemeiner Studierfähigkeit und auch ihrer Veränderungen aus dieser Untersuchung entnehmen, aber leider nur sehr wenige Informationen in Bezug auf die mathematische Studierfähigkeit.

Weitere Ergebnisse zur Fremd-Einschätzung der Studierfähigkeit gibt es aus Befragungen von Hochschullehrenden (Konegen-Grenier 2002) oder auch Ausbildungsbetrieben der Wirtschaft (Gartz & al. 1999, S.9).

Die Untersuchung von Konegen-Grenier, die im Rahmen des Projekts „Egalität und Effizienz – Das deutsche Modell auf dem Prüfstand"[11] mit dem Ziel „Ansätze zu einer effizienteren Zusammenführung von individuellen Begabungsressourcen und institutionellen

[10] oder auch die Wirtschaft, die Auszubildende mit Abitur aufnimmt (vgl. Gartz & al. 1999, S.9)

[11] gefördert von der informedia-Stiftung, Gemeinnützige Stiftung für Gesellschaftswissenschaften und Publizistik, Köln

Bildungsangeboten zu formulieren" (Konegen-Grenier 2002, S. 11) fokussiert die Definition von Studierfähigkeit im Hinblick auf hochschuleigene Aufnahmeverfahren. Dazu wurde der Begriff „Studierfähigkeit" zuerst über eine Literaturanalyse recherchiert (dabei stützt sie sich stark auf die Definition von Kazemzadeh) und dann mit Hilfe einer empirischen Untersuchung bei Hochschulprofessorinnen und -professoren über Auffassungen zum Thema „Studierfähigkeit" fundiert.

Konegen-Grenier differenziert die Ergebnisse nach Fachrichtungsgruppen von Hochschullehrenden. Von den vier Fachrichtungsgruppen (Gruppe 1: Geisteswissenschaften; Gruppe 2: Rechts-, Wirtschafts- und Sozialwissenschaften; Gruppe 3: Mathematik, Naturwissenschaften und Medizin und Gruppe 4: Ingenieurwissenschaften) decken sich drei Gruppen (bis auf die Geisteswissenschaften) weitgehend mit den Fachrichtungsgruppen der in dieser Arbeit beschriebenen Untersuchung. So stellen ihre Untersuchungsergebnisse eine sehr interessante Ergänzung zum Blickwinkel der befragten Studierenden bei der hier vorliegenden Untersuchung dar.

Viele Einzelergebnisse ergänzen meine Befunde und werden im Kapitel 5 entsprechend dargestellt. Zusammenfassend kommt Konegen-Grenier nach der Auswertung von 1435 ausgefüllten Fragebögen von Hochschullehrenden an Universitäten und Fachhochschulen zu ihrer Darstellung von Studierfähigkeit (vgl. S. 9).

Es verwundert nicht, dass die Hochschullehrenden mit der Studierfähigkeit der Studienanfängerinnen und -anfänger nicht zufrieden sind. So bescheinigen sie nur knapp 25 % eine gute Studierfähigkeit, 41 % eine mittlere und 30 % dagegen eine unzureichende Studierfähigkeit. (Konegen-Grenier 2002, S. 118) Dies bedeutet, dass nach Einschätzung der Hochschullehrenden fast ein Drittel aller Studienanfängerinnen und -anfänger auf einer Hochschule eigentlich nichts zu suchen hätten.

Eine andere Gruppe von „Abnehmern" der Abiturientinnen und Abiturienten, nämlich die Ausbildungsbetriebe, wurden in der Untersuchung von Michaele Gartz, Marion Hüchtermann und Barbara Mrytz befragt (Gartz & al. 1999). Die Autorinnen verstehen ihre Untersuchung als einen „Beitrag zu einer Annäherung von wirtschaftlichen Qualifikationsanforderungen und schulischen Qualifikationsprofilen." (Gartz & al. 1999, S. 9) Es wurden mit Hilfe von Interviews und Fragebögen (763 ausgewertete Fragebögen) Test- und Auswahlverfahren bei der Einstellung von Auszubildenden erfragt. Desweiteren werden Methoden und Maßnahmen, um Schwachstellen der Eingangsqualifikationen der Schulabgänger auszugleichen, dargestellt und Empfehlungen für den Schulbereich entwickelt (Gartz & al. 1999, S.45 f). Naturgemäß sind dabei die Gymnasien nicht die hauptsächlich betroffene Schulart, aber es lassen sich doch einige interessante Ergebnisse für die Abiturientinnen und Abiturienten daraus ablesen. So konstatieren die Autorinnen: „Die Mängel bei den Kulturtechniken[12] sind je nach Schulform unterschiedlich, bei

[12]Grundrechenarten, Rechtschreibung, schriftlischer und sprachlicher Ausdruck, grundlegendes Allgemeinwissen,...

den persönlichen und überfachlichen Qualifikationen[13] aber eher schulformunabhängig.“ (Gartz &al. 1999, S.145)

Die Studie TOSCA (Transformation des Sekundarsschulsystems und akademische Karrieren) untersuchte im Mai 2002 die Oberstufenschülerinnen und -schüler der allgemeinbildenden und beruflichen Gymnasien in Baden-Württemberg. Es ist eine von der Anlage her als „kleine Schwester“ von PISA zu verstehende Untersuchung zur Studierfähigkeit baden-württembergischer Abiturientinnen und Abiturienten. Es nahmen über 4500 Schülerinnen und Schüler aus 150 Gymnasien teil. Unter anderem ist ein 90-minütiger Mathematiktest Teil dieser Untersuchung. Die Auswertung und Veröffentlichung der Ergebnisse ist zwar für den Sommer 2003 angekündigt, doch liegen leider zum derzeitigen Zeitpunkt noch keine Ergebnisse vor.

[13]Persönliche Qualifikationen: Pünktlichkeit, Zuverlässigkeit, Sorgfalt, Genauigkeit, Anstrengungsbereitschaft,... Überfachliche Qualifikationen: Team- und Kommunikationsfähigkeit, selbstständiges und planvolles Arbeiten, Kooperation, Selbstständigkeit,...

5 Ergebnisse der Untersuchung

5.1 Untersuchung

Ziel meiner Untersuchung, die zu Beginn des Wintersemesters 2000/2001 mit Hilfe eines Fragebogens (vgl. Anhang A) durchgeführt wurde, ist es, die Selbsteinschätzung der Studierfähigkeit im Bereich Mathematik der Studienanfängerinnen und -anfänger zu ergründen. Dazu wurden Selbsteinschätzungen zu mathematischen Kenntnissen und Fähigkeiten, erwartete Probleme im Studium, Einstellungen zur Mathematik und Arbeitsformen des erlebten Mathematikunterrichts in der Oberstufe abgefragt. Der Fragebogen (vgl. Anhang A) umfasst 169 Items und deckt verschiedene Felder ab, die Aufschluss über die Selbsteinschätzungen, Erfahrungen, Haltungen und Einstellungen der Studienanfängerinnen und -anfänger geben können. Die Untersuchung ist explorativ und sehr umfassend angelegt, es werden hier jedoch nur einzelne aussagekräftige Erkenntnisse vertieft dargestellt.

Es wurden fast ausschließlich[1] Studierende befragt, die zwar Mathematik nicht studierten (d.h. nicht im Diplomstudiengang oder als Höheres Lehramt am Gymnasium), aber trotzdem für ihr Fachstudium mindestens eine Prüfungsleistung im Fach Mathematik erbringen müssen.

Die Auswahl dieser Population von Studienanfängerinnen und -anfängern wurde sehr bewusst getroffen. Diejenigen, die Mathematik im Diplomstudiengang oder als Höheres Lehramt am Gymnasium gewählt haben, sollten zumindest zu Beginn ihres Studium keine allzu großen Schwierigkeiten erwarten, sind also für eine Untersuchung der Selbsteinschätzung mathematischer Studierfähigkeit am Studienbeginn nicht sehr interessant. Ebenso wenig die Studierenden der Studiengänge, die völlig ohne Mathematikleistungsnachweise auskommen.

Die Studienanfängerinnen und -anfänger, die einen nicht-mathematischen Studiengang gewählt haben, aber trotzdem – für manche überraschend – Leistungsnachweise in Mathematik erbringen müssen, sind für den Untersuchungsgegenstand die interessanteste Population. Sie weisen in ihren eigenen Einschätzungen mathematischer Fähigkeiten und Kenntnisse eine breite Streuung auf und müssen sich mit dem Thema Mathematik in ihrem Studium befassen.

[1] Von 1165 befragten Studierenden studierten 45 Lehramt ohne Mathematik als einem Fach.

Bei meiner Untersuchung beschränke ich mich zeitlich, inhaltlich und örtlich:

- zeitlich: die ersten beiden Wochen nach Studienbeginn
- inhaltlich (vgl. Anhang A):
  - die Selbsteinschätzung der Fähigkeiten und Kenntnisse in Mathematik
  - die Einschätzung der Wichtigkeit dieser Fähigkeiten und Kenntnisse
  - Fragen zu Methoden, Arbeitsformen und Medien im erlebten Mathematikunterricht
  - Einschätzungen eventueller Schwierigkeiten im Studium
  - bestimmte Haltungen und Einstellungen zum Fach Mathematik und zum Mathematikunterricht
  - Gründe für die Studienfachwahl
  - die Informationsquellen ihrer Erwartungen an das Hochschulstudium
- örtlich:
  - Fachhochschule Esslingen, Hochschule für Technik
  - Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
  - Universität Hohenheim

Es wurden keine Messungen des tatsächlichen Kenntnisstandes der Studienanfängerinnen und -anfänger durchgeführt, sondern auf die Ergebnisse der TIMS-Studie bei der Population III, v.a. die Untersuchung der Gymnasiasten zurückgegriffen.

Wegen der unterschiedlichen Organisationsstrukturen konnte die Befragung nicht in allen Hochschulen einheitlich durchgeführt werden, dies führte zu sehr ungleichen Anteilen von befragten Studienanfängerinnen und -anfängern an den einzelnen Hochschulen.

- An der Fachhochschule Esslingen müssen sich alle Studienanfängerinnen und -anfänger in ihrer ersten Mathematikvorlesung einem schriftlichen Mathematiktest unterziehen. Da dieser nicht die gesamten 90 Minuten ausfüllt, sollten die Studierenden den Fragebogen in der verbleibenden Zeit ausfüllen und gleich wieder abgeben. Daraus ergibt sich eine sehr hohe Rücklaufquote.
- An der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg wurden die Fragebögen innerhalb der ersten Vorlesungswoche während der Mathematikvorlesungen[2] ausgefüllt. Damit konnte ein großer Teil der Studierenden, die Mathematik als Fach belegt haben, abgedeckt werden. Schwieriger war es Studierende der PH Ludwigsburg, die nicht Mathematik als Fach belegt haben, zu erreichen. Da es keine allgemeinen Einführungsvorlesungen z.B. für Deutsch oder Englisch vergleichbar den Mathematikvorlesungen gibt, wurden die Fragebögen von Kolleginnen und Kollegen der Fächer Deutsch und Englisch innerhalb einzelner Seminare in den ersten beiden

[2] Jeweils für die Studiengänge „Grund- und Hauptschule/Sonderschule“ bzw. „Realschule“ getrennt.

Vorlesungswochen verteilt. Dies führte zu einem sehr geringen Rücklauf dieser Teilpopulation.

- Ähnlich schwierig war die Situation an der Universität Hohenheim. Hier gibt es zwar Mathematikvorlesungen, die für Studienanfängerinnen und -anfänger der grundständigen Studiengänge angeboten werden. Und eigentlich müssten alle Studierenden der grundständigen Studiengänge diese Vorlesungen besuchen, allerdings ist dies bei weitem nicht der Fall. Die Fragebögen konnten in diesen Vorlesungen zwar ausgeteilt werden, leider war es jedoch nicht möglich, sie auch während dieser Vorlesung ausfüllen zu lassen. Der Rücklauf erfolgte innerhalb der ersten beiden Vorlesungswochen in den Mathematikübungen und belief sich auf ca. 25 % der Hohenheimer Studienanfängerinnen und -anfänger.

Der Grund, die Studierenden an der Pädagogischen Hochschule hier auch zu den „Nicht-Mathematikern" zu zählen, obwohl sie ja z.B. Lehramt Realschule mit dem Fach Mathematik studieren, ist folgender: Die Studierenden an der Pädagischen Hochschule entscheiden sich in erster Linie für den Studiengang Lehramt an Grund- und Hauptschule bzw. Real- oder Sonderschule und erst in zweiter Linie für die einzelnen Fächer[3].

Zur Erstellung des Haupt-Fragebogens wurde zu Beginn des Wintersemesters 99/2000 ein Probefragebogen an der Universität Hohenheim und der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg ausgeteilt. Es ergab einen Rücklauf von 411 ausgefüllten Fragebögen. Bei diesen Fragebögen waren einige Fragen offen gestellt oder es gab die Möglichkeit unter „sonstiges" noch weitere Items anzugeben. Die Fragebögen wurden hauptsächlich auf Verständnisprobleme und eben diese Zusätze hin ausgewertet[4].

Ausgehend von diesem Fragebogen und durch Anregungen aus einem Fragebogen von Werner Stangl (vgl. Stangl 2001) wurde der zur Hauptuntersuchung verwendete explorative Fragebogen erstellt. Da es keine ähnlich gelagerten Fragebogenuntersuchungen gab, konnte nicht auf einen standardisierten Fragebogen zurückgegriffen werden. Und eine eng an Theorien angebundene Befragung wurde ebenfalls aus Mangel an geeigneten theoretischen Veröffentlichungen verworfen.

Allerdings wurden einzelne Ansätze aus der didaktischen Literatur, z.B. dem Allgemeinbildungskonzept von Hans Werner Heymann (vgl. Kapitel 3.1.1) oder auch aus den NCTM-Standards (vgl. S. 16) in die abgefragten Items einbezogen.

Zur Auswertung der Daten:
Die Daten wurden durch Hilfskräfte von Hand aus den Fragebögen in Excel-Dateien übertragen und dann in SPSS importiert. So konnten die Hilfskräfte zeit- und ortsun-

[3]Die statistischen Auswertungen, die diese Aussage begründen, werden in Kapitel 5.10 ausführlich diskutiert.

[4]So wurde erst durch die mehrfache Nennung des Items „Kopfrechnen" unter „Sonstiges" bei der Frage nach der „Wichtigkeit mathematischer Fähigkeiten und Kenntnisse" dies auch im Hauptfragebogen aufgenommen.

abhängig arbeiten. Es wurden dann einzelne Unstimmigkeiten oder offensichtliche Tippfehler mit Hilfe der eindeutigen Fragebogennummerierung nachvollzogen und korrigiert.

In einigen Fällen hatten die befragten Absolventen der Gymnasien, die ja Punkte in Mathematik bekamen, eine Mathematiknote eingetragen. Da dies zu Auswertungsproblemen führte, wurden entweder die Noten wieder in Punkte umgerechnet oder die Einträge gestrichen.[5]

Dann wurden von allen Items die Häufigkeiten bestimmt. Da die Angaben bei den einzelnen Items „Begriff sagt mir nichts“, „nicht relevant“ bzw. „nicht behandelt“ nicht in weitergehende Berechnungen als Werte einfließen dürfen, wurden diese Antworten nach der Bestimmung der Häufigkeit als „systembedingt fehlend“ gesetzt. Ebenso wurden die Abiturnoten auf ganze Noten gerundet.

Um Aussagen zu eventuellen Zusammenhängen mit den studierten Fächern machen zu können, wurden wegen der teilweise zu geringen Anzahl in den einzelnen Fächern die Fächer zu Fachbereichen zusammengefasst. Die genaue Zuordnung und die jeweilige Anzahl Studierender in den einzelnen Fächern kann den Tabellen 7.1 und 7.2 im Anhang B, S. 198 f entnommen werden.

Die Antwortmöglichkeiten der meisten Items bewegen sich auf einer ordinalen Skala[6] (vgl. Fragebogen im Anhang A). Deshalb wurde bei den Auswertungen im Allgemeinen das Vorgehen für ordinal skalierte, nicht normal verteilte Werte gewählt. Abweichungen von diesem Vorgehen werden bei den einzelnen Auswertungen erklärt.

Trotz des vergleichsweise hohen Rücklaufs von 1165 auswertbaren Fragebögen sind die im folgenden Kapitel dargestellten Ergebnisse meist nur als Hinweise auf mögliche Zusammenhänge zu sehen, die in einer weiterführenden Untersuchung mit mehr qualitativen Methoden vertieft werden könnten.

5.2 Darstellung der Ergebnisse

Da die verschiedenen Fragenkomplexe zusammenhängen, sie aber in Buchform nur linear dargestellt werden können, wird in der Abbildung 5.1 eine Übersicht über die einzelnen Bereiche und deren Zusammenhänge gegeben. Die Nummern beziehen sich auf die Abschnitte in diesem Kapitel.

Zuerst wird im Kapitel 5.3 durch den Vergleich der demographischen Daten gezeigt,

[5] Bei der Angabe „Mathematiknote: 8“ ist es klar, dass damit die Punkte gemeint sind, da es keine Note „8“ gibt. Falls die Absolventinnen und Absolventen der Gymnasien aber z.B. die „Mathematiknote: 3“ angegeben haben, so konnte ich nicht entscheiden, ob diese Angabe die Punktzahl oder die Note darstellte und habe sie deshalb gestrichen. Dies war aber nur in 17 Fällen notwendig.

[6] z.B. „sehr schlecht“, „schlecht“, „mittel“, „gut“, „sehr gut“ bzw. „nie“, „selten“, „häufig“, „immer“, ...

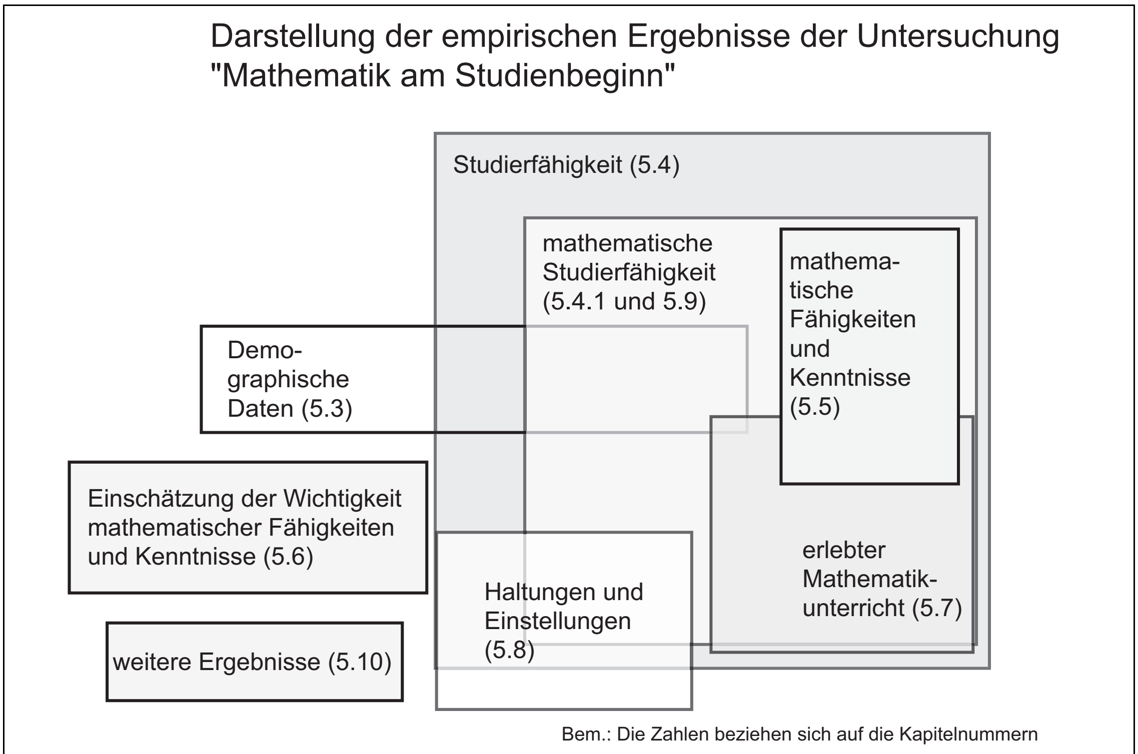


Abbildung 5.1: Struktur der Kapitelzusammenhänge

dass die hier untersuchte Population weitgehend der Gesamtpopulation der Studienanfängerinnen und -anfänger im Wintersemester 2000/01, die in der HIS-Studie (vgl. S. 65) untersucht wurde, entspricht. Im Kapitel 5.4 werden die Selbsteinschätzungen der Studienanfängerinnen und -anfänger zu erwarteten Schwierigkeiten im Studium und ihrem Gefühl des „gerüstet Seins“ sowohl im Bereich Mathematik wie auch in anderen für die allgemeine Studierfähigkeit relevanten Bereichen dargestellt und mit anderen Untersuchungen zur Studierfähigkeit verglichen. Der Einfluss verschiedener Faktoren auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit wird im Kapitel 5.9 mit Hilfe von Korrelationsrechnungen und des LISREL-Ansatzes untersucht.

Im Kapitel 5.5 schätzen sich die Studienanfängerinnen und -anfänger sowohl in den spezifischen Inhalten der Oberstufenmathematik wie auch in den weitergehenden Fähigkeiten und Kenntnissen der Mathematik selbst ein. Dies wird in Bezug zu den Einschätzungen der Hochschullehrenden und den Ergebnissen von TIMSS III gestellt.

Finden die Studierenden Fähigkeiten und Kenntnisse in Mathematik überhaupt wichtig? Die Einschätzungen der Wichtigkeit der Fähigkeiten und Kenntnisse im Bereich Mathematik werden im Kapitel 5.6 detailliert untersucht. Dazu gibt es leider kaum Vergleichsuntersuchungen, v.a. nicht bei der von mir untersuchten Population.

Die Einschätzung, was im Mathematikunterricht in der Schule mehr oder weniger getan werden sollte (zweiter Teil des Kapitel 5.6), hängt außer von den inhaltlichen Überlegungen auch vom erlebten Mathematikunterricht ab. Die Methoden und verwendeten Materialien im Mathematikunterricht der Oberstufe werden im Kapitel 5.7 untersucht.

Haltungen und Einstellungen zur Mathematik spielen bei der mathematischen Studierfähigkeit eine Rolle, die in Kapitel 5.8 diskutiert wird.

Durch die Art der Darstellung insbesondere den Überschneidungen der einzelnen Fragenkomplexe werden auch schon einzelne Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Befunden angedeutet. So wird sich z.B. zeigen, dass die Einschätzung der Wichtigkeit mathematischer Fähigkeiten und Kenntnisse keinen messbaren Einfluss auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit (vgl. Abschnitt 5.9) hat.

5.3 Demographische Daten

Insgesamt kamen 1165 auswertbare Fragebögen zurück. Da die Oberstufenorganisation in den einzelnen Bundesländern sehr heterogen ist, wurden nur die 1044 Befragten, die ihre Hochschulzugangsberechtigung in Baden-Württemberg erhalten haben, weiter ausgewertet. Eine Übersicht zur Verteilung der Hochschulen, der Arten der Hochschulzugangsberechtigung, der Geschlechter, des Durchschnittsalters usw. gibt die Tabelle 5.1.

Die Studie des Hochschulinformationssystems (vgl. S. 65) untersuchte fast zeitgleich eine wesentlich größere Population von Studienanfängerinnen und -anfängern (ca. 8000). Einzelne Befunde der HIS-Studie ergänzen meine Daten sehr gut und werden deshalb im Zusammenhang dargestellt. Die Befunde zeigen, dass die hier untersuchte Population nicht wesentlich von derjenigen der HIS-Studie abweicht. In der HIS-Studie sind sowohl die Studierenden der Mathematik (Diplomstudiengang und Höheres Lehramt für Gymnasium) wie auch die aller Studiengänge, die keine Mathematikveranstaltungen (z.B. Germanistik, Sprachen, Sozialpädagogik usw.) besuchen müssen, berücksichtigt. Gerade diese Studiengänge, die keinerlei Mathematik fordern, haben einen sehr großen Frauenanteil[7].

Durch den hohen Anteil der Studierenden an der Fachhochschule für Technik von 52 % der untersuchten Population sind sowohl die männlichen wie auch die Studienanfängerinnen und -anfänger mit einer anderen Hochschulzugangsberechtigung als dem Abitur stärker vertreten als in der Population der HIS-Studie. Da die Organisation und die Anforderungen z.B. des Berufskollegs z.T. erheblich von denen des allgemeinbildenden Gymnasiums abweichen, wurden manche Auswertungen nur anhand der Antworten von Absolventinnen und Absolventen der allgemeinbildenden Gymnasien durchgeführt.

[7] z.B. Studienanfängerinnen zum Wintersemester 2000/01 in Sprach-/ Kulturwissenschaften/Sport: 71 % oder Kunst/Kunstwissenschaften: 65 % (Lewin & al. 2001, S. 31)

Item	FH Esslingen	Uni Hohenheim	PH Ludwigsburg	Gesamt	HIS-Studie		
Hochschule	545 (52,2 %)	255 (24,4 %)	244 (23,4 %)	1044	knapp 8000[a]		
Art der Hochschulzugangsberechtigung:					Gesamt	Uni	FH
Abitur	45 %	99 %	94 %	68 %	84 %	96 %	53 %
FH-Reife	52 %	1 %	4 %	30 %	16 %	3 %	46 %
sonst.	3 %	0	2 %	2 %	0	0	0
Geschlecht:					Gesamt	Uni	FH
männlich	501 92 %	110 43 %	33 13,5 %	644 62 %	51 %	47 %	61 %
weiblich	44 8 %	145 57 %	211 86,5 %	400 38 %	49 %	53 %	39 %
Durchschnittsalter	22,1 Jahre	20,6 Jahre	20,9 Jahre	21,5 Jahre	21,6 Jahre[b]		
Note der Hochschulzugangsberechtigung:					Gymnasien	and. Schularten	Ba-Wü 2000[c]
	2,4	2,3	2,5	2,4	2,3	2,5	2,4
Jahr der Hochschulzugangsberechtigung:							
2000	36 %	39 %	55 %	41 %	42 %		
1999	45 %	37 %	29 %	40 %	keine Angaben		

[a] (vgl. Lewin & al. 2001, S. 10)
[b] (vgl. Lewin & al. 2001, S. 13)
[c] (vgl. Statistisches Landesamt Baden-Württemberg 2002)

Tabelle 5.1: Demographische Daten der befragten Population im Vergleich zur HIS-Studie (Lewin & al. 2001)

Trotz des sehr hohen Frauenanteils an der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg konnte aufgrund der geringeren Gesamtzahl der Befragten der hohe Männeranteil nicht ausgeglichen werden. Da die Wahl des Studienganges nicht geschlechtsunabhängig ist, wurde größtenteils auf eine genauere Untersuchung der Zusammenhänge der Antworten mit dem Geschlecht zugunsten einer Untersuchung von Zusammenhängen mit dem gewählten Fachbereich verzichtet (vgl. Tabelle 7.1 in Anhang B auf S. 198). Die Verteilung der Geschlechter auf die verschiedenen Fachbereiche wird in Tabelle 7.3 auf S. 201 im Anhang C dargestellt. Am ehesten ausgeglichen ist das Verhältnis zwischen Männer und Frauen im Fachbereich Wirtschaftswissenschaften mit 58 % Männern und 42 % Frauen. Beim Lehramt und den Naturwissenschaften gibt es einen hohen Frauenanteil von 86, 5 % bzw. 76, 5 %[8] und in den Ingenieurwissenschaften einen extrem hohen Männeranteil von 93, 5 %.

Der Durchschnitt der Abiturnoten an den allgemeinbildenden Gymnasien in Baden-Württemberg lag in den Jahren 1999 und 2000 jeweils bei 2,37; an den beruflichen Gymnasien im Jahr 2000 bei 2,62. (Statistisches Landesamt Baden-Württemberg 2002). Bei den in meiner Untersuchung Befragten lag die Durchschnittsnote bei den Absolventen des allgemeinen Gymnasiums etwas schlechter, nämlich bei 2,41 und bei den beruflichen Gymnasien dagegen etwas besser, bei 2,47.

Der Vergleich mit den Daten aus der HIS-Studie zeigt, dass die hier untersuchte Population, die ja von den Studienfächern her nur einen Teil der Gesamtpopulation der Studienanfängerinnen und -anfänger darstellt, doch in wichtigen Merkmalen auch die Gesamtpopulation repräsentiert. Da ja bewusst die „Nicht-Mathematiker“ unter den Studierenden zu ihren Einschätzungen, Einstellungen usw. zur Mathematik befragt werden sollten, schließt dies die Mathematikerinnen und Mathematiker sowie die Studiengänge, die überhaupt keine Leistungsnachweise in Mathematik erbringen müssen, aus.

5.4 Einschätzung der Studierfähigkeit

Die Selbsteinschätzungen zur Studierfähigkeit der Studienanfängerinnen und -anfänger werden getrennt nach der mathematischen und der allgemeinen Studierfähigkeit vorgestellt. Die Auswertung bezieht sich auf die Fragen 5 und 10 sowie einem Item aus der Frage 12 des Fragebogens (vgl. Anhang A).

[8] Der hohe Frauenanteil bei den Naturwissenschaften liegt daran, dass an der Universität Hohenheim nur die Studiengänge Biologie, Agrarwissenschaften bzw. -biologie, Ernährungswissenschaften und Lebensmitteltechnologie studiert werden können.

5.4.1 Mathematischer Teil der Studierfähigkeit

Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung

Wie sehen die Studienanfängerinnen und -anfänger selbst ihre Vorbereitung auf das Studium und insbesondere auf den mathematischen Bereich in ihrem Studiengang?

Ausgewertet werden die Items (vgl. Fragebogen im Anhang A):

> Wie gut fühlen Sie sich im Bereich Mathematik für das Studium gerüstet?
> Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium im Bereich Mathematik Schwierigkeiten?
> Zustimmung zur Aussage: „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen.“

Die Antworten zu den drei Fragen, die sich speziell mit dem Fach Mathematik befassen, sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Es wurden dazu nur die 984 Studierenden ausgewertet, die auch in Mathematik in ihrem Studium einen oder mehrere Leistungsnachweise erbringen müssen (d.h. die Lehrämtler ohne Fach Mathematik wurden weggelassen). Dabei entspricht die Zahl derjenigen, die sich schlecht oder sehr schlecht im Bereich Mathematik für das Studium gerüstet fühlen (21 %), in etwa den 26 % aus der HIS-Studie (vgl. Tabelle 5.3 auf S. 79), die ihre Fähigkeiten in Mathematik als für das Studium nicht ausreichend einschätzen. Die Zahl der in meiner Untersuchung befragten, die sehr große oder große Schwierigkeiten im Bereich Mathematik erwarten, ist jedoch mit 34 % wesentlich höher. Dies bedeutet, dass ein Drittel der Studierenden nicht auf ihre während der Schulzeit erlangten Kenntnisse und Fähigkeiten in Mathematik vertraut.

Wie gut fühlen Sie sich im Bereich Mathematik für das Studium gerüstet?				
sehr schlecht	schlecht	mittel	gut	sehr gut
2 %	19 %	51 %	26 %	2 %
Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium im Bereich Mathematik Schwierigkeiten?				
sehr große	große	mittlere	geringe	keine
6 %	28 %	49 %	15 %	2 %
Zustimmung zur Aussage: „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen.“				
stimme voll und ganz zu	stimme stark zu	weder/ noch	stimme etwas zu	stimme gar nicht zu
6 %	15 %	16 %	33 %	30 %

Tabelle 5.2: Einschätzungen der Fähigkeiten und erwarteten Schwierigkeiten im Bereich Mathematik

Insgesamt fällt hierbei der große Anteil von „Unentschlossenen“ auf, die sich weder so noch so entscheiden können. Dies könnte zum einen an der Fragebogenstruktur (Tendenz zur Mitte) liegen, oder auch, dass die Befragten sich eigentlich besser als angegeben einschätzen, wegen der Befragung jedoch so verunsichert in ihrer Einschätzung werden, dass sie sich doch für eine schlechtere Einschätzung entscheiden. Es ist aber auch möglich, dass durch den sehr frühen Befragungszeitpunkt – im Gegensatz zur HIS-Studie – sie sich noch zu keiner Einschätzung in der Lage fühlten.

Die 21 % der Studienanfängerinnen und -anfänger, die angeben, dass sie Angst haben, wegen Mathematik ihr Studium nicht zu schaffen, fallen umso mehr ins Gewicht, da ja die meisten Befragten (alle außer den Lehramts-Studierenden) in Mathematik „nur“ ein oder zwei Leistungsnachweise in Form von Schein- oder Vordiplomsklausuren zu bestehen haben.

Wird das Antwortverhalten der verschiedenen Fachbereiche auf diese Fragen mit Hilfe des Kruskal-Wallis-Test auf signifikante Unterschiede untersucht, so ergeben sich bei den Fragen nach dem „gerüstet Sein“ und den erwarteten Schwierigkeiten keine signifikanten Werte. Die „Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen“, ist bei den Ingenieuren signifikant höher und bei den Wirtschaftswissenschaftlern signifikant geringer ausgeprägt, als bei den beiden anderen Fachbereichen [9] Die arithmetischen Mittelwerte der Antworten auf einer Skala von 0 (stimme gar nicht zu) bis 4 (stimme voll und ganz zu) liegen beim Lehramt bei $1,31$, bei den Wirtschaftswissenschaften bei $1,16$, bei den Naturwissenschaften $1,34$ und bei den Ingenieurwissenschaften bei $1,43$.

Dies kann zum einen an dem großen Anteil von Absolventinnen und Absolventen von Berufskollegs unter den Ingenieurstudierenden liegen, zum anderen aber auch an dem Mathematiktest, den die Studierenden der Fachhochschule direkt vor dem Ausfüllen des Fragebogens abgelegt haben.

Auf Unterschiede zwischen den Geschlechtern wurden nur die Studierenden der Universität Hohenheim untersucht, da dort die beiden Geschlechter relativ ausgeglichen vertreten sind (43 % Männer und 57 % Frauen). Es ergaben sich aber nach dem U-Test von Mann und Whitney keine signifikanten Unterschiede.

Ein – nicht unerwarteter – Unterschied lässt sich bei allen drei in Tabelle 5.2 dargestellten Antworten erkennen, wenn die „guten“ (Abiturnote besser als $2,5$) und die „schlechteren“ (alle anderen) Abiturienten verglichen werden. So fühlen sich 29 % der schlechten und nur 13 % der guten Abiturienten für den Bereich Mathematik schlecht oder sehr schlecht gerüstet. 40 % der schlechten und 29 % der guten Abiturienten erwarten große oder sehr große Schwierigkeiten in Mathematik. Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen, haben 30 % der schlechten, aber auch immerhin noch 14 % der guten Abiturienten.

Ähnlich verhält es sich mit den Unterschieden zwischen denjenigen Studienanfängerin-

[9] Die asymtotische Signifikanz bei Kruskal-Wallis-Test auf signifikante Unterschiede mehrerer Gruppen beträgt $0,017$.

nen und -anfängern, die einen Mathematik-Leistungskurs bzw. einen Grundkurs besucht haben. Der Mann-Whitney-Test ergibt bei allen drei Fragen höchst signifikante Unterschiede. Von den Absolventinnen und Absolventen der Mathematikleistungskurse fühlen sich 10 % schlecht oder sehr schlecht für die Mathematik in ihrem Studium gerüstet, 19 % erwarten große oder sehr große Schwierigkeiten in Mathematik und sogar 12 % haben Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen. Bei den Grundkursbesucherinnen und -besuchern sind die Anteile jeweils mehr als doppelt so hoch und betragen 25 %, 41 % bzw. 25 %. Also scheint der Besuch eines Leistungskurses für die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit wichtiger zu sein als eine gute Abiturnote.

HIS-Studie

Die Ergebnisse der HIS-Studie (vgl. S. 65) decken sich bei den Einschätzungen in Mathematik mit meinen Ergebnissen:
So finden 41 % der Befragten in der HIS-Studie ihre Kenntnisse und Fähigkeiten in Mathematik ausreichend und 24 % nicht ausreichend. Wenn jetzt aber die Studiengänge, die zumindest teilweise Mathematikleistungsnachweise fordern, genauer angeschaut werden, so ergeben sich die in Tabelle 5.3 zusammengefassten Befunde.

„Inwieweit verfügen Sie im Bereich Mathematik über ausreichende Kenntnisse und Fähigkeiten, um den Studienanforderungen gerecht zu werden?“		
Fachbereich	nicht ausreichend	ausreichend
Mathematik/ Naturwissenschaften	26 %	46 %
Wirtschafts- und Sozialwissenschaften	28 %	39 %
Ingenieurwissenschaften	21 %	49 %
Agrar-/ Ernährungs-/ Forstwissenschaften	30 %	45 %
Lehramt	21 %	37 %
alle Fachbereiche	24 %	41 %

Tabelle 5.3: HIS-Studie: Aufteilung der Einschätzung der Kenntnisse in Mathematik nach Fachbereichen (vgl. Lewin & al. 2001, S. 167)

Der relativ geringe Anteil an Lehramtsstudierenden, die ihre Kenntnisse in Mathematik als nicht ausreichend einschätzen, kommt daher, dass in der HIS-Studie der Studiengang Lehramt nicht nach den studierten Fachrichtungen unterschieden wird. Somit sind hier sowohl Studierende, die Mathematik studieren, wie auch solche, die keinerlei Mathematikleistungsnachweise erbringen müssen, zusammengefasst. Dies zeigt sich auch an dem hohen Anteil im mittleren Bereich (42 %).

Die Studierenden der Ingenieurwissenschaften schätzen sich recht gut ein, so finden 49 % ihre Kenntnisse und Fähigkeiten in Mathematik ausreichend und nur 21 % als nicht ausreichend. Der Unterschied zu den Befragten meiner Untersuchung liegt sicherlich daran, dass hier ein großer Anteil von Studierenden der Ingenieurstudiengänge an Universitäten befragt wurde.[10] Eine naheliegende Vermutung ist, dass die Ingenieursstudierenden, die an Universitäten studieren, sich selbst besser einschätzen, als diejenigen, die die Fachhochschule gewählt haben. Bei meiner Befragung sind alle Studierenden der Ingenieurswissenschaften an einer Fachhochschule eingeschrieben.

Bei den anderen Fachbereichen liegt der Anteil der Befragten durchweg höher als die 21 % meiner Befragten, die sich im Bereich Mathematik für das Studium sehr schlecht oder schlecht gerüstet fühlen. Dieser höher liegende Anteil zwischen 26 und 30 % lässt sich wahrscheinlich durch den unterschiedlichen Befragungzeitpunkt erklären. In der HIS-Studie wurden die Fragebögen innerhalb des ersten Semesters ausgefüllt. Die Studierenden hatten also zum Zeitpunkt des Ausfüllens schon einige Studienerfahrung und konnten so ihre Fähigkeiten und Kenntnisse schon an den Hochschulalltag angepasst – und dadurch eher schlechter als zum Studienbeginn – einschätzen.

Hochschullehrende

Die Hochschullehrenden schätzen die Kenntnisse und Fähigkeiten der Studienanfängerinnen und -anfänger ebenfalls nicht besonders gut ein. In ihrer Untersuchung befragte Konegen-Grenier (vgl. S. 66) die Hochschullehrenden auch nach der Einschätzung der Fähigkeiten und Kenntnisse der Studienanfänger in Mathematik. Die Hochschullehrenden sollten dazu auf einer Skala von 1 = „stark ausgeprägt“ bis 5 = „gar nicht ausgeprägt“ ihre Zustimmung zu der Aussage „Diese Fähigkeit/Einstellung ist im Durchschnitt bei den Studienanfängern in folgendem Maße ausgeprägt:“ angeben (Konegen-Grenier 2002, S.191 ff). Dabei sollten die Professorinnen und Professoren die Einschätzung nur vornehmen, wenn das Item auch für ihren Fachbereich relevant ist. Die Antworthäufigkeiten in Prozent der antwortenden Professoren, aufgeteilt nach den einzelnen Fachbereichen der Lehrenden, sind in Tabelle 5.4 zusammengefasst.

41 % der Hochschullehrenden aller Fachbereiche schätzen die Schulkenntnisse in Mathematik der Studienanfängerinnen und -anfänger als „wenig“ oder „gar nicht ausgeprägt“ ein. Immerhin sind diese Anteile bei den Lehrenden der Fachrichtung Mathematik, Naturwissenschaften und Medizin bzw. Ingenieurwissenschaften wesentlich geringer, aber mit 38 % bzw. 32 % immerhin noch bei ca. einem Drittel. Der Anteil derjenigen Lehrenden der Geisteswissenschaften, die die Mathematikkenntnisse der Studierenden als wenig

[10] Leider ist in der HIS-Studie nicht angegeben, wie hoch der Anteil der Befragten an Fachhochschulen bzw. an Universitäten ist. Es lässt sich über die Frage nach dem angestrebten Studienabschluss vermuten, dass ca. 60 % der befragten Ingenieure an Fachhochschulen und knapp 40 % an Universitäten studieren (vgl. Lewin & al. 2001, S. 126 unten).

stark ausgeprägt und ausgeprägt	teilweise ausgeprägt	wenig und gar nicht ausgeprägt
Schulwissen Mathematik (alle Fachbereiche)		
14 %	45 %	41 %
Schulwissen Mathematik (Geisteswissenschaften)		
6 %	39 %	55 %
Schulwissen Mathematik (Mathematik, NW, Medizin)		
16 %	46 %	38 %
Schulwissen Mathematik (Rechts-, Sozial-, Wirtschaftswissenschaften)		
7 %	39 %	54 %
Schulwissen Mathematik (Ingenieurwissenschaften)		
20 %	48 %	32 %

Tabelle 5.4: Studierfähigkeit in Mathematik – Einschätzung der Hochschullehrenden (nach Konegen-Grenier 2002, S. 107 ff)

oder gar nicht ausgeprägt einschätzen, ist sehr hoch bei 55 %. Dies erstaunt nicht, da davon ausgegangen werden muss, dass sich diejenigen Abiturienten, die sich schlecht in Mathematik einschätzen, eher einen Mathematik-fernen Studiengang wählen. In den Sozial- und Wirtschaftswissenschaften, in denen Mathematik und/ oder Statistik Grundlage vieler Verfahren ist, ist ein Anteil von 54 % Hochschullehrender, die den Studierenden wenig oder gar nicht ausgeprägte Mathematikkenntnisse bescheinigen, aber erschreckend hoch.

Wobei hier noch einmal betont werden soll, dass dies „nur“ die Einschätzungen der Hochschullehrenden sind und keine objektiv gemessene Leistungsfeststellung darstellt. Diese wurde in der TIMSS III Untersuchung durchgeführt. Diese schlechte Einschätzung durch die Hochschullehrenden zeigt jedoch deutlich, dass ein großer Anteil von Studienanfängern nicht über ausreichende Kenntnisse und Fähigkeiten in Mathematik für ihre Studiengänge verfügt. Dies stimmt mit den Selbsteinschätzungen der Studienanfängerinnen und -anfänger weitgehend überein.

Studierende mit Studienerfahrung

In der Untersuchung von Kazemzadeh & al. wurden Studierende am Ende des dritten Semesters „nach fachlichen Anforderungen, deren Bewältigung ihnen besondere Schwierigkeiten bereitete“ (Kazemzadeh & al. 1987, S. 107) gefragt.

Eine Übersicht über die prozentuale Häufigkeit der Nennung Mathematik bei Studierenden der einzelnen Studiengänge kann der Tabelle 5.5 entnommen werden.

Dies sind, im Gegensatz zu den Ergebnissen der hier vorgestellten Befragung, Einschätzungen, die auf eigenen Erfahrungen basieren. Die Anteile von ca. 20 % bis 30 % derjeni-

Studiengang	Anteil in Prozent
Betriebswirtschaftslehre	18,5 %
Psychologie	18,5 %
Elektrotechnik	19,9 %
Mathematik	25,6 %
Physik	29,8 %

Tabelle 5.5: Anteil der Nennungen, dass „Mathematik besondere Schwierigkeiten bereitete.“ (vgl. Kazemzadeh & al. 1987, S. 108)

gen, die besondere Schwierigkeiten in Mathematik hatten, könnte fast eine Bestätigung für den Anteil von 34 % (vgl. Tabelle 5.2 S. 77) der Studienanfängerinnen und -anfänger des Wintersemesters 2000/01 sein, die große oder sehr große Schwierigkeiten im Bereich Mathematik erwarteten. Allerdings fand die Befragung von Kazemzadeh schon 1987 statt, so dass diese beiden Populationen keine Überschneidungen aufweisen.

Dass der Anteil der tatsächlich erlebten Schwierigkeiten geringer ist als der der erwarteten, kann auf mehreren Gründen beruhen. Es spielt dabei sicherlich eine Rolle, dass die von Kazemzadeh & al. befragten Studierenden schon am Ende ihres dritten Studiensemesters waren. Studierende, die schon zuvor ihr Studium (vielleicht sogar wegen den Anforderungen in Mathematik?) abgebrochen hatten, wurden dabei nicht berücksichtigt. Diese Studierenden fallen damit bei dieser Frage nicht mehr ins Gewicht. Oft werden Schwierigkeiten erwartet, die dann nicht eintreten. Dies kann eine Ursache für die unterschiedlichen Anteile sein und letztendlich können sich in den letzten 16 Jahren sowohl die Schwerpunkte in den Abiturprüfungen wie auch die Prüfungsanforderungen der Hochschulen geändert haben.

5.4.2 Allgemeine Studierfähigkeit

Ausgewertet werden verschiedene Items folgender Fragen (vgl. Fragebogen im Anhang A):

> Wie gut fühlen Sie sich in den folgenden Bereichen für das Studium gerüstet?
> Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium in den folgenden Bereichen Schwierigkeiten?

Studierfähigkeit besteht selbstverständlich aus wesentlich mehr Aspekten als dem Bereich Mathematik. Um die Ergebnisse aus den „mathematischen Fragen“ mit anderem Fachwissen und auch allgemeineren Fähigkeiten und Kenntnissen vergleichen zu können, wurden bei den Fragen „ Wie gut fühlen Sie sich in den folgenden Bereichen für das Studium gerüstet?“ und „Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium in den folgenden Bereichen Schwierigkeiten?“ jeweils verschiedene Items angegeben.

Die Abbildung 5.2 zeigt die arithmetischen Mittelwerte der Antworten auf die Frage „Wie gut fühlen Sie sich in den folgenden Bereichen für das Studium gerüstet?“ (vgl. Anhang A). Dabei wurden die Items nach der Größe geordnet. Oben stehen also diejenigen Fähigkeiten und Kenntnisse, in denen sich die Befragten am besten gerüstet fühlen.

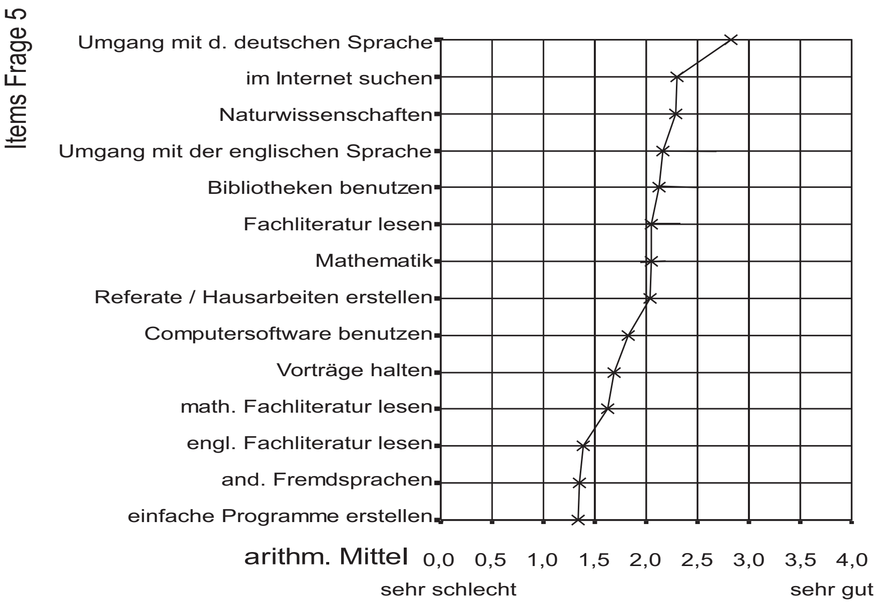


Abbildung 5.2: Mittelwerte der Antworten auf die Frage nach dem „gerüstet Sein“ für das Studium.

Im Fragebogen wurde bewusst die Formulierung „Umgang mit der deutschen Sprache“ bzw. „Umgang mit englischen Texten“ gewählt, da in der Voruntersuchung, in der nur nach „Deutsch“ und „Englisch“ gefragt wurde, die Einschätzung „nicht relevant“ sehr häufig angekreuzt wurde. Dies lag meiner Meinung nach daran, dass viele Studienanfängerinnen und -anfänger das Schulfach Deutsch oder Englisch, wie es in der Oberstufe unterrichtet wurde, damit verbinden und dies dann für nicht relevant halten.[11]

Über die Mittelwerte lassen sich die abgefragten Items grob in drei Gruppen aufteilen. Die erste Gruppe besteht aus den Items mit Mittelwerten größer als $2,2$ (Umgang mit der deutschen Sprache, im Internet suchen und Naturwissenschaften), dem mittleren Bereich mit Mittelwerten zwischen $2,0$ und $2,2$ (Umgang mit der englischen Sprache, Bibliotheken benutzen, Fachliteratur lesen, Mathematik und Referate/Hausarbeiten erstellen) und dem unteren Bereich mit den Items: Computersoftware benutzen, Vorträge

[11] In der Voruntersuchung zu Beginn des Wintersemesters 1999/2000 waren bei 411 ausgewerteten Fragebögen jeweils gut 20 % der Meinung, Deutsch bzw. Englisch wäre für ihr Studium nicht relevant. Englische Fachliteratur hielten immerhin noch $17,4$ % für nicht relevant. Bei der Hauptuntersuchung zum Wintersemester 2000/01 fanden nur noch zwischen 1 % und 2 % diese Items „nicht relevant“.

halten, mathematische Fachliteratur lesen, englische Fachliteratur lesen, andere Fremdsprachen und einfache Computerprogramme erstellen. Allerdings lassen sich kaum inhaltliche Argumente für eine solche Aufteilung finden.

Der Gruppierung der verschiedenen Items liegt die Annahme zugrunde, dass es innere Zusammenhänge zwischen den Items gibt, die einen ähnlichen Einfluss auf die Beantwortungshäufigkeit haben. Bei einer Faktorenanalyse werden aus einer größeren Anzahl von Variablen eine kleinere Anzahl von hypothetischen Größen – so genannte Faktoren – bestimmt. Deshalb wurde hier versuchsweise eine Faktorenanalyse durchgeführt. Die Grundvoraussetzung für Faktorenanalyse, nämlich metrisch- oder zumindest intervallskalierte Daten, ist hier nicht vollständig erfüllt, da die Skalierung der Daten eher eine „Mischform“ zwischen ordinal- und intervall-skaliert darstellt. In der Literatur werden aber sehr häufig Faktorenanalysen bei ähnlichen Daten vorgenommen wie z.B. auch in der Untersuchung von Konegen-Grenier (Konegen-Grenier 2002, S. 94), so dass in diesem Fall und bei den anderen in dieser Untersuchung durchgeführten Faktorenanalysen die Intervallskalierung angenommen wird.

Die durch die Faktorenanalyse (Hauptkomponentenanalyse[12]) bestimmten drei Faktoren ergeben eine Gruppierung, die sich leicht von der Gruppierung nach „Augenmaß“ (vgl. S. 83) in der Abbildung 5.2 unterscheidet. In den Klammern stehen die mit der Varimax-Methode unter Kaisernormalisation bestimmten rotierten Ladungen der einzelnen Items auf die drei Faktoren.

- Faktor **„klassische Literaturarbeit“** mit den Items: Fachliteratur lesen (0, 767) Referate/Hausarbeiten erstellen (0, 676), mathematische Fachliteratur lesen (0, 649), Bibliotheken benutzen (0, 616) und Vorträge halten (0, 518).
- Faktor **„Computernutzung“** mit den Items: Umgang mit Computersoftware (0, 896), im Internet suchen (0, 807), einfache Programme erstellen (0, 785).
- Faktor **Sprachen und „Anti-“Mathematik** mit den Items: Umgang mit der englischen Sprache (0, 778), englische Fachliteratur lesen (0, 621), andere Fremdsprachen (0, 578), Umgang mit der deutschen Sprache (0, 497), Mathematik (−0, 482) und Naturwissenschaft (−0, 333)

Es wurde wie in der Literatur üblich bei allen Items nur die Ladungen größer als 0, 5 angegeben, außer bei Mathematik und den Naturwissenschaften. Diese Angaben dienen in erster Linie dazu, die „Richtung“ der Ladung anzugeben und damit die Benennung des Faktors zu erklären.

Beim letzten Faktor fällt auf, dass die Items Mathematik und Naturwissenschaften negativ auf diesen Sprachen-Faktor laden. Dies legt nahe, dass diejenigen, die sich im

[12]Das Kaiser-Meyer-Olkin-Kriterium beträgt 0, 772, die erklärte Gesamtvarianz 52 %, die meisten MSA-Werte („measure of sampling adequacy“) der Anti-Image-Korrelationsmatrix zwischen 0, 680 und 0, 848 mit den beiden Ausnahmen Mathematik 0, 545 und Umgang mit der englischen Sprache 0, 600.

Sprachenbereich gut gerüstet fühlen, sich in Mathematik und den Naturwissenschaften dagegen wenig gerüstet fühlen und umgekehrt. Da die Faktorenanalyse nur durchgeführt wurde, um etwaige Hinweise auf ungewöhnliche Zusammenhänge zu bekommen und die Zusammenstellung der Faktoren aber keiner großen Erklärung bedarf, wird dieser Zusammenhang hier nicht weiter vertieft.

Aufschluss über die Einschätzung der eigenen Fähigkeiten und Kenntnisse geben auch die erwarteten Schwierigkeiten. Wenn die eigenen Fähigkeiten und Kenntnisse gut eingeschätzt werden, so sollten deutlich weniger Schwierigkeiten erwartet werden, als wenn sie schlecht eingestuft werden. Allerdings beinhaltet diese Fragerichtung auch noch eine äußere Komponente. So können trotz einer guten Selbsteinschätzung aufgrund von sehr hohen Anforderungen Schwierigkeiten erwartet werden[13]. Die Ergebnisse der Frage „Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium in den folgenden Bereichen Schwierigkeiten?“ wird in Abbildung 5.3 über die geordneten Mittelwerte dargestellt.

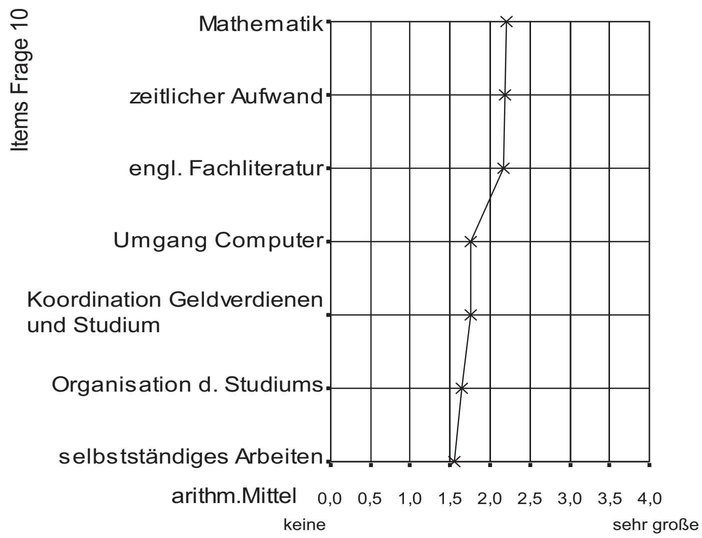


Abbildung 5.3: Mittelwerte der erwarteten Schwierigkeiten

Auf den ersten Blick lassen sich bei den Antworten auf die Frage 10 nach den erwarteten Schwierigkeiten keine unerwarteten Ergebnisse erkennen. Die Befragten erwarten Schwierigkeiten in den abgefragten Bereichen, aber in keinem der Bereiche auffallend größere oder geringere als in den anderen. Etwas stärker werden in den Bereichen „Mathematik“, „zeitlicher Aufwand“ und „englische Fachliteratur“ Schwierigkeiten erwartet.

[13] So beträgt der höchst signifikante Spearman-Korrelationskoeffizient zwischen der Frage nach dem „gerüstet Sein“ und nach den „erwarteten Schwierigkeiten“ in Mathematik „nur“ $r = -0,593$. Dies zeigt einen starken gegenpoligen Zusammenhang dieser Fragen, aber auch dass die beiden Fragen nicht komplett übereinstimmen.

Aber alle Werte schwanken eng um den theoretischen Mittelwert von $2,0$. Da die arithmetischen Mittelwerte, die nahe bei dem theoretischen Mittelwert liegen, entweder durch einen hohen Anteil an Antworten „mittlere“ oder auch durch jeweils fast ausgeglichene Anteile der extremen Antworten zustande kommen können, lohnt es sich hier die genaue Verteilung der Antworten anzusehen. Diese sind in der Tabelle 5.6 zusammengefasst.

Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium in den folgenden Bereichen Schwierigkeiten?					
	keine	geringe	mittlere	große	sehr große
in der englischen Fachliteratur	8 %	19 %	34 %	28 %	11 %
im zeitlichen Aufwand	3 %	16 %	45 %	29 %	7 %
in Mathematik	3,5 %	14,5 %	48 %	27 %	7 %
im Koordinieren von Geldverdienen und Studium	16 %	27 %	30 %	19 %	8 %
im Umgang mit dem Computer	15 %	26 %	34 %	19 %	6 %
im selbstständigen Arbeiten	13 %	34 %	39 %	13 %	1 %
in der Organisation des Studiums	8,5 %	34,5 %	43 %	12 %	2 %

Tabelle 5.6: Häufigkeiten der Antworten auf die Frage nach den erwarteten Schwierigkeiten, sortiert nach den Nennungen „große“ bzw. „sehr große“

Aus dieser Tabelle ist gut ersichtlich, dass eine auffällige Häufung der mittleren Antwortmöglichkeit bei den Items „Mathematik“ (48 %), „im zeitlichen Aufwand“ (45 %)und „in der Organisation des Studiums“ (43 %) vorliegt. Aufgrund der Fragestellung bedeutet dies nicht, dass sie sich nicht entscheiden konnten, sondern dass sehr viele der Befragten mittlere Schwierigkeiten erwarten.

In der Tabelle 5.6 werden die Items in der Reihenfolge der Häufigkeiten der Nennungen „große“ oder „sehr große“ erwartete Schwierigkeiten aufgeführt. Dadurch kommt eine andere Reihenfolge als beim Ranking über die Mittelwerte zustande. Die drei Items, bei denen die meisten Schwierigkeiten erwartet werden, sind aber nach wie vor „englische Fachliteratur“, „zeitlicher Aufwand“ und „Mathematik“.

Wenn die Anteile der Befragten, die keine oder nur geringe Schwierigkeiten erwarten, in eine Reihenfolge gebracht wird, so ergibt sich zwar dieselbe Reihenfolge wie in Abbildung 5.3, aber der Sprung zwischen den ersten drei Items und den restlichen Items ist klar zu erkennen:

- in Mathematik: 18 %
- im zeitlichen Aufwand: 19 %
- in der englischen Fachliteratur: 27 %
- im Umgang mit dem Computer: 41 %

- im Koordinieren von Geldverdienen und Studium: 43 %
- in der Organisation des Studiums: 43 %
- im selbstständigen Arbeiten: 47 %

Hieraus lässt sich auch das von mir ursprünglich erwartete Ergebnis, dass die Studienanfängerinnen und -anfänger in Mathematik eher Schwierigkeiten erwarten als im Bereich Englisch, bestätigen. Bei der „umgekehrten“ Frage nach dem „gerüstet Sein für das Studium“ ergab sich ein wesentlich geringerer Unterschied. Bei „Mathematik“ fühlen sich 21, 5 % und beim „Umgang mit englischen Texten“ 24 % sehr schlecht oder schlecht gerüstet. In verschiedenen Gesprächen mit Englischlehrerinnen und -lehrern an Gymnasien bekam ich die Auskunft, dass es aus ihrer Sicht nicht überrascht, da sich der Englischunterricht in der Oberstufe verstärkt mit literarischen Texten befasst (zumindest bis zum Jahr 2000), die wenig auf eine Nutzung im Alltag oder von Fachliteratur abzielen.

Die unterschiedlichen Verteilungen der Antworthäufigkeiten bei den erwarteten Schwierigkeiten der Items Mathematik, englische Fachliteratur und zeitlicher Aufwand lassen sich gut in der Abbildung 5.4 erkennen.

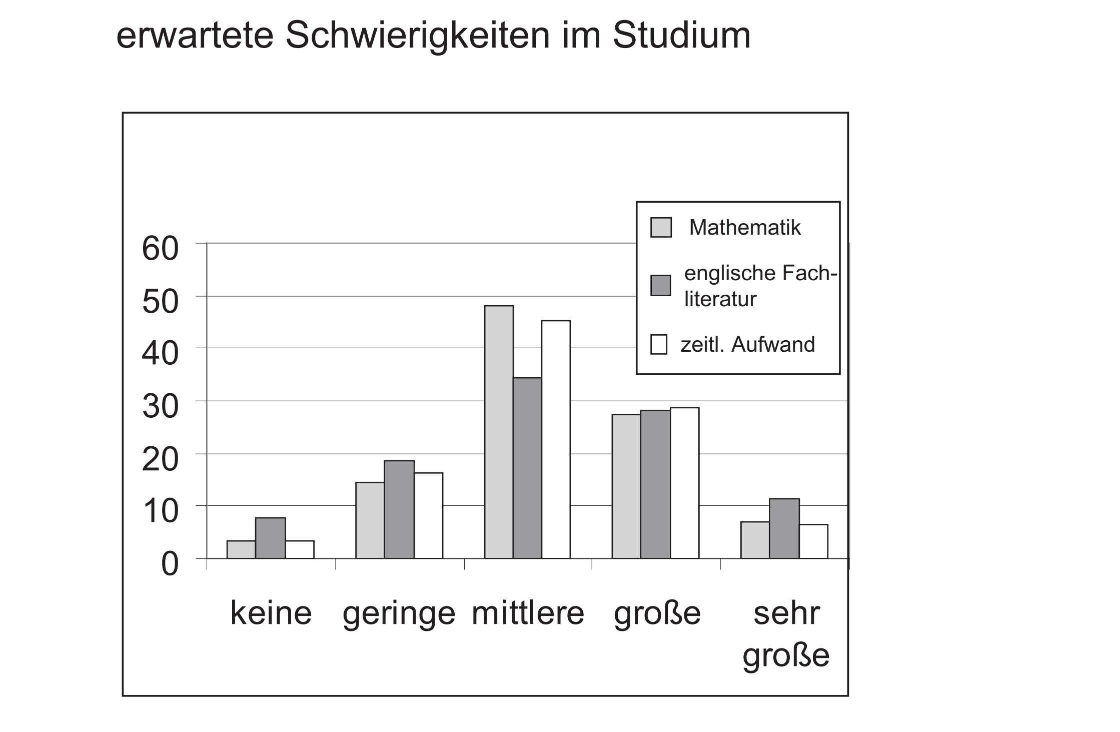


Abbildung 5.4: Vergleich der Häufigkeitsverteilungen

Die Frage nach den erwarteten Schwierigkeiten in Mathematik, in der englischen Fachliteratur und im Umgang mit dem Computer wurden u.a. als Kontrolle zu den Antworten auf die Frage 5 nach dem „gerüstet Sein für das Studium“ gestellt. Wird der Korrelationskoeffizient nach Spearman bestimmt, so ergeben sich bei den inhaltlich entsprechenden Items durchweg höchst signifikante, mittlere Korrelationen mit Werten für r zwischen $-0,581$ (Mathematik), $-0,657$ (Englisch) und $-0,679$ (Computer).

Mit nur 18 % der Befragten, die keine oder nur geringe Schwierigkeiten erwarten, ist die Mathematik eindeutig der Bereich, bei dem die meisten Studienanfängerinnen und -anfänger Probleme erwarten.

5.4.3 Ergebnisse anderer Studien

Wie wird die allgemeine Studierfähigkeit in anderen Untersuchungen sowohl bei Studierenden wie auch bei den Hochschullehrenden und die allgemeinen Fähigkeiten bei den Ausbildungsbetrieben, die Abiturienten ausbilden, gesehen? Zuerst einige Vergleichszahlen aus der HIS-Studie.

Allgemeine Studierfähigkeit nach der HIS-Studie

In der HIS-Studie wurden die Studierenden im ersten Semester nach der Zustimmung zu verschiedenen Aussagen zu diesem Thema befragt. 80 % der Befragten finden, dass die Aussage „Viele Studienanfänger haben zu Studienbeginn Wissens- und Fähigkeitsdefizite, die sie im Laufe der ersten Semester erst beheben müssen.“ zutrifft und auf der anderen Seite finden 30 %, dass die Aussage „Die Studienberechtigung befähigt in ausreichender Weise zum Studium.“ nicht oder nur wenig zutrifft. (vgl. Tabelle 5.7)

Die Studienberechtigung befähigt in ausreichender Weise zum Studium.				
trifft voll und ganz zu	2	3	4	trifft überhaupt nicht zu
10 %	25 %	34 %	22 %	8 %
Viele Studienanfänger haben zu Studienbeginn Wissens- und Fähigkeitsdefizite, die sie im Laufe der ersten Semester erst beheben müssen.				
trifft voll und ganz zu	2	3	4	trifft überhaupt nicht zu
43 %	37 %	15 %	3 %	1 %

Tabelle 5.7: HIS-Studie: Einstellungen zur Studierfähigkeit (vgl. Lewin & al. 2001, S. 160)

Die Frage nach den Defiziten, die im Laufe der ersten Semester behoben werden müssen, kann sich nicht auf die fachlichen und sonstigen Inhalte des Studiengangs selbst beziehen, denn wenn da keine Defizite vorhanden wären, müsste ja gar nicht studiert werden.

So kann davon ausgegangen werden, dass sich die insgesamt 80 % der Befragten, die finden, dass „viele Studienanfänger zu Studienbeginn Wissens- und Fähigkeitsdefizite“ haben, sich auf allgemeine Bereiche der Studierfähigkeit beziehen, also Inhalte, Arbeitsweisen, Fähigkeiten, die sie schon in der Schule gelernt haben sollten. Nur 19 % der Befragten sind der Meinung, dass die Studienanfängerinnen und -anfänger keine bis mittlere Defizite in ihrem Wissen und ihren Fähigkeiten besitzen.

Da die Vorbereitung auf das Studium in erster Linie in der Schule stattfindet und selbst diejenigen Studienanfängerinnen und -anfänger, die zwischen Schule und Studium eine Berufsausbildung absolviert haben (nach der HIS-Studie immerhin 25 % der Befragten) ja auch die Schullaufbahn durchlaufen haben, ist die Frage nach der Qualität der Vorbereitung durch die Schule auf das Studium naheliegend. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.8 dargestellt.

Die Vorbereitung durch die Schule auf das Studium war ...				
unzureichend	schlecht	teils -teils	gut	sehr gut
11 %	21 %	33 %	29 %	6 %

Tabelle 5.8: HIS-Studie: Qualität der schulischen Vorbereitung (vgl. Lewin & al. 2001, S. 70)

Die „Drittelung“ ist zum Teil sicherlich durch die übliche Problematik des Aufbaus von Fragebögen mit Fünferskala erklärbar, aber es stimmt bedenklich, dass sich nur ein Drittel der Studienanfängerinnen und -anfänger „gut“ oder „sehr gut“ auf das Studium vorbereitet fühlen.

Ein ähnliches Ergebnis – wenn das unentschlossene mittlere Drittel aufgeteilt würde – ergab die TOSCA-Studie. In den „TOSCA-News“ (zur TOSCA-Studie, vgl. S. 68), die als Informationen für Teilnehmerinnen und Teilnehmer an der Studie gedacht ist, wurde im November 2002 veröffentlicht:
Bei der Aussage „Durch die Oberstufe fühle ich mich insgesamt für ein Studium gut vorbereitet.“ waren 41,2 % der Befragten der Meinung, dies „stimmt überhaupt nicht“ oder „stimmt eher nicht“ und 58,8 % konnten „eher“ bzw. „voll und ganz“ zustimmen. (Baumert 2002, S. 6)

Also fühlen sich je nach Fragestellung zwischen einem Drittel und zwei Fünftel der Studienanfängerinnen und -anfänger nicht ausreichend auf ihr Studium vorbereitet.

Allgemeine Studierfähigkeit nach der Einschätzung der Hochschullehrenden

Die Hochschullehrenden sehen die Studierfähigkeit und v.a. den Zusammenhang der Studierfähigkeit mit der Note der Hochschulzugangsberechtigung ähnlich kritisch wie die Studierenden selbst. In ihrer Untersuchung fragte Konegen-Grenier (vgl. S. 66) auch, ob „die Hochschulreife ein Nachweis für Studierfähigkeit ist.“ Das Ergebnis ist sehr ambivalent. 51,8 % der Befragten beantworten diese Frage mit „ja“ oder zumindest „überwiegend ja“, allerdings sind dem entsprechend auch fast 50 % der Meinung, dass die Hochschulreife nur teilweise oder auch gar nicht[14] einen Nachweis für die Studierfähigkeit darstellt. Dabei findet sich unter den Lehrenden aus dem Fachbereich Mathematik, Naturwissenschaft, Medizin die größte Gruppe, die der Hochschulreife die Nachweiskraft eher oder komplett absprechen, nämlich 17,3 %. (Konegen-Grenier 2002, S. 155)

Die Einschätzungen der Hochschullehrenden zur Studierfähigkeit, dargestellt in Tabelle 5.9, stimmen mit dem Selbstbild der Studierenden gut überein.

Einschätzung der Studierfähigkeit durch die Hochschullehrenden[a]			
nicht ausreichend	mittel	gut	keine Angaben
30 %	41 %	25 %	4 %

[a] Angaben in Prozent der beurteilten Studierenden

Tabelle 5.9: Studierfähigkeit nach Einschätzung der Hochschullehrenden (vgl. Konegen-Grenier 2002, S. 118)

In den vorliegenden Untersuchungen wurden sowieso nur die Abiturientinnen und Abiturienten befragt, die sich für ein Studium entschieden haben. Wahrscheinlich ist die Zahl der Schulabsolventen, die der Meinung sind, sie seien schlecht auf ein Studium vorbereitet, wesentlich höher. Der Grund dafür ist die Annahme, dass viele von denjenigen, die sich einem Studium nicht gewachsen fühlen, ein solches auch gar nicht erst anfangen.

Wie sehen jetzt die Einschätzungen in den einzelnen Teilaspekten von Studierfähigkeit bei den Hochschullehrenden aus? Konegen-Grenier hat ihr aus Literatur-Recherchen entwickeltes Modell (vgl. S. 9) von Studierfähigkeit anhand von 1435 ausgefüllten Fragebögen von Hochschullehrenden an Universitäten und Fachhochschulen überprüft. Dabei fragte sie für verschiedene vorgegebene Merkmale von Studierfähigkeit einerseits nach den Einschätzungen zur Wichtigkeit für das eigene Fach andererseits nach einer Einschätzung der Ausprägung dieser Fähigkeiten und Kenntnisse bei den Studierenden.

Die Gewichtung der einzelnen Fähigkeiten, die nach Ansicht der Hochschullehrenden den größten Beitrag zur Studierfähigkeit leisten, werden im Anhang E in den Tabellen 7.6

[14] Antworten: „ja“ (11,7 %)„überwiegend ja“ (40,1 %), „teilweise ja“ (32,2 %), „eher nicht“ (12,6 %), „auf keinen Fall“ (1,5 %), „keine Angabe“ (1,8 %) vgl. (Konegen-Grenier 2002, S. 154)

auf S. 205 und 7.7 auf S. 206 aufgeführt. Für ausgewählte Aspekte ergeben sich folgende Mittelwerte auf einer Skala von 1 (sehr wichtig) bis 5 (unwichtig):

- Abstraktionsfähigkeit (1,69)
- Differenzierungsfähigkeit (1,77)
- Genauigkeit (1,82)
- Mathematik: Für die Fachbereiche Mathematik, Naturwissenschaft, Medizin (Mittelwert 1,78) und Ingenieurwissenschaften (Mittelwert 1,56) ist es jeweils das wichtigste Schulfach überhaupt. In den Rechts-/ Wirtschafts- und Sozialwissenschaften kommt die Mathematik immerhin noch auf einen Mittelwert von 2,35 als drittwichtigstes Schulfach; nur in den Geisteswissenschaften landet die Mathematik mit einem Mittelwert von 3,55 auf einem der hinteren Plätze.
- und als Vergleich: Englisch (1,92)

Die Hochschullehrenden beurteilten die Ausprägungen der einzelnen Merkmale von Studierfähigkeit bei den Studienanfängern durch Angaben auf einer Skala von 1 = „stark ausgeprägt" bis 5 = „gar nicht ausgeprägt" ihre Zustimmung zu der Aussage „Diese Fähigkeit/Einstellung ist im Durchschnitt bei den Studienanfängern in folgendem Maße ausgeprägt:" (Konegen-Grenier 2002, S.191 ff). Sie sollten jedoch diese Einschätzung nur dann vornehmen, wenn das Item für ihren Fachbereich auch relevant ist. Die Ergebnisse stehen in Tabelle 5.10. Die Prozente beziehen sich auf die antwortenden Hochschullehrenden.

Fähigkeit	wenig und gar nicht ausgeprägt	teilweise ausgeprägt	stark ausgeprägt und ausgeprägt	keine Angabe
Abstraktionsfähigkeit	37 %	49 %	10 %	4 %
Differenzierungsfähigkeit	29 %	54 %	12 %	5 %
Genauigkeit	32 %	47 %	16 %	5 %
Selbstorganisation	31 %	50 %	14,5 %	4,5 %
Kommunikationsfähigkeit	16 %	47 %	32 %	5 %
Schulwissen Englisch	28 %	50 %	22 %	–
Schulwissen Mathematik	41 %	45 %	14 %	–

Tabelle 5.10: Ausprägung von Studierfähigkeit – Einschätzung der Hochschullehrenden (nach Konegen-Grenier 2002, S. 98 ff)

Auch hier werden Fähigkeiten von jeweils ca. einem Drittel der Studienanfängerinnen und -anfänger (außer beim Item Kommunikationsfähigkeit) als wenig oder gar nicht ausgeprägt eingestuft. Die Anteile der Studierenden, deren Fähigkeiten in den ausgewählten Bereichen als ausgeprägt oder stark ausgeprägt eingeschätzt wird, beträgt jeweils zwischen 10 % und ca. 20 %. Ausnahme ist wiederum die Kommunikationsfähigkeit mit 32 %.

Die Hochschullehrenden schätzen also ca. ein Drittel der Studierenden als nicht ausreichend studierfähig ein.

Qualifikationsanforderungen der Ausbildungsbetriebe

Die Ausbildungsbetriebe, die ja auch einen Teil der Abiturientinnen und Abiturienten aufnehmen, sehen ebenfalls teilweise große Defizite in den Fähigkeiten und Kenntnissen der Schulabgänger. Für die ausbildenden Betriebe ist das wichtigste Bewertungskriterium bei eingehenden Bewerbungen die Beherrschung der Grundrechenarten. (95, 7 % der kaufmännischen und 92, 9 % der gewerblich-technisch/ -naturwissenschaftlichen Betriebe stufen die Beherrschung der Grundrechenarten als „sehr wichtig“ oder „wichtig“ ein.) (Gartz & al. 1999, S.70)

Die von den Ausbildungsbetrieben gewünschten Qualifikationen (vgl. Anhang F, Tabelle 7.8 auf S. 207) von Schulabgängern decken sich zu großen Teilen mit den Erwartungen der Hochschullehrenden. Eine Ursache für die Übereinstimmung liegt vermutlich darin, dass die einzelnen Qualifikationen auf den Fragebögen jeweils aufgrund von Literaturrecherchen vorgegeben waren.

Erschreckend ist die schlechte Einstufung der Fähigkeiten der Abiturientinnen und Abiturienten (vgl. S. 103), die durch die Ergebnisse der einzelnen Einstellungstests offensichtlich wird. Es kann auch nicht davon ausgegangen werden, dass nur die „schlechten“ Abiturienten eine Ausbildung absolvieren und nicht studieren wollen, denn nach der HIS-Studie haben 25 % der Studienanfängerinnen und -anfänger zum Wintersemester 2000/01[15] vor Aufnahme ihres Studiums eine Berufsausbildung absolviert.

Gartz & al fassen ihre Ergebnisse in einem – überspitzten – „Profil der Ausbildungsplatzbewerber im Bereich Schlüsselqualifikationen“ zusammen: „Die Schulabgänger sind teamfähig und kooperativ und können kommunizieren, mit Abstrichen sind sie kreativ, zuverlässig und beständig, es mangelt ihnen jedoch an Einstellung zur Arbeit, Verantwortungsbewusstsein und Belastbarkeit, beim selbstständigen Arbeiten, planvollem Arbeiten und logischen Denken zeigen sie Schwächen.“ (Gartz & al. 1999, S.107) Leider gibt es in dieser Untersuchung kaum gesonderte Auswertungen für Abiturienten.

[15](vgl. Lewin & al. 2001, S.72)

5.4.4 Zusammenfassung

Unter Studierfähigkeit wird zwar nicht immer exakt dasselbe verstanden, aber es herrscht doch in vielen Einschätzungen eine über die Fachbereiche hinweg erstaunliche Einigkeit in der Wichtigkeit von kognitiven und fachlichen Fähigkeiten und Kenntnissen wie z.B. Abstraktionsvermögen und Differenzierungsfähigkeit.

Die Ansicht der Hochschullehrenden, dass 30 % der Studierenden nicht fähig sind zu studieren, wird von den Studierenden selbst im Großen und Ganzen geteilt, da ja auch jeweils ca. ein Drittel der Studienanfängerinnen und -anfänger der Meinung sind, dass die Vorbereitung durch die Schule auf das Studium schlecht oder unzureichend war (vgl. Tabelle 5.8 auf S. 89) bzw. dass die Studienberechtigung nicht in ausreichendem Maße zum Studium befähigt (vgl. Tabelle 5.7 auf S. 88). Da ein großer Teil des Lernens jedoch auch außerhalb der Schule stattfindet und dies ebenfalls eine wichtige Vorbereitung für ein Studium darstellt, ist der Schluss, dass diese Studienanfängerinnen und -anfänger sich – berechtigterweise – für nicht studierfähig halten, so direkt nicht zu ziehen, aber es ist ein Indiz in diese Richtung. Auch die Ausbildungsbetriebe beklagen verschiedene Defizite bei den Abiturienten, es gibt aber leider keine vergleichbaren Zahlenangaben.

Im mathematischen Teil der Studierfähigkeit, der außer in den Geisteswissenschaften in fast allen Bereichen eine große Rolle spielt, liegen die Selbsteinschätzungen der Studierenden etwas höher als bei der allgemeinen Studierfähigkeit. Der Anteil der Studierenden, die sich nicht ausreichend auf die Mathematik in ihrem Studium vorbereitet fühlen, schwankt je nach Studiengang und Untersuchung zwischen 20 und 30 %. 34 % der befragten Studienanfängerinnen und -anfänger der hier vorliegenden Untersuchung erwarten in ihren (nicht-mathematischen) Studiengängen große oder sehr große Schwierigkeiten in Mathematik und 21 % „haben sogar Angst wegen Mathematik ihr Studium nicht zu schaffen“.

Diese Befürchtungen werden sowohl durch die Einschätzungen der Hochschullehrenden, die sogar zwischen 30 und über 50 % der Studierenden wenig oder gar nicht ausgeprägte Kenntnisse in Mathematik bescheinigen, und Studierenden mit Studienerfahrung bestätigt. Insgesamt sind die Befürchtungen der Studienanfängerinnen und -anfänger, sie könnten Schwierigkeiten im Bereich Mathematik in ihrem Studium bekommmen, durchaus begründet.

5.5 Mathematische Fähigkeiten und Kenntnisse

Wie sehen die Fähigkeiten und Kenntnisse der Studienanfängerinnen und -anfänger in den einzelnen Teilaspekten der Mathematik aus?

Die tatsächlichen mathematischen Kenntnisse und Fähigkeiten der Studienanfängerinnen und -anfänger lassen sich nur in sehr breit angelegten Untersuchungen wie TIMSS III, PISA oder TOSCA erfassen. Die genannten Untersuchungen betreffen jedoch nur Schülerinnen und Schüler und nicht Studierende. Wie schon erwähnt, spielt aber bei den Studienanfängerinnen und -anfängern auch noch die Zeit zwischen Schule und Studium eine große Rolle, so dass die Aussagen nicht direkt von den Schulabsolventen auf die Studienanfängerinnen und -anfänger übertragen werden können. Allerdings gibt es in Deutschland keine breit angelegte Untersuchung der Fähigkeiten und Kenntnisse in Mathematik von Studienanfängerinnen und -anfängern und es ist meines Wissens nach auch keine geplant. Eine solche Untersuchung würde selbstverständlich den Rahmen einer Doktorarbeit bei weitem sprengen.

Auch Hochschuleingangstests wie z.B. den Scolastic Aptitude Test (SAT) in den USA (vgl. Fußnote (2) auf S. 59) gibt es in Deutschland nicht. Da die Studienanfängerinnen und -anfänger also (außer der Abiturnote) kein Vergleichsmaß für ihre Vorbereitung auf das Studium haben, zeigen sich eventuelle Unsicherheiten in erster Linie in der schlechten Selbsteinschätzung wichtiger Fähigkeiten und Kenntnisse.

5.5.1 Fähigkeiten und Kenntnisse der mathematischen Inhalte der Oberstufe

Ausgewertet werden die Items der Frage 8 (vgl. Fragebogen im Anhang A):

Schätzen Sie Ihr Verständnis folgender Themen ein: ...

Die Selbsteinschätzung der mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse wurden in der vorliegenden Untersuchung in zwei Fragenkomplexen abgefragt. In der Frage 8 (vgl. Anhang A) sollte das Verständnis in Themen, die sehr eng an den Inhalten des Mathematikunterrichts in der Oberstufe v.a. der allgemeinbildenden Gymnasien in Baden-Württemberg orientiert waren, z.B. Integrieren, Vektorrechnung, Grenzwerte usw. eingestuft werden. Deshalb wird die Auswertung der Frage 8 auch auf die Absolventen der allgemeinbildenden Gymnasien beschränkt.

Die arithmetischen Mittelwerte in Abbildung 5.5 ergeben ein übersichtliches Ranking danach, welche inhaltlichen Themen für die Abiturprüfung am stärksten geübt werden.

Die oberen Plätze dieses Rankings nehmen die klassischen „handwerklich“ zu lösenden Bereiche der Aufgaben des baden-württembergischen Zentralabiturs ein. Die dabei üblichen Aufgabentypen lassen sich durch entsprechendes Üben fast ohne jedes Verständnis erfolgreich bearbeiten. Anhand der Mittelwerte lassen sich drei Verständnisniveaus bestimmen:

- **gutes Verständnis** bei Kurvendiskussion, Bestimmen von Flächeninhalten, linearen Gleichungssystemen und Differenzieren/Ableiten[16]

[16] Die Benennung dieses Items mit den beiden Begriffen „Differenzieren/ Ableiten erfolgt wegen einiger

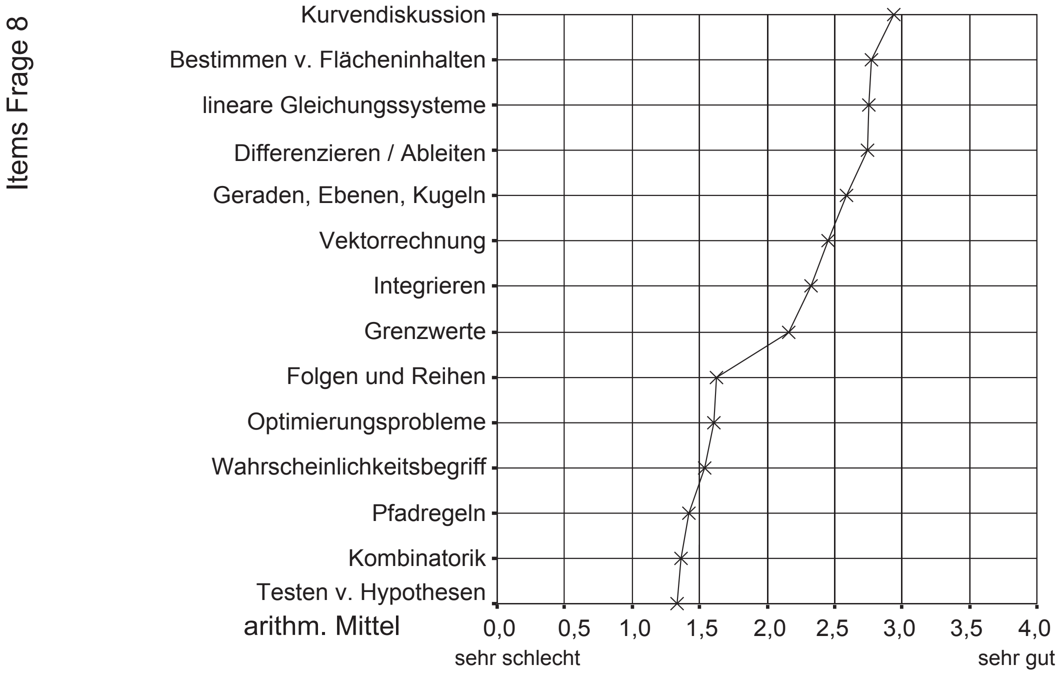


Abbildung 5.5: Mittelwerte der Einschätzungen des Verständnisses

- **mittleres Niveau** bei Geraden, Ebenen, Kugeln, Vektorrechnung, Integrieren und Grenzwerte, wobei Grenzwerte die schlechteste Einschätzung bekommt
- **schlechtes Verständnis** bei Folgen und Reihen, Optimierungsproblemen, Wahrscheinlichkeitsbegriff, Pfadregeln, Kombinatorik und Testen von Hypothesen

Dass die letzten vier Items so schlecht eingestuft wurden, verwundert nicht, da diese Inhalte in der Oberstufe im allgemeinbildenden Gymnasium praktisch nicht mehr unterrichtet werden. Dass aber die Kenntnisse im Bereich Folgen und Reihen, der Grundlage des Grenzwertbegriffes und damit auch weitgehend der Analysis ebenso schlecht eingeschätzt werden wie die Themen, die überhaupt nicht unterrichtet werden, ist besorgniserregend. Es ist auch ein Hinweis darauf, weshalb die Schülerinnen und Schüler in der Analysis immer nur mit Rezeptwissen arbeiten können, da sie ja keine Kenntnisse der Grundlagen haben, die für ein tieferes Verständnis notwendig wären.

Die Frage nach den Optimierungsproblemen zeigt ein weiteres grundlegendes Problem auf. Kurvendiskussion ist **die** Realisierung von Optimierungsproblemen, die in der Schule behandelt wird. Wenn den Schülerinnen und Schülern aber überhaupt nicht bewusst ist, zu welchem Themenkomplex die Kurvendiskussion gehört, wie sollen sie dann wissen, bei welchen (Anwendungs-) Problemen sie die Methode der Kurvendiskussion einsetzen

Anmerkungen in der Voruntersuchung, dass der Begriff „Differenzieren“ den Untersuchten nichts sagt.

könnten? Sehr bezeichnend ist hierbei auch, dass von 305 Befragten (allg. Gymnasium), die ihr Verständnis in Kurvendiskussion als „gut“ oder „sehr gut“ einstufen, 53 % der Meinung sind, sie hätten keine Optimierungsprobleme behandelt.

Dieses Ergebnis ist wahrscheinlich durch einen Unterricht, der nur auf die Abiturvorbereitung abzielt, verursacht und nicht durch die „Vergesslichkeit“ der Schülerinnen und Schüler. Wenn die abiturrelevanten Aufgabentypen rein rezeptmäßig abgearbeitet und weder auf mögliche außermathematische Anwendungen noch auf Verbindungen innerhalb der Mathematik eingegangen wird, können die Schülerinnen und Schüler nicht wissen zu welchem Anwendungsgebiet diese Aufgabentypen gehören.

5.5.2 Erweiterte Fähigkeiten und Kenntnisse

Ausgewertet werden die Items der Frage 2 (vgl. Fragebogen im Anhang A):

Bitte stufen Sie Ihre Fähigkeiten/Kenntnisse in den folgenden Gebieten ein: ...

Die mathematischen Kenntnisse und Fähigkeiten, die von den Studienanfängerinnen und -anfängern in Frage 2 (vgl. Anhang A) eingestuft werden sollten, stellen eine Mischung verschiedener Ebenen dar. Die Frage 2 verlangt nach einer Einstufung der Fähigkeiten und Kenntnisse in verschiedenen handwerklichen Fertigkeiten – „Formeln verwenden“, „Ergebnisse selbstständig überprüfen“,... – und Prozessfähigkeiten – „logisches Argumentieren“, „Beweisen allgemein“, „mathematische Modelle erstellen“,... – mit noch einigen darüber hinausgehenden Items wie Textaufgaben oder Kopfrechen. Zudem wurden noch zwei Fragen aus dem Computerbereich – „Umgang mit Computersoftware“ und „einfache Programme erstellen“ gestellt, um einen Vergleich zu Items zu haben, die nicht direkt etwas mit Mathematik zu tun haben, aber doch oft in enger Verbindung dazu gesehen werden.

Interessant ist, ob auch in der Selbsteinschätzung der Studienanfängerinnen und -anfänger ein Unterschied zwischen handwerklichen Fertigkeiten und Prozessfähigkeiten zu finden ist.

Dazu gibt die Abbildung 5.6 mit der Rangfolge der arithmetischen Mittelwerte erste Anhaltspunkte.

An der Reihenfolge der Items, die ja auf eine Rangfolge der eingeschätzten Kenntnisse und Fähigkeiten schließen lässt, lassen sich schon Hinweise auf unterschiedliche Gruppen erkennen. So scheint es tatsächlich eine Gruppe von handwerklichen Fähigkeiten wie Formeln verwenden, Kurvendiskussion, ..., Kopfrechen zu geben, in denen sich die Befragten relativ gut einschätzen.

Deutlicher wird die Tendenz der Gruppierung erkennbar, wenn die Kontrollfragen nach dem „Umgang mit Computersoftware“ und „einfache Programme erstellen“ sowie die

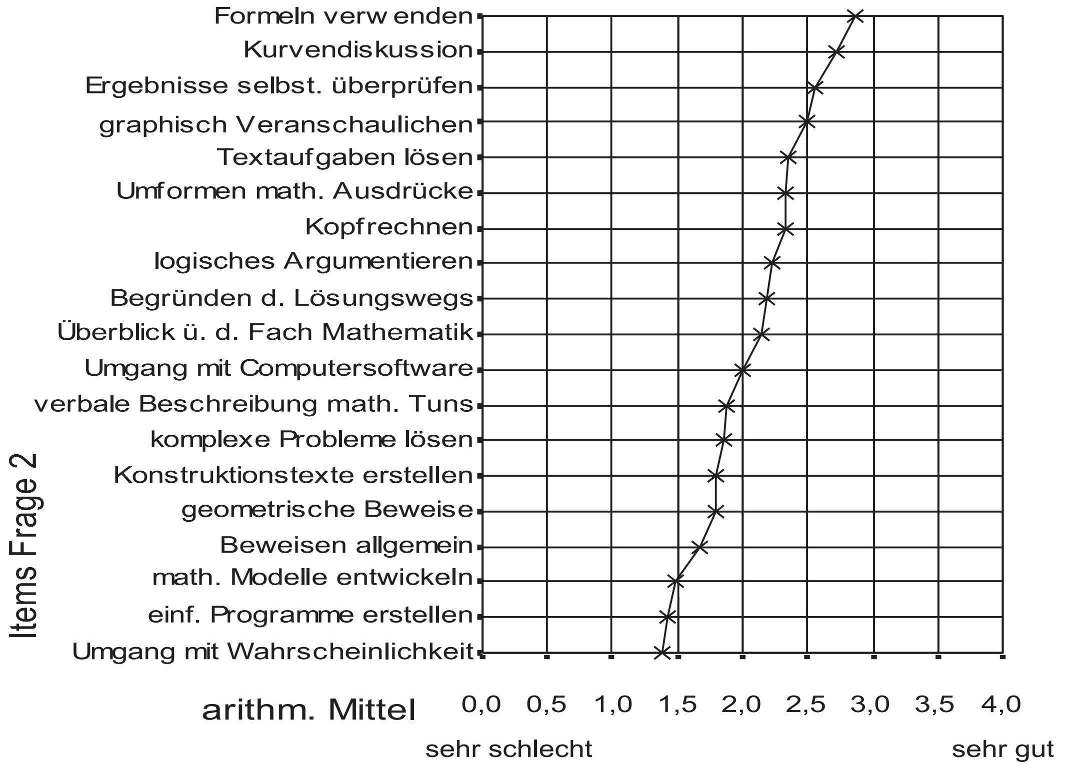


Abbildung 5.6: Mittelwerte der Einschätzungen der Kenntnisse und Fähigkeiten

sehr allgemeinen Items „Kopfrechnen“ und „Textaufgaben lösen“ weggelassen werden. Wie in Abbildung 5.7 zu erkennen, lassen sich die Einschätzungen der Fähigkeiten und Kenntnisse beim Verwenden von Formeln, Kurvendiskussion, graphisch Veranschaulichen und selbstständigem Überprüfen von Ergebnissen zu einer Gruppe „handwerkliche Fähigkeiten“ zusammenfassen. (Die Mittelwerte liegen alle zwischen 2,5 und 3,0.)

Schwieriger wird die Gruppierung bei den anderen Items. Es lassen sich einzelne Gruppen erahnen, wenn z.B. jeweils die Mittelwerte zwischen $1,0$ und $1,5$; $1,5$ und $2,0$ bzw. $2,0$ und $2,5$ betrachtet werden. Zur genaueren Bestimmung möglicher Gruppen wurde auch hier versuchsweise eine Faktorenanalyse durchgeführt.

Die Faktorenanalyse erfolgte unter der Annahme intervall-skalierter Items und es wurden nur die Studierenden gewertet, die auch Mathematik in ihrem Studium benötigen (insgesamt 984). Leider kann nicht davon ausgegangen werden, dass alle Variablen normalverteilt sind. Deshalb wurde als Kriterium, ob eine Faktorenanalyse durchgeführt werden darf, das Kaiser-Meyer-Olkin-Kriterium (vgl. Backhaus & al. 2000, S. 269) herangezogen.[17]

[17] SPSS (Die statistischen Auswertungen wurden bis auf die LISREL-Analyse alle mit dem Software-Paket SPSS 11.0 durchgeführt.) bestimmt diesen Wert mit $0,885$, der in der Literatur als sehr gut

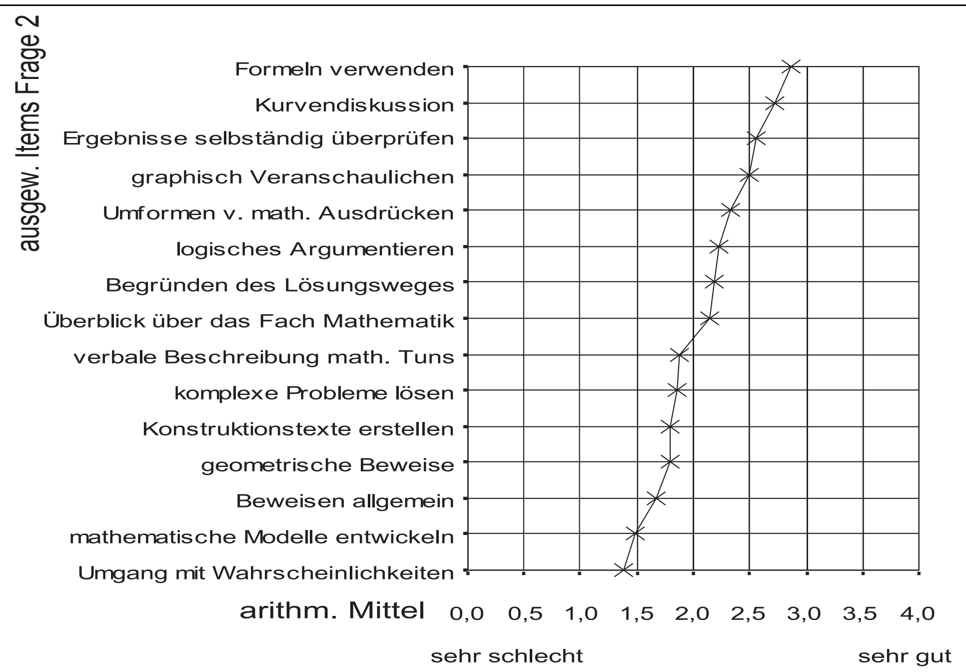


Abbildung 5.7: ausgewählte Mittelwerte der Einschätzungen der Kenntnisse und Fähigkeiten

Die durch die vier extrahierten Faktoren erklärte Gesamtvarianz beträgt 58 %.

Dabei wurde das Item „Umgang mit Wahrscheinlichkeit“ als Faktor gewertet, obwohl es sich hier nicht wirklich um einen Faktor handelt. Da dieses Item sich aber grundlegend sowohl vom fachlichen Inhalt wie auch der Behandlung im Unterricht von den anderen unterscheidet und für die derzeitige mathematikdidaktische Diskussion sehr wichtig ist, wird es (gestrichelt) in die Darstellung der Faktoren aufgenommen. Die Abbildung 5.8 zeigt die durch Hauptkomponentenanalyse extrahierten und mit der Varimax-Methode rotierten Ladungen der einzelnen Items auf die vier Faktoren. (Es wurden nur Ladungen $\geq 0,5$ dargestellt.)

Die vier durch die Faktorenanalyse errechneten Faktoren setzen sich folgendermaßen zusammen (aufgeführt in der Reihenfolge der Ladungen):

- **mathematische Prozessfähigkeiten**: Beweisen allgemein, logisches Argumentieren, mathematische Modelle entwickeln, Begründen des Lösungsweges, komplexe Probleme lösen und Überblick über das Fach Mathematik
- **Umgang mit Formeln/Handwerk**: Formeln verwenden, Kurvendiskussion, Er-

gilt. Die einzelnen MSA-Werte („measure of sampling adequacy“) der Anti-Image- Korrelationsmatrix liegen zwischen $0,833$ (geometrische Beweise) und $0,933$ (Überblick über das Fach Mathematik), die in der Literatur (Backhaus & al. 2000, S. 269) als „verdienstvoll“ und „erstaunlich“ eingestuft werden.

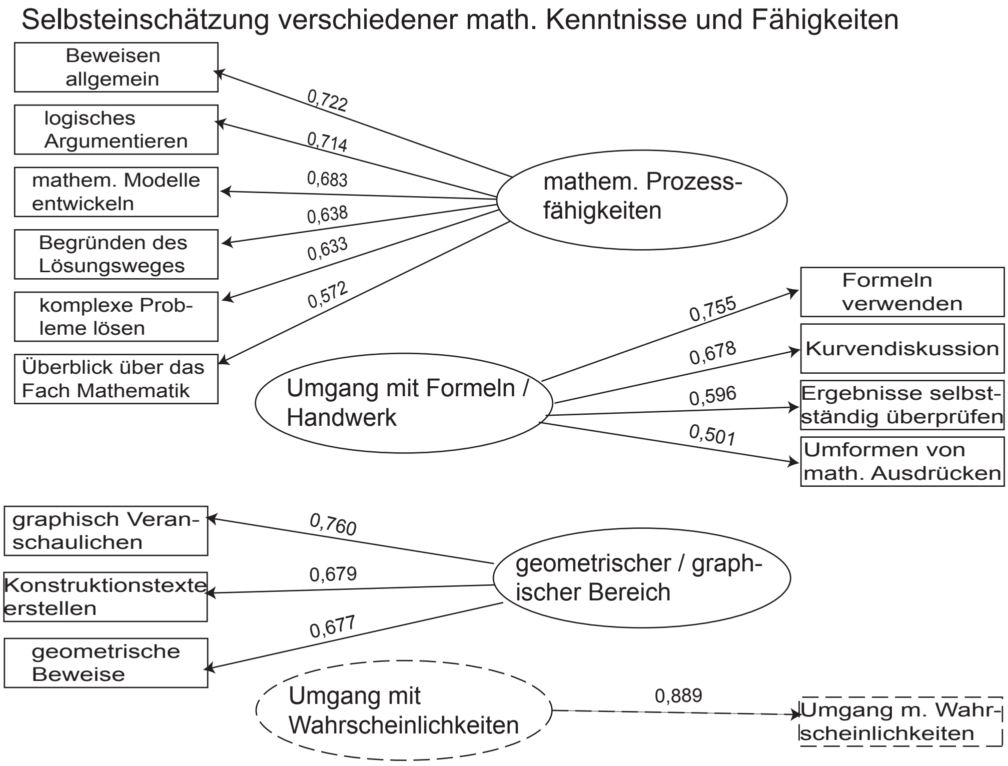


Abbildung 5.8: Ergebnisse der Faktorenanalyse

gebnisse selbstständig überprüfen, Umformen von mathematischen Ausdrücken

- **geometrischer/graphischer Bereich**: graphisch Veranschaulichen, Konstruktionstexte erstellen, geometrische Beweise
- **Umgang mit Wahrscheinlichkeiten**: Umgang mit Wahrscheinlichkeiten

Inhaltlich sind die erhaltenen Faktoren sehr schlüssig, sie können sogar als empirischer „Hinweis“ theoretischer mathematikdidaktischer Überlegungen zur Unterscheidung zwischen „handwerklichen“ Rechenfertigkeiten und prozessorientiertem „Mathematik Treiben“ (vgl. Kapitel 3) dienen.

Einstufung der Fähigkeiten und Kenntnisse im ...					
Item	sehr schlecht	schlecht	mittel	gut	sehr gut
Kopfrechnen	3 %	14 %	39 %	35 %	9 %
Textaufgaben	1 %	9 %	46 %	41 %	3 %
Kurvendiskussion	1 %	4 %	29 %	55 %	11 %

Tabelle 5.11: Selbsteinschätzungen versch. Fähigkeiten und Kenntnisse

In der Faktorenanalyse wurden bewusst die Items Kopfrechnen und Textaufgaben nicht mit einbezogen, da sie sich nicht auf Oberstufeninhalte (Kopfrechnen) oder auf spezifische mathematische Fähigkeiten beziehen. Es ist aber trotzdem sehr interessant, wie sich die Studienanfängerinnen und -anfänger selbst einstufen. Der Unterschied zum Item Kurvendiskussion, das an zweiter Stelle in dem Ranking (vgl. Abbildung 5.6 auf S. 97) steht und hier als Vergleich aufgeführt wird, ist in der Tabelle 5.11 gut zu erkennen. Beim Kopfrechnen stufen sich 17 % der Befragten unter dem Mittel ein und 44 % schätzen sich als gut oder sehr gut ein. Bei der Kurvendiskussion sind es nur 5 % bzw. 66 %. Bei den Textaufgaben – unter diesem Begriff können verschiedene Aufgabenniveaus verstanden werden von einfachen eingekleideten Aufgaben bis zu komplexen anwendungsbezogenen Aufgaben – stufen sich die meisten Befragten im Bereich „mittel“ (46 %) bis „gut“ (41 %) ein.

Wie sehen jetzt die Selbsteinschätzungen der Befragten bei diesen Faktoren aus? Zum Vergleich wurden die „Leititems“, also diejenigen, die auf die einzelnen Faktoren jeweils am stärksten laden, ausgewählt und die Verteilung der Antworten sowohl in einem Diagramm zusammengestellt, das in Abbildung 5.9 zu sehen ist, als auch die einzelnen Werte in Tabelle 5.12 aufgelistet.

Wie zu erwarten, schätzen sich die Befragten in dem „handwerklichen“ Item „Formeln verwenden“ ziemlich gut ein. So wurde bei diesem Item als Einzigem dieser Frage nie die Antwort „sehr schlecht“ angekreuzt. Dieses Ergebnis ist dicht gefolgt von der Einschätzung zum “graphisch Veranschaulichen“[18].

Einstufung der Fähigkeiten und Kenntnisse im ...					
„Leititem“	sehr schlecht	schlecht	mittel	gut	sehr gut
Beweisen allgemein	7,5 %	32,5 %	47 %	12,5 %	0,5 %
Formeln verwenden	0 %	2 %	24 %	60 %	14 %
graphisch Veranschaulichen	1 %	7 %	40 %	45 %	7 %
Umgang mit Wahrscheinlichkeiten	18 %	37 %	33 %	10 %	2 %

Tabelle 5.12: Selbsteinschätzungen der Kenntnisse und Fähigkeiten der „Leititems“

Das Item „Beweisen allgemein“, das den Faktor „mathematische Prozessfähigkeiten“ repräsentiert, landet sowohl nach der Rangfolge durch die Mittelwertbildung (vgl. Abbildung 5.6 auf S. 97) als auch durch die Verteilung der Antworten im unteren Bereich, nur 13 % der Befragten schätzen sich als „gut“ oder „sehr gut“ ein.

[18] Bei den beiden anderen Items des Faktors „geometrischer/graphischer Bereich“, „Konstruktionstexte erstellen“ und „geometrische Beweise“ schätzen sich die Studierenden wesentlich schlechter ein. Wenn als Gesamtmaß für die einzelnen Faktoren z.B. das arithmetische Mittel der Häufigkeiten bestimmt wird, so ändert dies jedoch nichts an der Gesamttendenz der Faktoren.

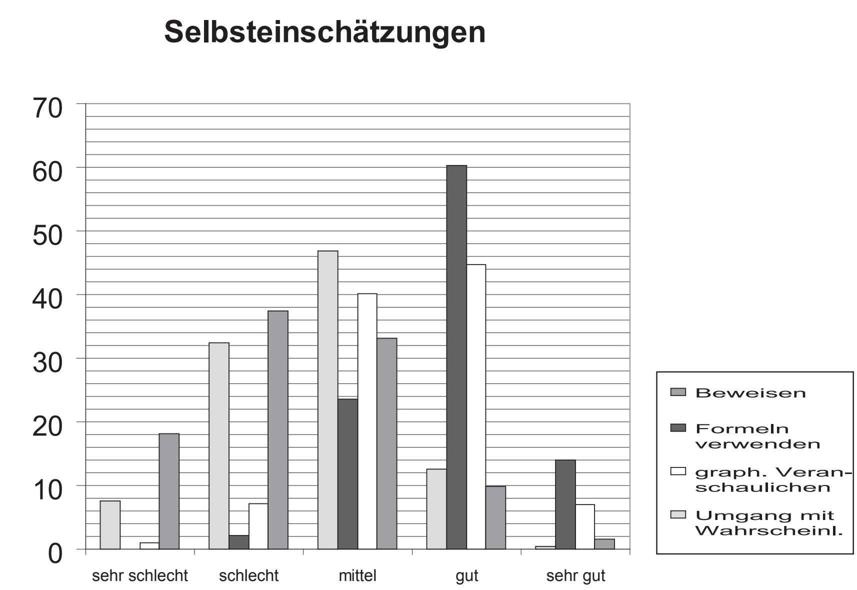


Abbildung 5.9: Vergleich der Leititems der vier Faktoren

Der „Umgang mit Wahrscheinlichkeiten“, der als eigener „Faktor“ aufgefasst wird, ist in beiden Darstellungen das „Schlusslicht“. Hier sind es nur 12 % der Befragten, die sich als gut oder sehr gut einschätzen. Die geringen Kenntnisse der Befragten in diesem Bereich bestätigen die Ansicht vieler Hochschullehrender, dass die baden-württembergischen Studienanfängerinnen und -anfänger kaum Kenntnisse im Bereich Stochastik haben (zumindest im Herbst des Jahres 2000).

Die Klagen vieler Hochschullehrender, die Mathematik für die ersten Semester unterrichten, lassen jedoch befürchten, dass diese guten Selbsteinschätzungen in den handwerklichen Fertigkeiten sogar noch übertrieben sind. Viele Vorkursanbieter (vgl. Kapitel 2.4.2) begründen mit den mangelnden Fertigkeiten der Studienanfängerinnen und -anfänger im Bruchrechnen oder beim Umformen algebraischer Ausdrücke die Notwendigkeit den angebotenen Vorkurs zu besuchen.

Diskrepanzen zwischen Selbst- und Fremdeinschätzungen können sehr viele Ursachen haben, auf die hier aber nicht ausführlicher eingangen werden soll. Eine mögliche Erklärung für diese überhöhte Selbsteinschätzung kann sein, dass die Befragten ihre „handwerklichen Fertigkeiten“ auch nur in dem sehr engen Kontext der erlebten Oberstufenmathematik sehen und ihnen z.B. das Umformen von Bruchtermen ohne Einbindung in das vorgegebene „Rezept“, d.h. beispielsweise nicht beim Vereinfachen der Ableitungen gebrochen rationaler Funktionen, nur sehr schlecht gelingt.

5.5.3 Ergebnisse anderer Studien

TIMSS III

Die Testergebnisse der TIMSS III-Untersuchung bestätigen einerseits die Selbsteinschätzungen der Befragten v.a. zu den Defiziten im Bereich der Prozessfähigkeiten, andererseits aber auch die Klagen der Hochschullehrenden. Baumert & al. kommen zu dem Befund, dass sowohl bei den Prozessfähigkeiten als auch bei den handwerklichen Fähigkeiten Schwächen bestehen.

> „Die Leistungen deutscher Schüler liegen im unteren Mittelbereich. Dies gilt auch für den Vergleich der Gruppe der leistungsstärksten Schüler.“ (Baumert & al. 2001, S. 31)

Weiter ergibt sich:

> „Die relativen Schwächen der deutschen Oberstufenschüler liegen demnach sowohl im Bereich des konzeptuellen als auch des prozeduralen mathematischen Wissens. Aber auch bei Aufgaben, die Anforderungen an mathematische Modellierung, Übersetzungsleistungen und Problemlösen betreffen, zeigen sich tendenziell Schwächen deutscher Schüler. Relative Stärken sind lediglich bei Aufgaben zu verzeichnen, in denen graphische Darstellungen mit Koordinatensystemen interpretiert werden müssen bzw. bei denen bildliches Denken bedeutsam ist. Im Umgang mit visuellen Repräsentationen – und nur hier – scheint eine Stärke des deutschen Mathematikunterrichts zu liegen.“ (Baumert & al. 2001, S. 32)

Bemerkenswert an diesem Ergebnis ist, dass also nicht wie bei TIMSS II oder auch PISA den Schülerinnen und Schülern zumindest gute „handwerkliche“ Fertigkeiten in Mathematik zugestanden werden, sondern dass auch bei den arithmetischen und algebraischen Fertigkeiten relative Schwächen liegen.

Noch knapper werden diese Ergebnisse in dem Buch „Kerncurriculum Oberstufe“ zusammengefasst: „Nach den Ergebnissen von TIMSS III liegen die relativen Stärken deutscher Oberstufenschüler im internationalen Vergleich eher bei der Lösung von Routineaufgaben im Rahmen fester Kalküle, während sie weniger gut mathematisieren und nicht-standardisiert argumentieren können. [...] Weitgehend ist der Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe charakterisiert durch eine einseitige Orientierung am Kalkülaspekt der Mathematik und durch das ‘Skript’ der Engführung im Unterricht. Konstruktives und kummulatives Lernen wird dadurch erschwert.“ (Tenorth 2001, S. 23).

Hochschullehrende

Die Einschätzungen der Hochschullehrenden wurden schon im Kapitel 5.4.1 besprochen. So halten 41 % der antwortenden Professoren das Schulwissen der Studienanfängerinnen und -anfänger in Mathematik für „wenig“ und „gar nicht ausgeprägt“. Dies ist natürlich eine sehr subjektive Einschätzung, aber es ist auch ein Beleg für die schon „zitierten“ Klagen der Hochschullehrenden, die Mathematik für die Eingangssemester unterrichten.

Ausbildungsbetriebe

Die Schwächen in den „handwerklichen“ mathematischen Fähigkeiten decken sich auch mit den Befunden von Gartz et al. bei der Befragung der Ausbildungsbetriebe.

Test	sehr gut/gut	befriedigend	ausreichend	nicht ausreichend
Intelligenztest	42,1 %	50,0 %	7,9 %	–
Rechtschreibung	23,0 %	47,5 %	21,3 %	8,2 %
Rechnen	14,3 %	47,6 %	23,8 %	14,3 %

Tabelle 5.13: Ergebnisse der Einstellungstests (nur Abiturienten) (nach Gartz & al. 1999, S.91ff)

Nach Stärken und Schwächen der Schulabgänger befragt ergeben sich alarmierende Einschätzungen im Bereich „Rechnen/ Grundrechenarten“ und „Allgemeinbildung“. 21, 7 % der Abiturientinnen und Abiturienten werden deutliche Schwächen beim Rechnen/ Grundrechenarten (30, 2 % Stärken und 48, 1 % geringe Schwächen) attestiert; im Bereich Allgemeinbildung sieht es nicht wesentlich besser aus: 46, 4 % Stärken, 40, 2 % geringe Schwächen und 13, 4 % deutliche Schwächen (Gartz & al. 1999, S.155). In der Tabelle 5.13 werden ausgewählte Ergebnisse verschiedener Einstellungstests zusammengefasst.

Die Zahl der im Rechnen guten oder sehr guten Abiturienten ist gleich groß wie die derjenigen mit nicht ausreichenden Kenntnissen im Rechnen und zwar jeweils 14, 3 %. Mit der Rechtschreibung sieht es etwas besser aus, immerhin wird fast ein Fünftel der Auszubildenden mit Abitur als sehr gut oder gut eingestuft und „nur“ 8, 2 % als nicht ausreichend. Dass diese Ergebnisse nicht an mangelnder Intelligenz liegen können, darauf deuten die Ergebnisse der von den Ausbildungsbetrieben durchgeführten Intelligenztests hin. Über 90 % der Getesteten schneiden dabei zumindestens befriedigend ab.

Abituraufgaben

Dass diese Befunde wesentlich mit dem Abitur, v.a. mit den Aufgaben in der Abiturprüfung und der Vorbereitung auf das Abitur zu tun haben, ist nichts Neues. Schon vor fast 30 Jahren kommt Ludwig Bauer (vgl. S. 60) in seiner Untersuchung der bayrischen Abituraufgaben von 1971 bis 1976 zu dem Schluss:

> „Die Abituraufgaben sind so sehr auf starre Formen fixiert, daß die Möglichkeit zur Entfaltung der Flexibilität des Denkens kaum gegeben ist. Im Abitur vermißt man elementare Inhalte mit hohem kognitivem Anforderungsniveau. Ebenso fehlen Aufgabenstellungen, bei denen vorgegebene Argumentationen auf Stimmigkeit und logische Richtigkeit überprüft werden („evaluation"), und auch solche, bei denen Abiturienten neue, im Unterricht nicht behandelte Lösungsstrategien entwerfen müssen (Denkaufgaben). Infolgedessen ist das Spektrum der durch die Abituraufgaben überprüften Fähigkeiten einseitig und schmal. Wichtige vor allem langfristige, prozessuale Zielsetzungen werden im Abitur vernachlässigt. Dies gilt insbesondere für heuristische Aktivitäten sowie für Fähigkeiten des lokalen und globalen Ordnens, des Abstrahierens, Konkretisierens, Generalisierens, Spezialisierens, Definierens." (Bauer 1978, S. 244).

Dies ist sicherlich so nicht vollständig auf die in den letzten Jahren im baden-württembergischen Zentralabitur gestellten Aufgaben zu übertragen, aber es beschreibt die Problematik, der „andressierten" Fertigkeiten, die zum Lösen der Abituraufgaben ausreichen, sehr gut.

5.5.4 Zusammenfassung

Die befragten Studienanfängerinnen und -anfänger schätzen ihre Kenntnisse im Mathematik-Stoff der Oberstufe nur in den „rein handwerklichen" Bereichen Kurvendiskussion, Bestimmen von Flächeninhalten, linearen Gleichungssystemen und Differenzieren als gut ein. Der mittlere Bereich umfasst die mathematischen Themen, die nicht nur nach „Rezepten" abgearbeitet werden können: Geraden, Ebenen, Kugeln, Vektorrechnung, Integrieren und Grenzwerte. Sehr schlecht schätzen sie ihre Kenntnisse in dem kaum behandelten Gebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung sowie bei Folgen und Reihen und Optimierungsproblemen ein.

Die Selbsteinschätzungen der erweiterten mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse ergeben Hinweise auf vier Faktoren: „mathematische Prozessfähigkeiten", „Umgang mit Formeln/Handwerk", „geometrischer/graphischer Bereich" und „Umgang mit Wahrscheinlichkeiten". Die Studienanfängerinnen und -anfänger schätzen ihre Fähigkeiten und Kenntnisse im „handwerklichen" und „graphischen" Bereich ziemlich gut ein, in den Prozessfähigkeiten wesentlich schlechter und im Umgang mit Wahrscheinlichkeiten durchgängig sehr schlecht ein.

Die anderen Untersuchungen bestätigen bzw. „untertreffen" die Selbsteinschätzungen der Studierenden. Nach TIMSS III liegen die Schwächen bei prozeduralem mathematischen Wissen und bei den übergreifenden Prozessfähigkeiten wie Problemlösen, Modellieren und Transferleistungen, aber auch in den handwerklichen Fertigkeiten der Abiturientinnen und Abiturienten. Das Letztere stellt eine große Diskrepanz zu den eigentlich sehr guten Selbsteinschätzungen der Befragten in diesen Fertigkeiten dar. Die einzigen Stärken der deutschen Schüler liegen nach TIMSS III bei graphischen Darstellungen im Koordinatensystem.

5.6 Einschätzungen der Wichtigkeit mathematischer Fähigkeiten und Kenntnisse

Ist Mathematik wichtig für das Leben? Welche mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse sind auch außerhalb der Schule wichtig?

Ausgewertet werden verschiedene Items der Frage 12 (vgl. Fragebogen im Anhang A):

Bitte kreuzen Sie an, wie weit Sie den folgenden Aussagen zustimmen: „Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt." „Mathematik wird in der Schule überbewertet."

Dass gute Kenntnisse und Fähigkeiten in Mathematik für die Studierfähigkeit in vielen Fachbereichen sehr wichtig ist, wurde schon in Abschnitt 5.4 auf S. 91 dargestellt.

Die Studienanfängerinnen und -anfänger selbst stufen Mathematik als ein sehr wichtiges Fach ein. Die starke Zustimmung zu der Aussage „Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt." und die geringe Zustimmung zur Aussage „Mathematik wird in der Schule überbewertet.", die in Tabelle 5.14 zusammengefasst werden, zeigt dies deutlich. Ausgewertet wurden hierbei nur diejenigen Befragten, die in ihren gewählten Studiengängen mindestens einen Leistungsnachweis in Mathematik erbringen müssen.

So sind 44 % der Befragten der Meinung, dass „Mathematik eines der wichtigsten Fächer überhaupt" ist. Nur 7,5 % finden, dass „Mathematik in der Schule überbewertet wird" und über 70 % stimmen dieser Aussage kaum oder nicht zu.

Da der Kruskal-Wallis-Test auf signifikante Unterschiede zwischen den verschiedenen Fachbereichen höchst signifikante Unterschiede bei der Frage nach der „Wichtigkeit der Mathematik" ergab, wurden die einzelnen Fachbereiche mit dem Mann-Whitney-Test untereinander verglichen. Dabei ergaben sich zwischen Lehrämtlern und Wirtschaftswissenschaften bzw. zwischen den Ingenieurwissenschaften und allen anderen Bereichen

Zustimmung zur Aussage:	stimme gar nicht zu	stimme etwas zu	weder/ noch	stimme stark zu	stimme voll und ganz zu	arithm. Mittel[a]
Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt.						
	11 %	25 %	20 %	32 %	12 %	2,08
Mathematik wird in der Schule überbewertet.						
	51 %	21,5 %	20 %	6 %	1,5 %	0,86

[a] arithmetisches Mittel mit Werteskala von 0 (stimme gar nicht zu) bis 4 (stimme voll zu)

Tabelle 5.14: Einschätzungen der Wichtigkeit der Mathematik durch die Studierenden

höchst signifikante Unterschiede. Der Unterschied zwischen Wirtschaftswissenschaften und Naturwissenschaften ist signifikant ($p = 0,024$).

Bei der Frage, ob „Mathematik in der Schule überbewertet wird" sind nur die Unterschiede zwischen Lehramt und Ingenieurwissenschaften höchst signifikant, zwischen Lehramt und Wirtschaftswissenschaften ($p = 0,026$), Ingenieuren und Naturwissenschaften ($p = 0,047$) und Ingenieuren und Wirtschaftswissenschaften ($p = 0,039$) jeweils nur signifikant.

Ebenfalls sehr deutlich ist der Unterschied zwischen denjenigen, die in Mathematik mindestens einen Leistungsnachweis erbringen müssen und denen, die Mathematik nicht für ihr Studium benötigen (insgesamt nur 45 Befragte). Die Antworthäufigkeiten, aufgeteilt nach den verschiedenen Fachbereichen, sind in Tabelle 5.15 zusammengestellt.

84 % der Lehrämtler ohne Mathematik finden Mathematik nicht wichtig und 42 % finden, dass es in der Schule überbewertet wird. Dies steht im völligen Gegensatz zu den anderen Fachbereichen. Die Ingenieurwissenschaften stufen die Wichtigkeit der Mathematik am höchsten ein, gefolgt von den Wirtschaftswissenschaftlern und erst dann kommen (ohne signifikanten Unterschied) die Naturwissenschaftler und die Lehrämtler mit Mathematik. Dieselbe Reihenfolge ergibt sich – entsprechend umgekehrt – bei der Frage nach der Überbewertung.

Dies ist ebenfalls ein Indiz dafür, dass die hier in dieser Untersuchung befragten Lehramtsstudierenden sich nicht zu den „Mathematikern" der vergleichbaren Studiengänge Mathematik Diplom oder Höheres Lehramt an Gymnasien zählen (vgl. S. 143), sondern zur Gruppe der „Nicht-Mathematiker" gehören.

Zustimmung zur Aussage: Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt.						
Fachbereich	stimme gar nicht zu	stimme etwas zu	weder/ noch	stimme stark zu	stimme voll und ganz zu	arithm. Mittel[a]
Lehramt (ohne Mathematik)	58 %	26 %	14 %	2 %	–	0,63
Lehramt (mit Mathematik)	21 %	34 %	27 %	14 %	4 %	1,45
Wirtschaftswissenschaften	12 %	30 %	22 %	27 %	10 %	1,93
Naturwissenschaften	18 %	38 %	19 %	21 %	4 %	1,56
Ingenieurwissenschaften	6 %	17 %	16 %	44 %	17 %	2,49
Zustimmung zur Aussage: Mathematik wird in der Schule überbewertet.						
Fachbereich	stimme gar nicht zu	stimme etwas zu	weder/ noch	stimme stark zu	stimme voll und ganz zu	arithm. Mittel
Lehramt (ohne Mathematik)	14 %	21 %	23 %	19 %	23 %	2,16
Lehramt (mit Mathematik)	38 %	28 %	24 %	9 %	2 %	1,10
Wirtschaftswissenschaften	50 %	21 %	20 %	7,5 %	1,5 %	0,90
Naturwissenschaften	46 %	17 %	31 %	4,5 %	1,5 %	0,98
Ingenieurwissenschaften	57 %	20 %	17 %	4 %	2 %	0,73

[a] arithmetisches Mittel mit Werteskala von 0 (stimme gar nicht zu) bis 4 (stimme voll zu)

Tabelle 5.15: Einschätzungen der Wichtigkeit von Mathematik nach Fachbereichen aufgeteilt

5.6.1 Wichtigkeit verschiedener Fähigkeiten und Kenntnisse auch außerhalb der Schule

Ausgewertet werden die Items der Frage 3 (vgl. Fragebogen im Anhang A):

> Für wie wichtig halten Sie die folgenden Fähigkeiten/Kenntnisse auch außerhalb der Schule?

Die Antworten auf die Frage „Für wie wichtig halten Sie die folgenden Fähigkeiten/ Kenntnisse auch außerhalb der Schule?“ verbunden mit den Angaben, in welchen Bereichen nach Meinung der Befragten als Vorbereitung für das Studium in der Schule mehr bzw. weniger getan werden sollte, liefern einige Aussagen zu den Vorstellungen der Studienanfängerinnen und -anfänger bezüglich der Wichtigkeit mathematischer Fertigkeiten und Kenntnisse. Durch den sehr frühen Zeitpunkt der Befragung kann die eigene Erfahrung des Hochschulalltags noch keine sehr große Rolle spielen, so dass die Einschätzungen v.a. durch die Erfahrungen der Schule, eventueller Berufsausbildung vor Studienbeginn und Hörensagen von anderen Personen beeinflusst werden.

Einen ersten Eindruck einer Art „Ranking" der im Fragebogen vorgegebenen Items liefert die Abbildung 5.10. Dabei ist die Platzierung von „logischem Argumentieren" an zweithöchster Stelle nicht weiter erstaunlich, bemerkenswert ist der „dritte Platz" des „Kopfrechnens" im Zeitalter des Taschenrechners und die Spitzenreiterposition des „Umgangs mit Computersoftware". Grundsätzlich waren die Items „Umgang mit Computersoftware" und „einfache Computerprogramme erstellen" eher zum Vergleich mit den klassischen mathematischen Fähigkeiten und Kenntnissen gedacht.

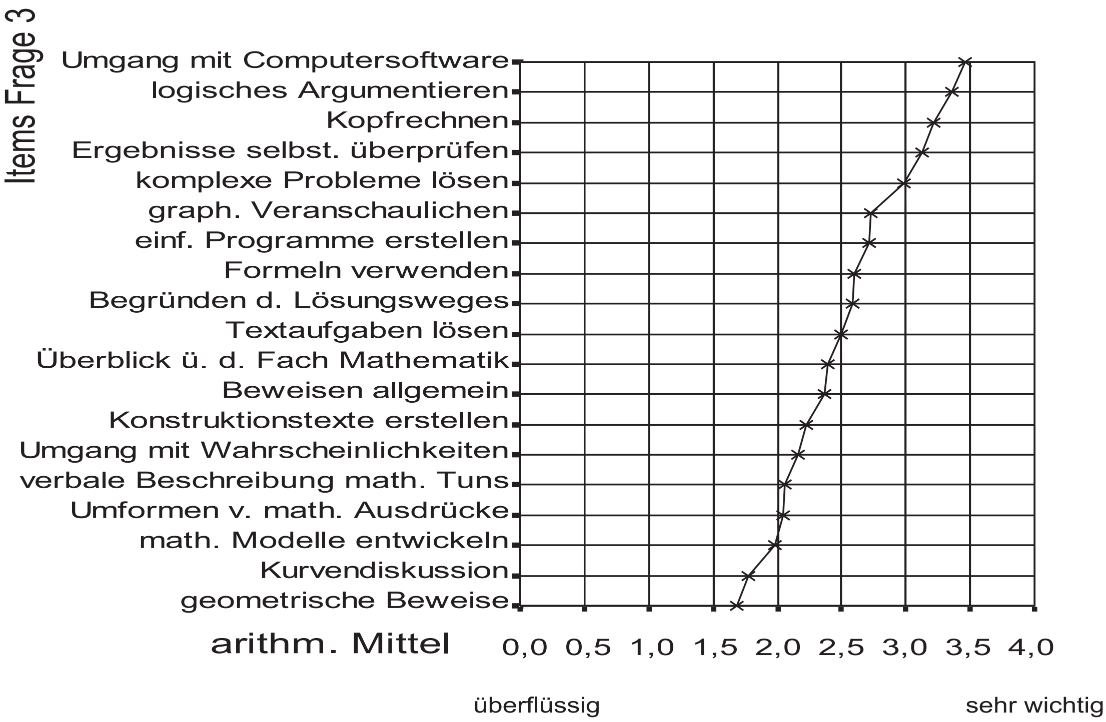


Abbildung 5.10: Mittelwerte der Wichtigkeiten mathematischer Fähigkeiten und Kenntnisse

Die hohe Einschätzung der Wichtigkeit des „Umgangs mit Computersoftware" und sogar des „Erstellens einfacher Programme" und der Wunsch, dass in diesen beiden Bereichen in der Schule mehr getan werden soll (vgl. S. 114), könnte ein Grund sein, die vielfältige Nutzung von Computern in der Schule zu forcieren. Der Umgang mit Computersoftware in der Schule sollte auf keinen Fall auf das Fach Mathematik beschränkt sein, auch wenn es im Schulalltag bisher meist die Mathematiklehrerinnen und -lehrer sind, die Computer freiwillig im Unterricht einsetzen. Computernutzung muss als angemessenes Hilfmittel in allen Fächern eingesetzt werden.

Nachdem die Faktorenanalyse der Selbsteinschätzungen der Kenntnisse und Fertigkeiten doch einige Hinweise auf Zusammenhänge geben konnte, interessiert hier, ob es solche oder ähnliche Zusammenhänge auch in der Einschätzung der Wichtigkeit gibt. Deshalb wurde auch hier versuchsweise eine Faktorenanalyse anhand aller 1044 in die Auswertung einbezogenen Fragebögen durchgeführt. Dazu wurden die Antworten „Begriff sagt mir nichts“ als systembedingt fehlend gesetzt, da sie ja das Bild sonst verfälschen würden. Außer bei den Items „Konstruktionstexte erstellen“ (24 %), „Umgang mit Wahrscheinlichkeiten“ (8 %), „mathematische Modelle entwickeln“ (9, 2 %), „geometrische Beweise“ (4, 3 %), „verbale Beschreibung mathematischen Tuns“ (7, 4 %) und „komplexe Probleme lösen“ (2, 6 %) war dies nur selten der Fall (jeweils unter 1 %).

Für die Faktorenanalyse wurden die Items „Umgang mit Computersoftware“ und „einfache Computerprogramme erstellen“ von vornherein weggelassen, da sie nur einem allgemeinen Vergleich dienen sollten.

Das Item „Kopfrechnen“, das zwar von vielen Studierenden als wichtig eingestuft wurde, passt aber nicht zu den anderen Items, so dass wesentlich bessere statistische Kennwerte erzielt werden, wenn dieser Punkt weggelassen wird. Ebenso wurde das Item „Textaufgaben lösen“ nicht berücksichtigt, da es zu unpräzise ist, um sinnvoll das Ergebnis interpretieren zu können.

Exkurs: Kopfrechnen
Das bedeutet nicht, dass die Kopfrechenfähigkeit meiner Meinung nach unwichtig ist, aber es ist letztendlich Stoff der Grundschule und eventuell der Unterstufe und nicht ein Hauptziel des Mathematikunterrichts in der Oberstufe. Die Antworthäufigkeit der Studierenden zur Wichtigkeit des Kopfrechnens und von Textaufgaben wird in Tabelle 5.16 dargestellt.

Für wie wichtig halten Sie die folgenden Fähigkeiten/Kenntnisse auch außerhalb der Schule?					
Item	überflüssig	weniger wichtig	mittel	wichtig	sehr wichtig
Kopfrechnen	1 %	5 %	12 %	37 %	45 %
Textaufgaben lösen	2 %	12 %	32 %	41 %	13 %

Tabelle 5.16: Einschätzungen der Wichtigkeit von Kopfrechnen und Textaufgaben

Diese hohe Einschätzung der Wichtigkeit von Kopfrechnen ist vermutlich mit durch die relativ schlechte Selbsteinschätzung der Studienanfängerinnen und -anfänger im Kopfrechnen (vgl. Tabelle 5.11 auf S. 99) bedingt. Nicht einmal die Hälfte der Befragten (immerhin alle mit Hochschulzulassung) schätzen sich selbst im Kopfrechen als „gut“ oder „sehr gut“ ein, nämlich insgesamt nur 44 %. Dieses erschreckende Ergebnis zusammen mit der Aussage, dass 51 % der Befragten gerne mehr Kopfrechnen in der Schule gemacht hätten (vgl. S. 114), ist ein Signal, dass trotz aller Bemühungen nach prozessorientiertem Mathematikunterricht auch bis in die Oberstufe Wert auf die Beherrschung solcher Grundkompetenzen gelegt werden muss.

Mögliche Vorgehensweisen zur Verbesserung der Kopfrechenfertigkeiten auch in der Oberstufe werden in Kapitel 6.1.5 ausführlich geschildert.

Zurück zur Faktorenanalyse:
Es wurde für die Durchführung der Faktorenanalyse auch noch auf die Items „Konstruktionstexte erstellen“ (Wenn 24 % der Befragten angeben, dass ihnen der Begriff nichts sagt, so ist es fraglich, ob die anderen das „Richtige“ darunter verstehen.), „verbale Beschreibung mathematischen Tuns“ und „mathematische Modelle entwickeln“ verzichtet. Die beiden letzen Items wurden weggelassen, da sich einerseits dadurch die statischen Kennwerte verbessert haben, andererseits aber auch die Formulierung wohl zu unklar ist, um eine klare Vorstellung bei den Studierenden abzufragen.

Die drei mit Hilfe der Hauptkomponentenanalyse extrahierten Faktoren erklären zusammen 53 % der Varianz der Items[19]. In der Abbildung 5.11 werden die mit der Varimax-Methode unter Kaisernormalisation bestimmten rotierten Ladungen der einzelnen Items auf die drei Faktoren dargestellt. Ladungen unter 0, 5 wurden nicht dargestellt.

Die drei Faktoren lassen sich nach ihren „Anwendungswerten“ gliedern. Der Faktor „Umgang mit Formeln“, bestehend aus den Items „Umformen mathematischer Ausdrücke“, „Kurvendiskussion“ und „Überblick über das Fach Mathematik“, fasst Fertigkeiten und Kenntnisse zusammen, die direkt zum Lösen von mathematisch eng gestellten Aufgaben notwendig sind. „Kurvendiskussion“ ist dabei ein Beispiel solcher Aufgabenstellungen.

Das Item „Überblick über das Fach Mathematik“ passt auf den ersten Blick hier nicht richtig hinein. Eine mögliche Deutung für die Zuordnung dieses Items zu dem Faktor „Umgang mit Formeln“ könnte sein:
Sowohl arithmetische, wie auch algebraische und geometrische Fertigkeiten gehören zu solch einem Überblick dazu. Da bisher in den Schulen die einzelnen Bereiche in Mathematik, z.B. in der Oberstufe Analysis und lineare Algebra immer als vollkommen getrennte Wissensgebiete unterrichtet werden, ist vermutlich bei den meisten Schülerinnen und

[19]Leider kann nicht davon ausgegangen werden, dass alle Variablen normalverteilt sind, so ist bei den im Ranking oben stehenden Items auf jeden Fall eine Verschiebung in Richtung „wichtig“ zu beobachten. Deshalb wurde als Kriterium, ob eine Faktorenanalyse durchgeführt werden darf, das Kaiser-Meyer-Olkin-Kriterium (vgl. Backhaus & al. 2000, S. 269) herangezogen. SPSS bestimmt diesen Wert zu 0, 798, der in der Literatur als gut gilt. Die einzelnen MSA-Werte (vgl. S. 98) liegen alle zwischen 0, 742 und 0, 854, so dass alles auf eine gute Eignung der Items für eine Faktorenanalyse hindeutet.

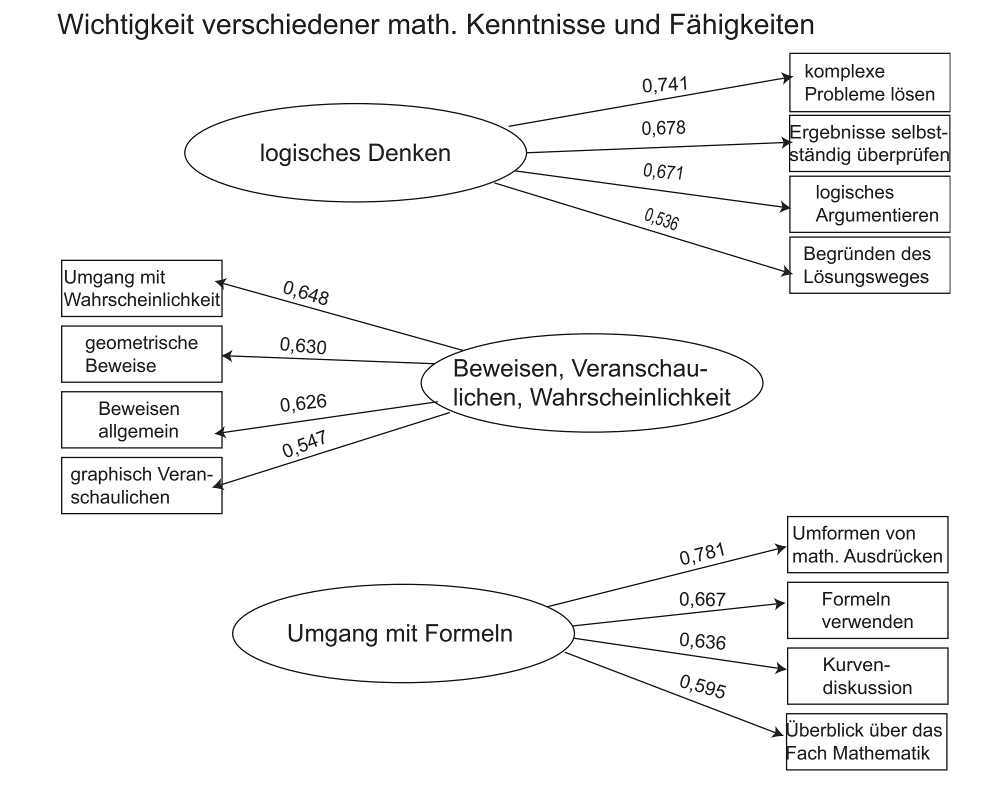


Abbildung 5.11: Ergebnisse der Faktorenanalyse

Schülern gar keine Vorstellung davon vorhanden wie die einzelnen Teile zusammenhängen könnten. Einen Überblick über das Fach Mathematik zu haben, kann auch bedeuten, dass (im Heidegger'schen Sinne) Einem ein Repertoire von Handwerkszeug zur Verfügung steht, das dann je nach Bedarf eingesetzt werden kann. Da für viele Schülerinnen und Schüler Mathematik aus dem Anwenden des richtigen Rezepts für die jeweilige Aufgabe besteht, gehört auch die Auswahl des Rezepts und damit die Begründung zu den rein handwerklich-mathematischen Fertigkeiten dazu.

Die Wichtigkeit der einzelnen Items dieses Faktors „Umgang mit Formeln" wird von den Studienanfängerinnen und -anfängern nicht sehr hoch eingeschätzt, wie aus der Abbildung 5.10 auf S. 108 zu sehen ist. Von den drei Faktoren wird dieser Faktor als am wenigsten wichtig eingeschätzt.

Der Faktor „logisches Denken" mit den Items „komplexe Probleme lösen", „Ergebnisse selbstständig überprüfen", „logisches Argumentieren" und „Begründen des Lösungsweges" beschreibt einige derjenigen Prozessfähigkeiten, die allgemein mit der Idealvorstellung, was bei der Beschäftigung mit Mathematik gelernt werden kann, verknüpft sind. Mit „Begründen des Lösungsweges" ist auch die richtige Auswahl des Lösungsweges verbunden bzw. ein Lösungsweg kann erst dann begründet werden, wenn er auch gefunden wurde. Die selbstständige Überprüfung der Ergebnisse wurde bei der Selbsteinschätzung der Fähigkeiten und Kenntnisse zwar zu dem handwerklichen Bereich gezählt, die Wichtigkeit dieser Fähigkeit passt aber besser zu den übergeordneten Prozessfähigkeiten, da auch nur so eine Aufgabe, die mathematisches Denken und Arbeiten erfordert, zu Ende gebracht werden kann.

Die Beherrschung der in diesem Faktor zusammengefassten Fähigkeiten ist notwendig, um mathematische Problemlösestrategien auf andere Gebiete zu übertragen. Dieser Faktor wird eindeutig als der wichtigste eingestuft.

Der dritte Faktor bezieht sich mit seinen Items „Umgang mit Wahrscheinlichkeit“, „geometrische Beweise“, „Beweisen allgemein“ und „graphisch Veranschaulichen“ nach Ansicht der Studienanfängerinnen und -anfänger auf rein innermathematische Kenntnisse und Fertigkeiten. In der Schule sind Beweise etwas, das nur notgedrungen gemacht werden muss und eigentlich keinen tieferen Sinn hat, da sie (zumindest die Beweise der Schulmathematik) ja sowieso schon irgendwo stehen. Wenn unter „graphisch Veranschaulichen“ nur die Tätigkeiten in der Oberstufe wie dem Zeichnen von Funktionsgraphen bei der Kurvendiskussion oder seltener dem Skizzieren von Geraden im Raum verstanden wird, so haben diese Tätigkeiten außerhalb der Mathematik keine sehr hohe Anwendungsmöglichkeit.

Der „Umgang mit Wahrscheinlichkeiten“ wird ähnlich eingestuft. Dies liegt meiner Meinung nach daran, dass die Schülerinnen und Schüler außer in der Unterrichtseinheit in Klasse 10, in der v.a. Kombinatorik und eventuell die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mit Hilfe der Pfadregel berechnet werden, keine Kenntnisse zu diesem Thema haben. Sie bringen „Umgang mit Wahrscheinlichkeiten“ nicht mit den vielen Anwendungen im Alltag oder auch z.B. Entscheidungsfindung unter Annahme von Unsicherheit in Verbindung. Deshalb hat es für sie auch nur eine innermathematische Wichtigkeit.

Dieser „innermathematische Faktor“ wird in seiner Wichtigkeit zwischen den beiden anderen gesehen. Dies erstaunt doch etwas, da die Lösung von Problemen mit mathematischen Methoden sicherlich nicht ohne die Beherrschung der handwerklichen Fertigkeiten gelingen kann. Also sollten der Faktor „Umgang mit Formeln“ höher eingestuft werden als dieser Faktor.

5.6.2 Unterrichtlicher Anteil in der Schule

Ausgewertet werden die Items der Frage 4 (vgl. Fragebogen im Anhang A):

> In welchen Bereichen sollte Ihrer Meinung nach als Vorbereitung für das Studium in der Schule mehr bzw. weniger getan werden?

Die Frage nach der Wichtigkeit hängt mit dem Wunsch nach mehr bzw. weniger Unterrichtszeit für die einzelnen Themen in der Schule zusammen. Denn wenn eine mathematische Fähigkeit oder Fertigkeit als wichtig empfunden wird, macht es auch Sinn, diese gut zu beherrschen. Dazu ist ein angemessenes zeitliches Eingehen darauf im Unterricht notwendig. Es könnte allerdings in dem Wunsch nach mehr Mathematik auch die Freude an einer solchen Tätigkeit zum Ausdruck gebracht werden.

Dieser Schluss des Zusammenhangs kann nicht unbedingt umgekehrt werden. Wenn die Befragten ein Item zwar als wichtig einschätzen, aber ihre eigenen Kenntnisse und Fähigkeiten als ausreichend betrachten, so besteht kein Bedarf für einen größeren Anteil im Mathematikunterricht. „Kopfrechnen“ ist dafür ein Beispiel. Es rangiert an dritter Stelle bei der Einstufung der Wichtigkeit (vgl. Abbildung 5.10 auf S. 108), in dem Ranking, „was in der Schule weniger bzw. mehr getan werden“ sollte, liegt es – bei vergleichbaren Items – an siebter Stelle (vgl. Abbildung 5.12). Trotzdem möchten immerhin noch 51 % der Studienanfängerinnen und -anfänger mehr Kopfrechnen in der Schule.

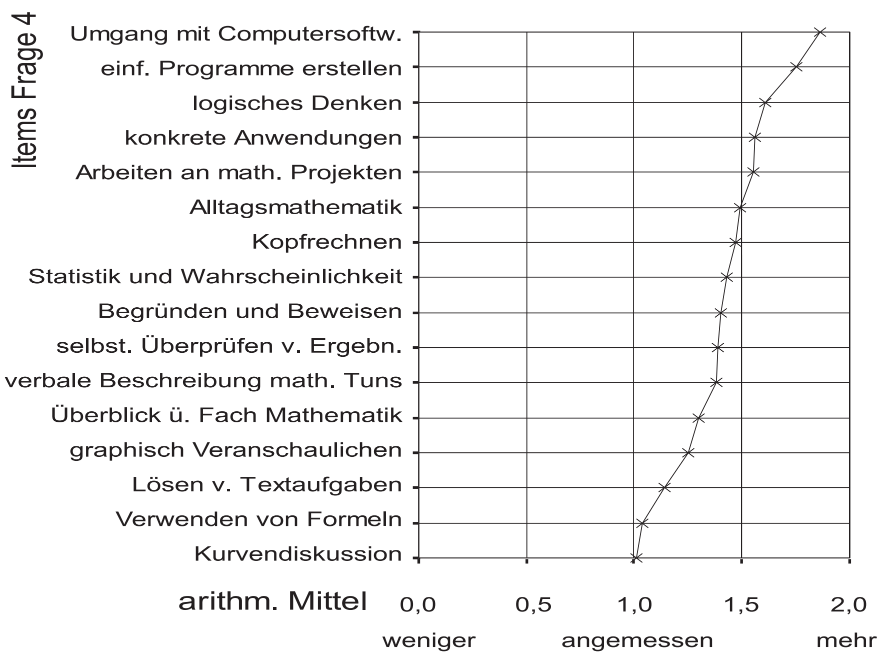


Abbildung 5.12: Mittelwerte der Items, in denen in der Schule mehr getan werden sollte

Umgekehrt wird aber bei einem als unwichtig eingestufen Item, selbst bei großen Defiziten in diesen Fertigkeiten, kein Bedarf für einen größeren Unterrichtsanteil gesehen.

Die Abbildung 5.12 zeigt die Mittelwerte der Antworten auf die Frage: „In welchen Bereichen sollte Ihrer Meinung nach als Vorbereitung für das Studium in der Schule mehr bzw. weniger getan werden?“ Alle arithmetischen Mittelwerte liegen über dem theoretischen Mittel von $1,0$. Dies bedeutet, dass, obwohl die Befragten in einigen Bereichen gerne mehr getan hätten, sie doch im Gegenzug kaum irgendwo weniger tun möchten. Es ist auch nicht eindeutig aus dieser Fragestellung zu schließen, ob die Studierenden mehr Inhalte in Mathematik oder z.B. mehr Zeit für Mathematik in der Schule haben möchten.

Nur bei fünf Items finden mehr als 5 % der Befragten, dass in der Schule weniger getan werden sollte:
Kurvendiskussion (5, 5 %), Begründen und Beweisen (5 %), Statistik und Wahrscheinlichkeit (9 %), Lösen von Textaufgaben (6 %) und Verwenden von Formeln (6 %)

Dass 9 % der Befragten finden, in „Statistik und Wahrscheinlichkeit“ sollte in der Schule weniger getan werden, verwundert sehr. Erstens wird Statistik in der Schule in Baden-Württemberg nur noch in manchen beruflichen Gymnasien unterrichtet und nicht mehr im allgemeinbildenden Gymnasium, also kann es fast nicht noch weniger unterrichtet werden und dann ist es gerade dieser Bereich, der in den Wirtschafts-, Sozial- und Naturwissenschaften im Studium eine große Rolle spielt. Hier könnten die Vorurteile, die für viele mit den Begriffen Statistik und Wahrscheinlichkeit verbunden sind, eine Rolle spielen. Andererseits sind die 9 % sehr wenig im Vergleich zu den 49, 5 %, die gerne mehr Statistik und Wahrscheinlichkeit in der Schule gehabt hätten.

Die Items, bei denen mehr als 50 % der Studierenden in der Schule „gerne mehr getan hätten“ sind:

- Umgang mit Computersoftware (87 %)
- einfache Computerprogramme erstellen (77 %)
- logisches Denken (61 %)
- Arbeiten an mathematischen Projekten (58 %)
- konkrete Anwendungen (57 %)
- Alltagsmathematik (51 %)
- Kopfrechnen (51 %)

Dies spiegelt erstaunlich gut die Ansichten vieler Mathematikdidaktiker (vgl. Kapitel 3) und auch die Intentionen z.B. der BLK-Projekte (vgl. Kapitel 2.4.1) wider. So wünschen sich die Studienanfängerinnen und -anfänger „Anwendungsbezug“ und prozessorientieren Mathematikunterricht, der in „Projektarbeit“ durchgeführt wird, ebenso wie „konkrete Anwendungen“ und „Alltagsmathematik“. Der Wunsch nach mehr Kopfrechnen deckt sich allerdings nicht mit den Forderungen der Fachdidaktiker, sondern v.a. mit den Wünschen der Ausbildungsbetriebe (vgl. S. 92). Die Defizite im Kopfrechnen (wie auch teilweise in den Grundrechenarten) tragen sicher wesentlich zu einem Gefühl der Unsicherheit in Bezug auf die eigenen mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse und zum Empfinden des Ausgeliefertseins den Taschenrechnern oder Computern gegenüber bei.

Wobei nicht ganz klar ist, ob „logisches Denken“ als eine Unterrichtseinheit gedacht ist. Vermutlich wäre den Studierenden schon damit gedient, wenn im Unterricht bewusst gemacht worden wäre, wo und wie logisches Denken beim Lösen von Aufgaben auch außerhalb der Mathematik hilft.

Auch bei dieser Frage taucht wieder der hohe Bedarf der Studierenden nach mehr „Arbeiten mit Computersoftware“ und dem „Erstellen einfacher Computerprogramme“ auf. Diese beiden Items führen die Rangliste dessen, was die Studienanfängerinnen und -anfänger gerne mehr in der Schule tun würden, klar an. Also zeigt sich auch hier eindeutig der Bedarf nach (sinnvollem) Computereinsatz in der Schule.

5.6.3 Zusammenfassung

Die Wichtigkeit der einzelnen mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse werden von den Studierenden danach, was man wo und wie gebrauchen kann, eingeschätzt. Bei der Faktorenanalyse ergeben sich Hinweise auf drei Faktoren: Der wichtigste Faktor ist das Anwenden von logischen Denkfähigkeiten und anderen mathematischen Denkweisen zum Lösen komplexer Probleme. Danach kommt der Faktor mit den Items, die auf eine innermathematische Anwendung hindeuten und am wenigsten wichtig schätzen die Befragten den „handwerklichen“ Faktor „Umgang mit Formeln“ ein.

Die Studienanfängerinnen und -anfänger finden, dass in allen abgefragten Bereichen als Vorbereitung auf das Studium in der Schule mehr getan werden sollte. Besonders groß ist dieser Wunsch beim Einsatz von Computersoftware und dem Erstellen von einfachen Computerprogrammen, gefolgt von den mathematischen Bereichen „logisches Denken“, „Arbeiten an mathematischen Projekten“ und „konkreten Anwendungen“.

5.7 Erlebter Mathematikunterricht

Die Studienanfängerinnen und -anfänger haben alle mindestens schon 12 Jahre Mathematikunterricht erlebt. Wie schätzen sie diesen Unterricht ein?

Ausgewertet werden verschiedene Items der Frage 12 (vgl. Fragebogen im Anhang A):

> Bitte kreuzen Sie an, wie weit Sie den folgenden Aussagen zustimmen:
> „Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen.“
> „Der Mathematikunterricht in der Schule bereitet nicht auf das Leben vor.“

Nur ein Drittel der Studienanfängerinnen und -anfänger stimmen der Aussage „der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen.“ zu. Etwas mehr als ein Drittel (36 %) sind dagegen der Meinung, dass er nicht auf das Leben vorbereitet. Die genauen Antworthäufigkeiten der Zustimmung zu den Aussagen „Der Mathematikunterricht in der

Schule ist angemessen.“ bzw. „Der Mathematikunterricht in der Schule bereitet nicht auf das Leben vor.“ sind in Tabelle 5.17 dargestellt.

Zustimmung zur Aussage:	stimme gar nicht zu	stimme etwas zu	weder/ noch	stimme stark zu	stimme voll und ganz zu
Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen.					
	12 %	31 %	23 %	31 %	3 %
Der Mathematikunterricht in der Schule bereitet nicht auf das Leben vor.					
	14 %	27 %	23 %	25 %	11 %

Tabelle 5.17: Einschätzungen des Mathematikunterrichts in der Schule

Offensichtlich teilen sich die Befragten in drei Gruppen auf. Ein knappes Viertel (23 %) der Befragten haben eine neutrale Meinung – und dieser Anteil ist bei beiden Fragen gleich groß. Jeweils ca. ein Drittel stimmen den Aussagen zu (Da die Aussagen aber entgegengesetzt formuliert sind, können es nicht dieselben Leute sein.) und etwas mehr als 40 % stimmen den Aussagen nicht zu. Die unterschiedlichen Anteile, 43 % finden den „Mathematikunterricht in der Schule nicht angemessen“ und „nur“ 36 % finden, dass „der Mathematikunterricht in der Schule nicht auf das Leben vorbereitet“, hängen wahrscheinlich mit dem Zusatz „auf das Leben“ in der zweiten Aussage zusammen. Während die Angemessenheit sich nicht auf ein bestimmtes Ziel bezieht, sie könnte ja z.B. auch nur den Unterhaltungswert des Mathematikunterrichts betreffen, impliziert die Formulierung „Vorbereitung auf das Leben“ eine engere Vorstellung. Deshalb ist auch der Anteil derjenigen, die dieser Aussage zustimmen, geringer.

Die Ansicht, dass der Mathematikunterricht in der Schule nicht angemessen ist, kann sehr viele verschiedene Ursachen haben. Diese Einschätzung hängt mit den eigenen Fähigkeiten und Kenntnissen, Erwartungen und Erfahrungen zusammen. Für eine genauere Analyse könnte die Untersuchung hier z.B. mit Interviews vertieft werden, was aber im Rahmen dieser Arbeit nicht geplant war.

5.7.1 Arbeitsformen und eingesetzte Medien

Ausgewertet werden die Items der Frage 6 (vgl. Fragebogen im Anhang A):

> Wie oft haben Sie die folgenden Arbeitsformen im Mathematikunterricht der Oberstufe erlebt?
> Wie häufig wurden folgende Medien/Materialien in Ihrem Mathematikunterricht eingesetzt?

Um einen gewissen Eindruck vom Mathematikunterricht in der Oberstufe der Studienanfängerinnen und -anfänger zu bekommen, beschäftigen sich zwei Fragen mit Arbeitsformen im Mathematikunterricht der Oberstufe und mit den eingesetzten Medien bzw. Materialien im Mathematikunterricht an sich. Diese Einschätzungen können selbstverständlich im Rückblick nicht sehr objektiv sein, aber sie geben gut den Eindruck wieder, der bei den Befragten von ihrem erlebten Mathematikunterricht geblieben ist.

Das eintönige Bild, das oft vom Mathematikunterricht vorherrscht, trifft anscheinend besonders auf den Unterricht in der Oberstufe zu.

Dies lässt sich gut an den Mittelwerten der Antworten zu den Fragen ablesen „Wie oft haben Sie die folgenden Arbeitsformen im Mathematikunterricht der Oberstufe erlebt?“ und „Wie häufig wurden folgende Medien/Materialien in Ihrem Mathematikunterricht eingesetzt?“, die in den Abbildungen 5.13 und 5.14 dargestellt sind.

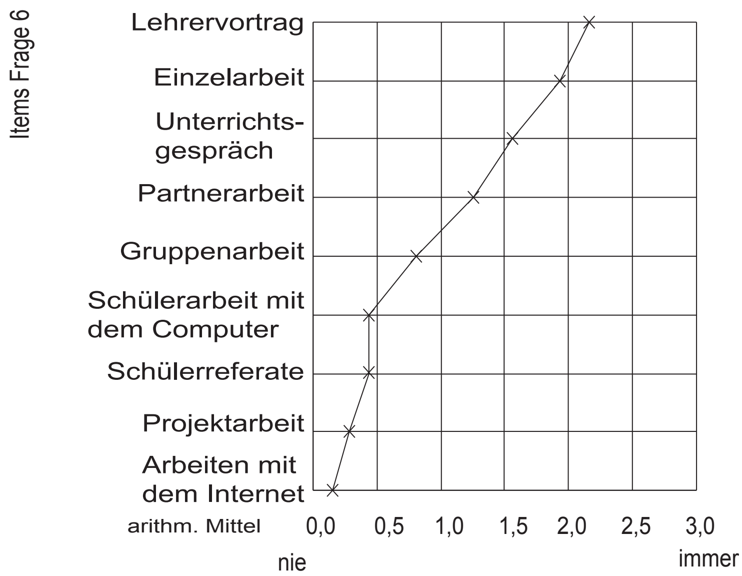


Abbildung 5.13: Mittelwerte der Häufigkeit von Arbeitsformen im MU der Oberstufe

Die Ergebnisse zeichnen ein Bild des Mathematikunterrichts, in dem die Schülerinnen und Schüler dem Lehrervortrag lauschen, der mit Hilfe von Tafel und Kreide bzw. Overheadprojektor gehalten wird, und einzeln oder selten zu zweit mit Papier, Bleistift und Taschenrechner an Aufgaben arbeiten. Zumindest bis zum Jahr 2000 scheint dies in den Grund- und Leistungskursen der Befragten so gewesen zu sein. Gruppenarbeit, Schülerarbeit mit Computern oder Arbeit an Projekten kommen so gut wie nie vor.[20]

[20]Dies hat sich inzwischen sicherlich durch die Einführung der neuen gymnasialen Oberstufe in Baden-Württemberg geändert. Dort muss eine sogenannte „besondere Lernleistung“ durch Teilnahme an einem Seminarkurs oder einem Wettbewerb erbracht werden. Ob dabei allerdings häufig das Fach Mathematik gewählt wird, bleibt abzuwarten.

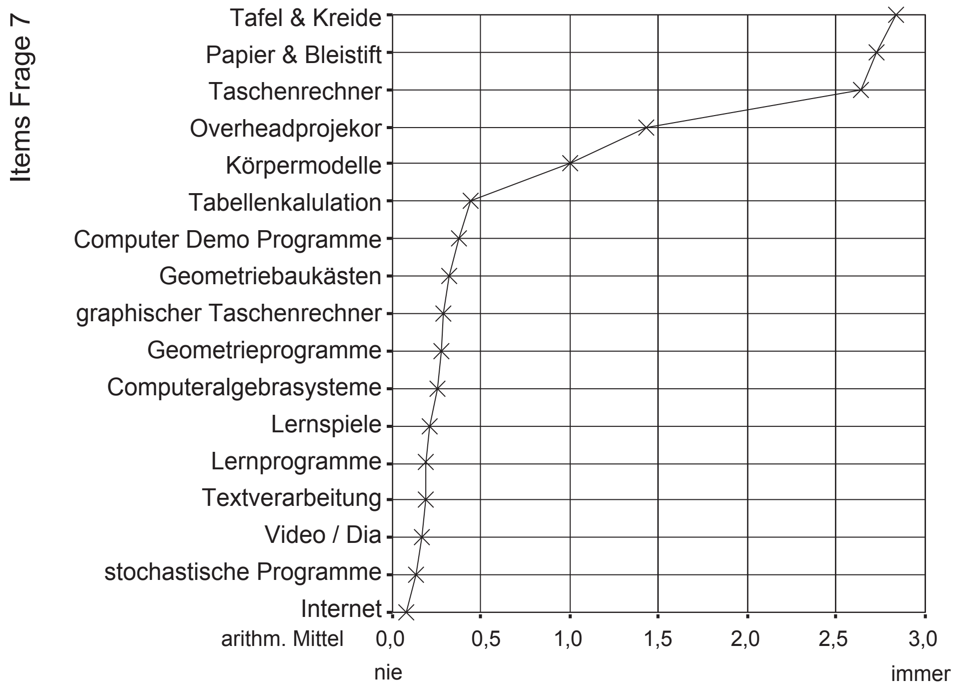


Abbildung 5.14: Mittelwerte Häufigkeiten des Einsatzes von Medien/ Materialien

In der Abbildung 5.14 kommt sehr deutlich heraus, dass die fast ausschließlich eingesetzten Medien bzw. Materialien Tafel und Kreide, Papier und Bleistift und der Taschenrechner sind. In manchen Kursen werden noch anstatt der Tafel die Overheadprojektoren eingesetzt. Ab und zu wird mit Körpermodellen gearbeitet. Die computergestützten Medien spielen im Mathematikunterricht noch überhaupt keine Rolle, wenn es auch zu diesem Zeitpunkt in Baden-Württemberg schon einzelne Leistungs- oder Grundkurse gab, die v.a. Computeralgebrasysteme eingesetzt haben.

5.7.2 Ergebnisse anderer Studien

Ein genaueres Bild vom Ablauf des normalen Unterrichts in den deutschen Mathematikgrund- und -leistungskursen findet sich in der TIMSS III Untersuchung. Dort sollten die Schülerinnen und Schüler angeben, wie sie ihren Mathematikunterricht erlebten. Dabei ergab sich folgender Eindruck:

> „Aus Schülersicht ist der Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe bemerkenswert variationsarm. Vorherrschend sind zwei miteinander korrespondierende Schritte: Sobald die Lehrkraft einen mathematischen Gedankengang entwickelt und vorgestellt hat, folgen in der Schülerarbeitsphase das

Lösen von Gleichungen und die Übung von Rechenfertigkeiten. [...] Insgesamt nehmen Schüler den Mathematikunterricht jedoch als rezeptive und fertigkeitsorientierte Veranstaltung wahr. Variabilität lässt sich am ehesten in der Dimension der Verständnisorientierung von Aufgabenstellungen erkennen.

Die didaktischen Grundmuster werden über Kursniveaus hinweg durchgehalten. Es ist nicht zu erkennen, dass Grund- und Leistungskurse differenziellen didaktischen Konzeptionen folgten. Dies gilt sowohl in curricularer als auch methodischer Hinsicht. Grundkurse scheinen, wenn man es salopp ausdrückt, ausgedünnte Leistungskurse zu sein und überdies in methodischer Hinsicht schlechter bedacht zu werden. Sie sind noch etwas stärker rezeptiv und fertigkeitsorientiert angelegt als Leistungskurse" (Baumert & al. 2001, S. 35).

5.7.3 Zusammenfassung

Der Mathematikunterricht in der Schule ist nach Meinung von 43 % der Befragten nicht angemessen. Dass der Mathematikunterricht auf das Leben vorbereitet, finden nur 41 %. Im Rückblick der Studienanfängerinnen und -anfänger zum Wintersemester 2000/01 erscheint der Mathematikunterricht in der Schule nur aus Lehrervorträgen, Unterrichtsgesprächen und Einzelarbeit bestanden zu haben. Die eingesetzen Medien/Materialien waren Tafel und Kreide, Papier und Bleistift und Taschenrechner. Dieses Bild des Mathematikunterrichts wird noch durch das Ergebnis von TIMSS III ergänzt, das den Mathematikunterricht der Oberstufe als variationsarme, für die Schüler rezeptive und fertigkeitsorientierte Veranstaltung beschreibt.

5.8 Haltungen und Einstellungen zur Mathematik und zum Mathematikunterricht

Ausgewertet werden verschiedene Items der Frage 12 (vgl. Fragebogen im Anhang A):

Bitte kreuzen Sie an, wie weit Sie den folgenden Aussagen zustimmen: „Ich schiebe Mathematikaufgaben so lange es geht vor mir her." „Mathematik wird in der Schule überbewertet." „Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt." „Ich hasse Mathematik." „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen." „Ich bin an Sprachen interessiert" „Ich möchte gerne mehr Mathematik lernen." „Mathematik ist ein notwendiges Übel."

Bei der Definition der allgemeinen Studierfähigkeit stellen (Arbeits-)Haltungen und Einstellungen einen wichtigen Teilbereich dar. Im Rahmen der mathematischen Studierfähigkeit interessieren die Haltungen und Einstellungen zur Mathematik und zum Mathematikunterricht.

Die nicht sehr positiven Einstellungen zum Mathematikunterricht wurden im vorigen Kapitel besprochen. Diese hängen sehr eng mit den Haltungen und Einstellungen zur Mathematik zusammen. Die Haltungen und Einstellungen zur Mathematik der Befragten müssen auf die Erfahrungen aus dem Mathematikunterricht basieren, da die Studienanfängerinnen und -anfänger – außer in einer eventuellen Berufsausbildung – kaum andere Erfahrungen mit Mathematik besitzen.

In Frage 12 (vgl. Anhang A) werden verschiedene Items zu diesem Thema abgefragt. Die Studienanfängerinnen und -anfänger sollten ihre Zustimmung zu den Aussagen „Ich schiebe Mathematikaufgaben so lange es geht vor mit her.", „Mathematik wird in der Schule überbewertet.", „Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt."[21], „Ich hasse Mathematik.", „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen."[22], „Ich bin an Sprachen interessiert"[23], „Ich möchte gerne mehr Mathematik lernen." und „Mathematik ist ein notwendiges Übel." angeben.

Zur Auswertung wurden nur die Studierenden herangezogen, die auch Mathematik in ihrem Studium benötigen, also keine Lehrämtler ohne Mathematik.

[21] (Die letzen beiden Items wurden schon im Zusammenhang mit der Einschätzung der Wichtigkeit der Mathematik ausgewertet, vgl. Tabelle 5.14 auf S. 106)

[22] Dieses Item ist eine der Messvariablen für die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit vgl. Tabelle 5.2 auf S. 77.

[23] als vermuteter „Gegenpol" zum Interesse an Mathematik

Da diese Aussagen unterschiedlich gepolt sind, d.h. dass eine hohe Zustimmung manchmal eine positive und manchmal eine negative Einstellung zur Mathematik bedeuten, werden die Zustimmungen zu diesen Aussagen auf zwei Tabellen aufgeteilt. In Tabelle 5.18 werden die Antworthäufigkeiten zusammengefasst, die positiv gepolt sind, die anderen in Tabelle 5.19.

Zustimmung zur Aussage:	stimme gar nicht zu	stimme etwas zu	weder/ noch	stimme stark zu	stimme voll und ganz zu	arithm. Mittel[a]
Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt.	11 %	25 %	20 %	32 %	12 %	2,08
Ich möchte gerne mehr Mathematik lernen.	15 %	27 %	27 %	25 %	6 %	1,79

[a] arithmetisches Mittel mit Werteskala von 0 (stimme gar nicht zu) bis 4 (stimme voll zu)

Tabelle 5.18: Haltungen und Einstellungen zur Mathematik (positiv gepolt)

44 % der Befragten können der Aussage „Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt.“ zustimmen, aber nur 31 % „möchten mehr Mathematik lernen“. Da sämtliche Befragten Studiengänge gewählt haben, die zwar nicht Mathematik als Schwerpunkt haben, aber trotzdem einen Leistungsnachweis in Mathematik fordern, überrascht diese Aussage nicht. Die Antworten auf die beiden Aussagen sind höchst signifikant, aber schwach korreliert ($r = 0,327$).

Auch bei den Items, bei denen eine hohe Zustimmung eine negative Einstellung zur Mathematik bedeutet, zeigt sich, dass die Studierenden kaum negative Einstellungen zur Mathematik haben. So lehnen 60 % die Aussage „Ich hasse Mathematik.“ klar ab und nur 6 % können dem überhaupt nur zustimmen. Im Zusammenhang mit diesem Item sind die Korrelationen zu den anderen Items interessant: Das Item „Mathematik ist ein notwendiges Übel.“ korreliert als einziges in dieser Gruppe mit dem „Hass“ höchst signifikant im mittleren Bereich ($r = 0,520$). Die „Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen“ korreliert wiederum nur gering mit der Aussage „Ich hasse Mathematik.“ ($r = 0,406$[24]).

Die Zustimmung zur Aussage „Ich bin an Sprachen interessiert.“ korreliert wie erwartet, allerdings sehr schwach mit den negativen Haltungen gegenüber der Mathematik ($r = 0,183$ mit „Ich hasse Mathematik.“ und $r = 0,176$ mit dem „notwendigen Übel“)[25].

[24]höchst signifikant
[25]jeweils höchst signifikant

Zustimmung zur Aussage:	stimme gar nicht zu	stimme etwas zu	weder/ noch	stimme stark zu	stimme voll und ganz zu	arithm. Mittel[a]
Ich schiebe Matheaufg. so lange es geht vor mir her.	52 %	26 %	13 %	7 %	2 %	0,79
Mathematik wird in der Schule überbewertet.	51 %	21 %	20 %	6 %	2 %	0,86
Ich hasse Mathematik.	60 %	14 %	20 %	3,5 %	2,5 %	0,76
Ich habe Angst, wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen.	30 %	33 %	16 %	15 %	6 %	1,33
Ich bin an Sprachen interessiert.	16 %	31 %	14 %	25 %	14 %	1,89
Mathematik ist ein notwendiges Übel.	35 %	22,5 %	19 %	15,5 %	8 %	1,39

[a] arithmetisches Mittel mit Werteskala von 0 (stimme gar nicht zu) bis 4 (stimme voll zu)

Tabelle 5.19: Haltungen und Einstellungen zur Mathematik (negativ gepolt)

Selbstverständlich kann jemand sowohl an Sprachen interessiert sein als auch an Mathematik.

Die Aussage „Mathematik ist ein notwendiges Übel.“ wird von vergleichsweise weniger Studierenden abgelehnt als die beiden anderen, dies kann auch an der Ambivalenz dieser Aussage liegen: Es können dabei die beiden Überlegungen „Mathematik ist notwendig, aber eben ein Übel“ oder „Mathematik ist ein Übel, aber eben notwendig“ liegen. Insgesamt stimmen aber nur stark ein Fünftel dieser Aussage zu.

Die hier befragten Studierenden zeigen keine sonderlich negative Haltung der Mathematik gegenüber, es ist jedoch zu erkennen, dass sie nicht Mathematik als Hauptfach gewählt haben, sonst sollten die Haltungen und Einstellungen zur Mathematik positiver sein.

5.9 Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit

Im Kapitel 5.4.1 wurde die Studierfähigkeit im Bereich Mathematik thematisiert. Dort wurde schon ein erster Einblick in die Selbsteinschätzung der Studierenden bezüglich ihrer mathematischen Studierfähigkeit gegeben. In diesem Kapitel werden eventuelle Zusammenhänge dieser Selbsteinschätzung mit anderen Ergebnissen dargestellt.

Zuerst werden aber noch weitere Indikatoren außer den drei Leitfragen aus Kapitel 5.4.1 für diese Selbsteinschätzung beschrieben. Diese drei Leitfragen „Wie gut fühlen Sie sich im Bereich Mathematik für ihr Studium gerüstet?“, „Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium im Bereich Mathematik Schwierigkeiten?“ und der Zustimmung zur Aussage „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen.“ werden dann noch in einer Strukturgleichung mit anderen Faktoren in Beziehung gesetzt.

5.9.1 Besuch des Mathematikvorkurses

Ein Indikator für die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit der Befragten ist der Besuch bzw. Nichtbesuch der angebotenen Mathematikvorkurse und besonders die jeweiligen Gründe dafür.

Ausgewertet werden die Antworten auf die offene Frage (vgl. Fragebogen im Anhang A):

Geben Sie bitte Ihre Gründe für den Besuch bzw. Nichtbesuch des Vorkurses an:

Da an der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg kein Vorkurs in Mathematik angeboten wurde (nur ein Computervorkurs für den Umgang mit der dort verwendenten speziellen Programmiersprache LUCS, einer SCHEME-Variante), werden hier auch nur die Studierenden der Universität Hohenheim und der Fachhochschule Esslingen, Hochschule für Technik ausgewertet. So haben von den 800 Ausgewerteten 58,6 % (468) die angebotenen Mathematikvorkurse besucht. Aufgeteilt nach den beiden Hochschulen, die ein sehr unterschiedliches Vorkurs-Konzept anbieten, ergibt sich:
Universität Hohenheim: 52 % von insgesamt 255 Befragten haben den Vorkurs besucht
Fachhochschule Esslingen: 61,8 % von 545 Befragten besuchten den Mathematikvorkurs.

Selbst von den Studierenden, die im Jahr 2000, also direkt vor Studienbeginn, ihre Hochschulzugangsberechtigung erhalten haben (insg. 298), besuchten über die Hälfte (54,4 %) einen Mathematikvorkurs.

Bevor genauer auf die Gründe der Studierenden, den angebotenen Vorkurs zu besuchen bzw. nicht zu besuchen, eingegangen wird, werden die verschiedenen Vorkurskonzepte, die zu Beginn des Wintersemesters 2000/01 an den beiden Hochschulen abgehalten wurden, beschrieben.

An der Universität Hohenheim wurde der Mathematikvorkurs in den zwei Wochen vor Beginn der Vorlesungszeit verteilt auf fünf Tage[26] jeweils von 8:30 Uhr bis 15:30 Uhr durchgeführt. Dabei wurden ca. 500 Studierende aller Studiengänge in vier Gruppen (alphabetisch) aufgeteilt und von jeweils ein bis zwei wissenschaftlichen Hilfskräften (meist Mathematikstudierende anderer Hochschulen) betreut. Der Vorkurs bestand morgens und nachmittags aus jeweils einer ca. 90-minütigen Vorlesung nach einem einheitlichen-Skript und anschließenden Übungen teilweise mit Gruppenpuzzle-Struktur. Durch die Größe der Gruppen konnte keine sehr intensive Betreuung der Studierenden geleistet werden. Alle Teilnehmenden hatten von Anfang an sämtliche Aufgabenblätter mit Lösungen zur Verfügung. Der Vorkurs war kostenlos.

Die Fachhochschule Esslingen organisierte ihren Mathematikvorkurs folgendermaßen:
Der Vorkurs ging über zwei Wochen (10 Arbeitstage) jeweils von 9:00 bis 12:30 Uhr mit vier Zusatzterminen am Nachmittag und kostete zum Wintersemester 2000/01 150 DM. Da die Studierenden der einzelnen Studiengänge an der Fachhochschule sehr homogen in festen Gruppen studieren, wurden auch die Vorkursgruppen schon nach Studiengängen eingeteilt. Die Mathematik-Lehrenden der Veranstaltungen des ersten Semesters hielten zuerst eine Vorlesung von 90 Minuten nach einem von Professoren den Fachhochschule verfassten Buch. Dabei waren maximal 25 Studierende in einer Gruppe. Danach wurden diese Gruppen jeweils für die Übungen halbiert (13 : 12), die dann von Studierenden höherer Semester der jeweiligen Studiengänge betreut wurden. Dies diente auch ausdrücklich dazu, den Studienanfängerinnen und -anfängern eine Möglichkeit zu bieten, Informationen und Tipps für das Studium zu bekommen.

Welche Gründe geben die Befragten für den Besuch bzw. den Nicht-Besuch des Mathematikvorkurses an? Auffallend ist dabei, dass knapp zwei Drittel der Nichtbesucher absolut zwingende äußere Gründe wie „Geldmangel“, „keine Wohnung“, „keine Zeit“, „wegen Vorpraktikum“, „Arbeitsvertrag“ usw.[27] angeben. Manche ergänzen auch noch ausdrücklich: „Ich hätte ihn sonst gerne besucht“.

Von den insgesamt 330 (41,4 %) Nichtbesuchern geben immerhin 62,1 % (205) zwingende äußere Gründe einschließlich Nichtwissen, dass es überhaupt einen Vorkurs gab, an. Keinen Bedarf sahen nur knapp ein Fünftel (64 oder 19,4 %) der Nichtbesucher. Sie begründen ihre Entscheidung mit Argumenten wie „nehme meine Vorkenntnisse als ausreichend an“, „Mathe-LK“, „nicht nötig“, „die Aufgaben auf dem Infoblatt waren machbar“ aber auch „keine Lust“ oder „Urlaub von der Mathe-Lernerei auf’s Abi“. Siebzehn Studierende gaben sowohl äußere Zwänge wie auch keinen Bedarf an. Die fehlenden 44

[26] Da der Mathematikvorkurs parallel mit dem Physikvorkurs stattfand und die naturwissenschaftlichen Studiengänge an beiden Vorkursen teilnehmen konnten/sollten, wurden die Vorkurse im täglichen Wechsel angeboten.

[27] Ich habe hier die 14 Befragten, die als Grund „Urlaub“ angegeben haben, mit dazu gezählt, da häufig der Zusatz „schon gebucht“ oder Ähnliches eher auf äußeren Zwang als auf „keine Lust“ schließen lässt.

Nichtbesucher gaben entweder Antworten wie „kein Kommentar“ oder beantworteten die offen gestellte Frage nicht.

Dies bedeutet aber, dass noch wesentlich mehr Studierende das Bedürfnis nach einem Mathematikvorkurs haben, als durch die Besucherzahlen anzunehmen ist. Werden diese „verhinderten Besucher“ zu denjenigen, die den Vorkurs besucht haben, addiert, so ergibt sich ein Anteil von 84 % der Studierenden, die die Mathematikvorkurse besucht haben oder durch zwingende äußere Gründe daran gehindert waren. Wahrscheinlich stellt diese Zahl nicht ganz die Anzahl der tatsächlichen und potenziellen Vorkursbesucher dar, da nicht davon ausgegangen werden kann, dass alle diejenigen, die aus zwingenden äußeren Gründen verhindert waren, im anderen Fall auch tatsächlich den Vorkurs besucht hätten. Insgesamt stärkt es aber die Annahme, dass die Studienanfängerinnen und -anfänger sich im Bereich Mathematik nicht ausreichend auf das Studium vorbereitet fühlen.

Die Angabe von zwingenden äußeren Gründen kann selbstverständlich auch ein mehr oder weniger wahrer, vorgeschobener Grund sein, um das eigene schlechte Gewissen zu beruhigen. Der Wahrheitsgehalt der Aussagen kann jedoch nicht nachgeprüft werden und die Tendenz, dass viele der Nichtbesucher tatsächlich verhindert waren, ist eindeutig.

Es haben insgesamt 468 (58, 6 %) der Befragten die Mathematikvorkurse besucht. Davon haben 408 die Frage nach den Gründen dafür beantwortet. Stark 80 % der Antworten auf die offene Frage lassen sich in sieben Kategorien zusammenfassen, die in Tabelle 5.20 dargestellt sind.

Kategorie	prozentualer Anteil bezogen auf die Vorkursbesucher
Auffrischen der Mathematikkenntnisse	32 %
zeitlicher Abstand zur Schule	18 %
schlechte Mathematikkenntnisse	14 %
Unsicherheit in den Anforderungen in Mathematik	8 %
Einstieg ins Studium	4, 5 %
Empfehlungen (Lehrer, Hochschule, ...)	4 %
„kann nicht schaden“	1 %

Tabelle 5.20: Gründe für den Vorkursbesuch

Zwei Drittel der Antworten lassen sich den drei Katergorien „Auffrischung der MathematikKenntnisse“, „zeitlicher Abstand zur Schule“ und „schlechte Mathematikkenntnisse“ zuordnen. Aber auch die Unsicherheit bezüglich der Erwartungen in Mathematik im Studium oder auch ob die eigenen Kenntnisse dafür ausreichen, führen zur Entscheidung für den Mathematikvorkurs. Der Einstieg ins Studium mit einem Vertrautwerden der Umgebung oder einem ersten Kennenlernen der Mitstudierenden spielt dagegen eine sehr geringe Rolle.

Dabei ist der am häufigsten genannte Grund für den Vorkursbesuch „Auffrischen der Kenntnisse“ leider sehr wenig aussagekräftig. Es wird damit impliziert, dass die Kenntnisse schon einmal vorhanden waren, als ausreichend eingeschätzt wurden und nur wieder aktiviert werden müssen. Dies würde bedeuten, dass die Befragten nur das zuwenige „Sitzen“ der Kenntnisse und Fähigkeiten in Mathematik als Problem sehen, sich aber insgesamt für das Studium im Bereich Mathematik genügend vorbereitet fühlen.

Ein Zusammenhang zwischen dem Besuch der Vorkurse und der Zustimmung zur Aussage „Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen.“ lässt sich nur sehr schwer nachweisen. So ergibt die Untersuchung der beiden Gruppen „Vorkursbesucher“ und „Nichtbesucher“ zwar nach dem Mann-Whitney-Test einen signifikanten Unterschied (asymptotische Signifikanz $0,031$) bei der Zustimmung zur Aussage „Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen“. Allerdings sagt dies noch nichts über diejenigen Studierenden aus, die als Grund für den Besuch des Vorkurses „Auffrischen der Kenntnisse“ angegeben haben. Der Anteil derjenigen, die den Mathematikunterricht in der Schule als angemessen einstufen und als Grund für den Vorkursbesuch „Auffrischen der Kenntnisse“ angegeben haben, entspricht mit 35 % ziemlich genau dem Anteil von 32 % aller Vorkursbesucher, die diesen Grund angegeben haben.

Ähnlich verhält es sich mit der Kategorie „zeitlicher Abstand zur Schule“, der auch keine überzeugende Argumentation zulässt.

Die 14 % der Vorkursbesucher, die ihre eigenen schlechten Mathematikkenntnisse als Grund angeben, schätzen ihre Studierfähigkeit in Mathematik aufgrund eines schlechten Selbstbildes in diesem Bereich nicht so hoch ein. Sie gelangen also wahrscheinlich eher durch den Rückblick auf die Schule zu ihrer Einschätzung. Diejenigen, die „Unsicherheit in den Anforderungen in Mathematik“ als Grund aufführen, richten ihren Blick eher auf die zukünftigen Erwartungen, die an sie gestellt werden.

So interessant es wäre, diese Überlegungen weiter zu verfolgen, so sind aus den vorliegenden Daten leider nicht mehr Erkenntnisse zu gewinnen.

5.9.2 Korrelationen mit den Leitfragen

Korrelationskoeffizienten stellen ein Maß für Zusammenhänge dar. Da die Variablen eher ordinal skaliert und meist nicht normalverteilt sind, wurden jeweils die Korrelationskoeffizienten nach Spearman berechnet. Es wurden die Korrelationskoeffizienten der drei Leitfragen „Wie gut fühlen Sie sich im Bereich Mathematik für ihr Studium gerüstet?“, „Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium im Bereich Mathematik Schwierigkeiten?“ und der Zustimmung zur Aussage „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen.“, die als Maß für die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit dienen, mit den anderen Variablen berechnet.

Eine Übersicht über die Korrelationskoeffizienten gibt die Tabelle 7.4 im Anhang D auf S. 203. Es wurden nur Korrelationskoeffizienten aufgeführt, die höchst signifikant sind.

Bei den meisten Variablen ergeben sich zu den Leitfragen entweder nicht signifikante oder nur sehr geringe Korrelationen. Die Items, bei denen sich – jeweils auf dem höchsten Signifikanzniveau – geringe ($0,2 < r \leq 0,5$) Korrelationen ergeben, sind durchweg die Variablen der Fragen nach der Selbsteinschätzung der mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse (Frage 2), des Oberstufenstoffs (Frage 8), dem Interesse an Analysis und analytischer Geometrie (Frage 9) sowie der Abiturnote und den Punkten im Mathematikabitur (bei den Absolventinnen und Absolventen des allgemeinen Gymnasiums) sowie der Zustimmung zu den Aussagen „Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen.“, „Ich hasse Mathematik.“ und „Mathematik ist ein notwendiges Übel“ (Haltungen und Einstellungen).

Die Selbsteinschätzung der Items „Überblick über das Fach Mathematik“ (Spearman-Korrelationskoeffizient $0,513$), „Kurvendiskussion“ ($0,451$) und „mathematische Modelle entwickeln“ ($0,401$) sind die drei Items, die am stärksten mit der Frage nach dem „gerüstet Sein“ korrelieren. Diese drei Items stehen exemplarisch für breites Wissen („Überblick über das Fach Mathematik“), Spezialwissen im Hauptbereich der Abiturprüfung („Kurvendiskussion“) und Transferwissen („mathematische Modelle entwickeln“). Das „Kopfrechnen“ ($0,104$) scheint trotz dem Wunsch der Studierenden nach mehr Kopfrechnen in der Schule mit der mathematischen Studierfähigkeit nicht sehr stark zu korrelieren.

Mit der Frage nach den erwarteten Schwierigkeiten im Bereich Mathematik ergeben die Korrelationen eine leicht andere Reihenfolge. Wie erwartet haben alle Korrelationskoeffizienten ein entgegengesetztes Vorzeichen im Vergleich zur Frage nach dem „gerüstet Sein“. Dies bedeutet, dass die Studienanfängerinnen und -anfänger umso weniger Schwierigkeiten erwarten, je besser sie ihre Fähigkeiten und Kenntnisse einschätzen. Die fünf Items, die am stärksten korrelieren, sind: „Überblick über das Fach Mathematik“ ($-0,370$), „mathematische Modelle entwickeln“ ($-0,393$), „komplexe Probleme lösen“ ($-0,304$), „Beweisen allgemein“ ($-0,280$) und „Kurvendiskussion“ ($-0,273$). Hierbei ist bemerkenswert, dass schlechte Selbsteinschätzungen bei den prozessorientierten Fähigkeiten und Kenntnissen höher mit den erwarteten Schwierigkeiten korrelieren, als die mehr technischen Fertigkeiten „Kurvendiskussion“, „Formeln verwenden“ ($-0,191$) oder Kopfrechnen ($-0,091$).

Dies lässt sich als weiteres Indiz werten, dass die Studienanfängerinnen und -anfänger sehr wohl wissen, dass ihr antrainiertes Abiturwissen nicht für das Bearbeiten von weitergehenden mathematischen Aufgabenstellungen ausreicht und sie eigentlich ganz andere Fähigkeiten und Kenntnisse brauchen als diejenigen, die sie in der Oberstufe vermittelt bekommen haben.

Die „Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen“ korreliert (in dieser Reihenfolge) mit den Items „Kurvendiskussion“ ($-0,252$), „Überblick über das Fach Mathematik“ ($-0,245$), „komplexe Probleme lösen“ ($-0,215$), „mathematische Modelle entwickeln“ ($-0,202$) und dem „Begründen des Lösungsweges“ ($-0,187$).

Die drei Leitfragen zur mathematischen Studierfähigkeit scheinen gut ausgwählt zu sein, da jeweils die gleichen drei Items der Selbsteinschätzungen der Fähigkeiten und Kenntnisse am höchsten korrelieren, wenn auch jeweils in einer anderen Reihenfolge.

Bei der Komponente „Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen“ der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit scheinen die technischen Fertigkeiten eine wichtigere Rolle zu spielen als bei den anderen Komponenten, allerdings offensichtlich nur im Kontext der prozessorientierten Fähigkeiten und Kenntnisse.

Dies wird auch durch die Ergebnisse der Korrelationsrechnung mit den Items der Frage 8 nach dem Verständnis einzelner Themen des Oberstufenunterrichts bestätigt. Hier fällt auf, dass die Korrelationen aller drei Leititems mit den Themen „Grenzwerte“ und „Kurvendiskussion“ jeweils am höchsten sind (mit der Ausnahme bei den erwarteten Schwierigkeiten, hier korrelieren „Grenzwerte“ und dann „Differenzieren/Ableiten“ am stärksten.) Dies ist nicht so leicht zu erklären. Die Behandlung und Beherrschung des Themas „Grenzwerte“ ist zwar die fachlich-mathematische Vorraussetzung für das Differenzieren und damit auch für die Kurvendiskussion, aber im Unterrichtsalltag wird häufig die Kurvendiskussion nur rein rezeptartig vermittelt, ohne auf die mathematischen Grundlagen ausführlich einzugehen.

Das Interesse der Befragten an „Analysis“ bzw. „analytische Geometrie/lineare Algebra“ korreliert in der erwarteten Richtung mit den jeweiligen Leititems. Je höher das Interesse an den Bereichen, desto besser fühlen sich die Studierenden in Mathematik für das Studium gerüstet ($0,381$ bzw. $0,304$) und desto weniger Schwierigkeiten erwarten sie ($-0,237$ bzw. $-0,219$).

Die Zustimmung zu den Aussagen „Ich hasse Mathematik.“ bzw. „Mathematik ist ein notwendiges Übel“ korrelieren negativ mit der Einschätzung des „gerüstet Seins“ für das Studium ($-0,451$ bzw. $-0,336$) und jeweils positiv mit den erwarteten Schwierigkeiten ($0,350$ bzw. $0,288$) oder der Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen ($0,333$ bzw. $0,286$). Dies ist kein sonderlich überraschendes Ergebnis, aber es könnte als Ausgangspunkt für eine weitere Untersuchung z.B. des Zusammenhangs zwischen den Emotionen, die die Studierenden zur (Schul-)Mathematik haben, und ihren Selbsteinschätzungen im Bereich Mathematik dienen.

Zu einzelnen Items der drei Messvariablen für die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit ergeben sich noch höchst signifikante, aber schwache Korrelationen. So korrelieren die Zustimmung zu den Aussagen „Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen“ ($0,300$), „Der Mathematikunterricht in der Schule bereitet nicht auf das Leben vor.“ ($-0,264$) und „Ich schiebe Mathematikaufgaben so lange es geht vor mir her.“ ($-0,295$) mit den Antworten auf die Frage „Wie gut fühlen Sie sich im Bereich Mathematik für das Studium gerüstet?“.

Diejenigen, die den Mathematikunterricht in der Schule als angemessen empfanden, fühlen sich im Vergleich besser für das Studium im Bereich Mathematik gerüstet, als diejenigen, die dieser Aussage nicht zustimmen konnten. Die (schwache) negative Korrelation zwischen dem „Aufschieben von Mathematikaufgaben“ und dem „gerüstet Sein“ erklärt sich über den Zusammenhang zwischen Dingen, die einem schwer fallen, die deshalb nicht gerne gemacht und dadurch aufgeschoben werden.

Die Zustimmungen zu den Aussagen „Am Besten kann ich mit einer Gruppe oder mit einem/r Partner/in lernen.“ $(0,227)$ und „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen.“ korrelieren ebenfalls höchst signifikant, aber schwach miteinander. Eine mögliche Erklärung hierfür ist die in der Schule übliche Art der Bearbeitung von Mathematikaufgaben in Einzelarbeit. Schülerinnen und Schüler, die gerne und gut in Gruppen oder mit Partnern zusammenarbeiten, tendieren zu Fächern, in denen diese Fähigkeit einen Vorteil bringt und das ist zur Zeit nicht das Fach Mathematik.

Die Noten und zwar sowohl die Abiturnote gesamt wie auch die Punkte im Mathematikabitur (Es wurden hierbei nur die Absolventinnen und Absolventen der allgemeinbildenden Gymnasien ausgewertet.) korrelieren in den erwarteten Richtungen mit den drei Leititems. Die Punkte im Mathematikabitur korrelieren positiv mit dem „gerüstet Sein“ $(0,486)$, aber die Abiturnote korreliert negativ $(-0,250)$. Dies liegt daran, dass es umso mehr Punkte gibt, je besser die Leistung ist, aber eine höhere Abiturnote eine schlechtere Leistung bedeutet.

5.9.3 Selbsteinschätzungen

Untersuchungen mit Hilfe von Selbsteinschätzungen werden häufig im Rahmen der Selbstkonzeptforschung durchgeführt. Selbstkonzepte oder Identitäten setzen sich zusammen aus Erfahrungen bzw. objektiven Einstufungen (z.B. Erfolge oder Misserfolge), kognitiven Komponenten (d.h. Wissen und Fähigkeiten) und emotionalen Komponenten (also Haltungen und Einstellungen) (vgl. Haussner 1995, S. 62ff). Darüberhinaus bestehen Selbstkonzepte aus verschiedenen Komponenten, wie „akademischem Selbstkonzept“, „sozialem Selbstkonzept“, „emotionalem Selbstkonzept“ und „körperlichem Selbstkonzept“ (vgl. Moschner 1998, S. 461), die sich wiederum gegenseitig beeinflussen.

Die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit hat ähnlich vielschichtige Einflussfaktoren und Zusammenhänge mit anderen erhobenen Daten. Dies geht jedoch weit über den mathematikdidaktischen Kontext hinaus und würde eine völlig andersartig konzipierte Untersuchung bedingen. In der vorliegenden explorativen Untersuchung werden die Zustimmung zur Aussage „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen.“ (emotionale Komponente) und die Anworten auf die beiden Fragen „Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium Schwierigkeiten im Bereich Mathematik?“ (Erfahrungskomponente) bzw. „Wie gut fühlen Sie sich im Bereich Mathematik für das Studium gerüstet?“ (Erwartungen und Erfahrungen) als Hauptindikatoren für die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit herangezogen.

Die Studienanfängerinnen und -anfänger sollen mit dem aus dem Rückblick auf die Schulzeit gewonnenen Wissen einschätzen, wie gut sie auf die kommende und noch unbekannte mathematische Tätigkeit im Studium vorbereitet sind. Diese Einschätzung kann selbstverständlich weder objektiv noch sehr rational fundiert sein, da kaum eine Grundlage für die Einschätzung der Zukunft vorliegen kann. Die Ergebnisse spiegeln also fast ausschließlich die Erfahrungen der Schulzeit wieder. Die Befragungssituation hier ist jedoch eine wesentliche andere als z.B. in der TIMSS III Untersuchung, da bei den Schülerinnen und Schüler noch kein wirklicher Anlass vorhanden war, sich mental auf ein Studium einzustellen. Die Befragten bei TIMSS III waren alle Schülerinnen und Schüler und noch sehr in der schulischen Denkweise verhaftet. Wohingegen die Studierenden in dieser Untersuchung schon einen ersten Eindruck von der Mathematik in ihrem Studium – entweder durch den Wissenstest an der Fachhochschule in Esslingen oder durch die ersten Mathematikvorlesungen und -übungen an den beiden anderen Hochschulen – bekommen haben und somit hautnah mit eventuellen Problemen konfrontiert sind.

Die befragten Studienanfängerinnen und -anfänger müssen alle Leistungsnachweise in Mathematik in ihrem Studium erbringen (bis auf die Lehrämtler ohne Mathematik) und kennen aber nur die Schulmathematik, eventuell noch die Mathematik, die in der Berufsausbildung notwendig war. Sie haben als Beurteilungsgrundlage ihrer Selbsteinschätzung nur ihre Erfahrungen im Mathematikunterricht der letzten Jahre. Deshalb werden auch alle Schlussfolgerungen aus dieser Untersuchung immer im Hinblick auf den Mathematikunterricht in der Schule gezogen und nicht auf die Mathematik, die im Studium notwendig ist.

Um zu erkennen, ob die theoretisch angenommenen Zusammenhänge zwischen den einzelnen Einflussfaktoren auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit auch statistisch fundiert werden können, wird versucht, ein Strukturmodell aufzustellen.

5.9.4 Entwicklung des Strukturmodells

Zur Erstellung eines Strukturmodells müssen zuerst theoretisch abgeleitete Hypothesen aufgestellt werden, die dann anhand der empirischen Daten überprüft werden können.

Mit Hilfe des LISREL-Ansatzes[28] der Kausalanalyse lassen sich theoretisch fundierte Thesensysteme anhand empirischer Daten überprüfen. Das Besondere an diesem Ansatz ist die Möglichkeit, Beziehungen zwischen latenten – also nicht direkt messbaren – Variablen zu überprüfen (vgl. Backhaus & al. 2000, S. 392). Die Analyse erfolgt mit aggregierten Daten, im vorliegenden Fall mit Korrelationsdaten.

[28]LISREL bedeutet „LInear Structural RELationship“

Da es (noch) kein theoretisch fundiertes Thesensystem zur Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit gibt und das wesentlich allgemeinere Konstrukt „Studierfähigkeit“ ebenfalls (noch) nicht theoretisch fundiert und überprüft worden ist, konnte in der vorliegenden Arbeit nicht auf in der Literatur beschriebene Strukturmodelle zurückgegriffen werden.

Das Ausgangsmodell, das mit Hilfe des LISREL-Ansatzes überprüft werden soll, gründet sich auf folgenden Überlegungen:

Die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit ...

- ... hängt von der Einschätzung der eigenen Fähigkeiten und Kenntnisse in Mathematik ab.
- ... wird wahrscheinlich durch die erreichte Abiturnote als einem relativ objektiven Maß für den schulischen Erfolg und die Mathematiknote beeinflusst. Die Mathematiknote spielt dabei eine größere Rolle als die allgemeine Abiturnote.
- ... hängt vom Eindruck ab, dass der Mathematikunterricht in der Schule auch angemessen war. Wäre er dies nämlich nicht, so würden die dabei erlangten Fähigkeiten und Kenntnisse ihre Relevanz verlieren.
- ... wird durch die Einschätzung der Wichtigkeit der einzelnen Fähigkeiten und Kenntnisse beeinflusst.
- ... ist von bestimmten Einstellungen zur Mathematik oder zum Mathematikunterricht abhängig.

Diese Überlegungen begründen sich sowohl auf mathematikdidaktischen Vorstellungen (vgl. Kapitel 3) wie auch auf empirische Befunde, die in den vorangegangenen Kapiteln geschildert wurden.

Diese Erwartungen an das Strukturmodell sind in Abbildung 5.15 dargestellt.[29]

Zur Messung der latenten Variablen „Selbsteinschätzung der Fähigkeiten und Kenntnisse“ wurden die vier Items „Beweisen allgemein“, „Formeln verwenden“, „graphisch Veranschaulichen“ und „Umgang mit Wahrscheinlichkeit“, die jeweils am höchsten auf die vier Faktoren laden, (d.h. die auch die höchste Korrelation zu den einzelnen Faktoren besitzen, vgl. Abbildung 5.8, S. 99) in der LISREL-Analyse ausgewählt. Da die Faktorenanalyse sowieso nur zur Anhaltspunktgewinnung durchgeführt wurde, macht es keinen Sinn z.B. mit den aus dieser Faktorenanalyse berechneten Faktoren die LISREL-Analyse durchzuführen. Da die vier Items auch sehr gut die theoretischen postulierten Kategorien des Mathematik Treibens „prozesshafte Fähigkeiten“, „handwerkliche Fertigkeiten“, „Veranschaulichen/graphischer Bereich“ und „Umgang mit Wahrscheinlichkeiten“ widerspiegeln, werden sie stellvertretend für die vier Kategorien für die Berechnungen verwendet.

[29] Alle Strukturmodelle sind zur besseren Lesbarkeit im Anhang G auf S. 209ff vergrößert dargestellt.

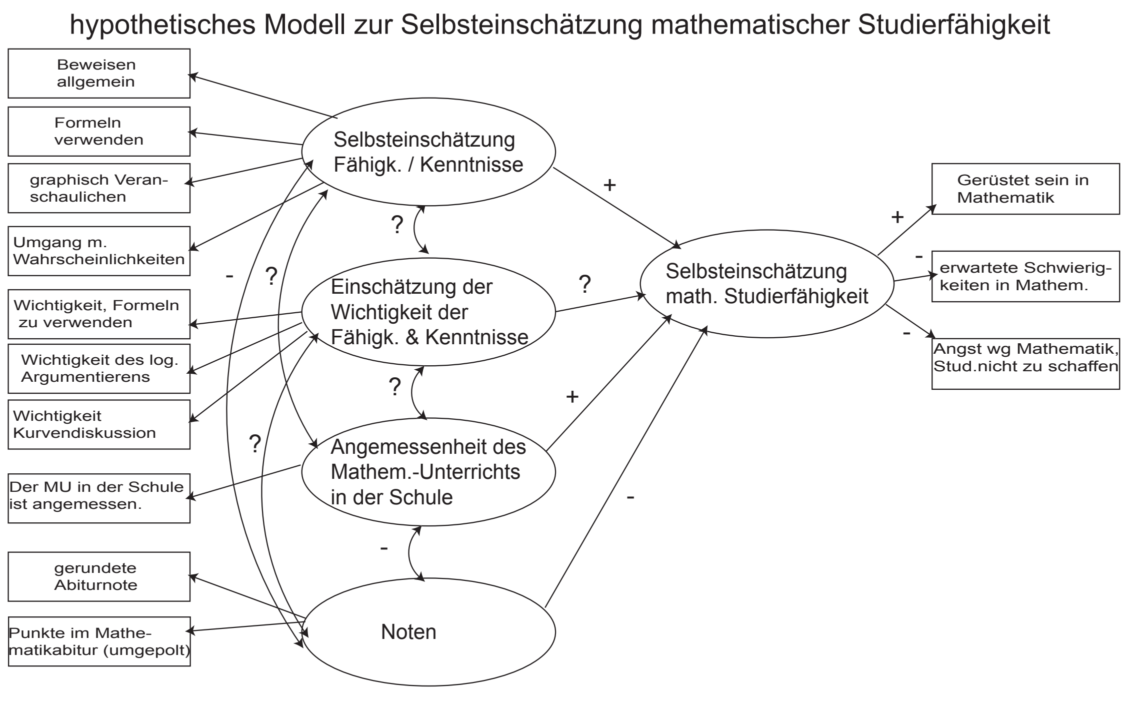


Abbildung 5.15: erwartetes Strukturmodell der mathematischen Studierfähigkeit

Das Item „Beweisen allgemein“ wurde gewählt, obwohl andere Items wie z.B. „math. Modelle entwickeln“ oder „Überblick über das Fach Mathematik“ höhere Korrelationskoeffizienten mit den Leititems zur Messung der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit aufweisen. Die Gründe dafür liegen einerseits in der höchsten Ladung bei der Faktorenanalyse, andererseits in den Bedenken, ob alle Befragten sich unter den Begriffen „math. Modelle entwickeln“ oder „Überblick über das Fach Mathematik“ auch das vorstellen, was Mathematikdidaktiker üblicherweise darunter verstehen. Mit dem Begriff „Beweisen allgemein“ sollte es nicht so viele verschiedene Interpretationsspielräume geben. Zur Kontrolle wurden weitere Strukturmodelle noch mit den Items „math. Modelle entwickeln“ bzw. „Überblick über das Fach Mathematik“ durchgerechnet. Es kam zu keinen anderen Ergebnissen in der Strukturgleichung, aber zu schlechteren statistischen Kenndaten (wie den „Goodness of Fit Index“, den „Adjusted Goodness of Fit Index“ oder den „Root-Mean-Square-Residual“ vgl. S. 136). Die anderen beiden Indikatorvariablen „Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen“ und die auf ganze Werte gerundete Abiturnote als mehr oder weniger objektiv gemessene Leistung gehen direkt in die jeweiligen anderen latenten Variablen „Angemessenheit des Mathematikunterrichts in der Schule“ und „Noten“ ein.

Für die Entwicklung des Strukturmodells wird von den Haltungen und Einstellungen zur Mathematik der Frage 12 (vgl. Anhang A) und dem Mathematikunterricht nur die

Zustimmung zur Aussage „Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen“ berücksichtigt, da bei den Berechnungen verschiedener Strukturmodelle keine eindeutige Einflussrichtung festgestellt werden konnte. Dies kann an der Vielschichtigkeit der inhaltlichen Interpretation dieser Haltungen und Einstellungen liegen.

Die „Punkte im Mathematikabitur“, die sowieso nur von den Absolventinnen und Absolventen der allgemeinen Gymnasien einigermaßen vollständig vorliegen, müssen für die Berechnung im Zusammenhang mit den Abiturnoten umgepolt werden. Bei den Abiturnoten steht die „kleinste“ Note für die beste Leistung, bei den Punkten im Mathematikabitur ist es genau umgekehrt. Um eine Gleichrichtung der Einflüsse zu erzielen, wurden einfach die Punkte im Mathematikabitur „umgepolt“, d.h. je höher die Punktzahl desto schlechter die Leistung.

Im ursprünglichen Modell sind noch Variablen zur Einschätzung der Wichtigkeit der einzelnen Fähigkeiten und Kenntnisse vorgesehen, da dies auch eine Rolle für die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit spielt. Dabei ist unklar, in welche Richtung dieser Einfluss gerichtet sein könnte. Diese Unklarheit konnte auch durch die LISREL-Berechnungen nicht gelöst werden, da die latente exogene Variable „Einschätzung der Wichtigkeit“ in verschiedenen mit LISREL gerechneten Modellen keine Rolle spielte. Erst als diese Komponente weggelassen wurde, ergab sich ein einigermaßen stabiles Strukturmodell. Das Weglassen der „Wichtigkeits“-Variablen ergab eine eindeutige Verbesserung des Modells.

Der Grund für dieses Phänomen hängt mit den verschiedenen Wirkungsmechanismen im Zusammenspiel von Einschätzung der Wichtigkeit und der Selbsteinschätzung bestimmter Fähigkeiten und Kenntnisse zusammen. So kann jemand unabhängig von der Selbsteinschätzung der tatsächlich vorhandenen Fähigkeiten und Kenntnisse ihre Wichtigkeit als sehr gering einschätzen und dies hat dann weder einen positiven noch einen negativen Einfluss auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit. Wenn jedoch die Wichtigkeit hoch eingeschätzt wird, korreliert die mathematische Studierfähigkeit von der Selbsteinschätzung in den als wichtig eingestuften Kenntnissen und Fähigkeiten positiv. In einem Exkurs wird auf den Zusammenhang zwischen der Selbsteinschätzung und der Einschätzung der Wichtigkeit verschiedener Items genauer eingegangen:

Exkurs: Zusammenhang zwischen Selbsteinschätzung und Einschätzung der Wichtigkeit

Wenn die schlechte Eigeneinschätzung der Studienanfängerinnen und -anfänger hauptsächlich die Fähigkeiten und Kenntnisse betrifft, die von den Studierenden als wichtig auch außerhalb der Schule eingestuft werden, so ist es nicht verwunderlich, wenn die Befragten im Bereich Mathematik Probleme im Studium erwarten.

Dies trifft z. B. auf das Item „logisches Argumentieren“ zu, das in der Wichtigkeit an oberster Stelle steht (abgesehen vom Umgang mit Computersoftware), bei den Selbsteinschätzungen aber nur an 8. Stelle. Wohingegen die Kombination in den Einschätzungen „hohe Wichtigkeit“ und „gute Selbsteinschätzung“ sich positiv auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit auswirken sollte. Dies trifft beispielsweise auf das Item „Ergebnisse selbstständig überprüfen“ zu.

Zur Verdeutlichung der entgegengesetzten Einflüsse zeigt die Tabelle 5.21 die Kreuztabelle zum Item „logisches Argumentieren“ (hohe Wichtigkeit und schlechte Selbsteinschätzung) und „Ergebnisse selbstständig überprüfen“ (hohe Wichtigkeit und gute Selbsteinschätzung).

		Selbsteinschätzung							
		logisches Argumentieren				Ergebnisse selbst. überprüfen			
		schlecht	mittel	gut	gesamt	schlecht	mittel	gut	gesamt
Wichtigkeit	un-wicht.	9 2,3 0,9 %	8 9,0 0,8 %	0 5,7 0,0 %	17 – 1,7 %	7 2,0 0,7 %	12 10,4 1,2 %	10[a] 16,6[b] 1,0 %[c]	29 – 2,8 %
	mittel	18 9,3 1,8 %	38 36,4 3,8 %	13 23,3 1,3 %	69 – 6,9 %	10 9,7 1,0 %	68 49,8 6,7 %	61 79,5 6,0 %	139 – 13,7 %
	wich-tig	108 123,4 10,8 %	480 480,7 48,1 %	324 308,0 32,5 %	912 – 91,4 %	54 59,3 5,3 %	285 304,8 28,0 %	511 486,0 50,2 %	850 – 83,5 %
	ge-samt	135 13,5 %	526 52,7 %	337 33,8 %	998 100 %	71 7,0 %	365 35,9 %	582 57,2 %	1018 100 %

[a] gemessene Häufigkeit
[b] erwartete Häufigkeit
[c] Prozentuierung auf die Gesamtanzahl

Tabelle 5.21: Kreuztabelle Wichtigkeit vs. Selbsteinschätzung (hohe Wichtigkeit)

Es werden außer den tatsächlichen Häufigkeiten jeweils noch die Prozentuierung auf die Gesamtzahl und die erwarteten Häufigkeiten angegeben. Die „erwarteten Häufigkeiten sind diejenigen, die unter Zugrundelegung der Zeilen- und Spaltensummen bei Gleichverteilung erhalten würden“ (vgl. Zöfel 2001, S. 154). Da aber bei der fünfgliedrigen Skala eher eine Normalverteilung als eine Gleichverteilung anzunehmen ist, werden die fünf Kategorien auf jeweils drei reduziert („unwichtig“, „mittel“, „wichtig“ bzw. „gut“, „mittel“, „schlecht“).

Die statistischen (nicht unbedingt kausalen) Zusammenhänge lassen sich folgendermaßen beschreiben: Bei denjenigen, die sich gut einschätzen, gibt es außer der absoluten Anzahl kaum Unterschiede in der Beantwortungstendenz. Es schätzen jeweils weit weniger der „Guten“ als nach der Gleichverteilungsannahme erwartet die entsprechenden Fähigkeiten als „unwichtig“ oder „mittel“ ein. Die Anzahl derer, die „wichtig“ angegeben haben, übersteigt dagegen die Erwartungen. Bei den „Schlechten“ ergibt sich ein ähnliches, allerdings reziprokes Bild. Mehr als erwartet schätzen die Fähigkeiten als „unwichtig“ bzw. weniger als erwartet als „wichtig“ ein.

Es ergeben sich leichte Unterschiede bei den beiden Items bei der Kombination „schlecht“ und „mittlere“ Wichtigkeit. Beim Item „Ergebnisse selbstständig überprüfen“ entsprechen die tatsächlichen Werte fast exakt den erwarteten (10 und 9, 7), dagegen übersteigt beim „logischen Argumentieren“ die tatsächliche Anzahl stark die erwartete (18 und 9, 3).

Die Gruppe, die ihre eigenen Fähigkeiten und Kenntnisse als „mittel“ einschätzt, entspricht beim Item „logisches Argumentieren“ fast genau den Erwartungen, beim Item „Ergebnisse selbstständig überprüfen“ ergeben sich jedoch eindeutige Unterschiede. So stufen es mehr als erwartet als „unwichtig“ bzw. „mittel“ und erheblich weniger als erwartet als „wichtig“ (285 und 304, 8) ein. Dies deutet darauf hin, dass diejenigen, die sich in ihrer Selbsteinschätzung nicht entscheiden konnten, die Fähigkeit „Ergebnisse selbstständig zu überprüfen“ eher als unwichtig ansehen und damit könnte auch der Einfluss auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit geringer sein als beim Item „logisches Argumentieren“.

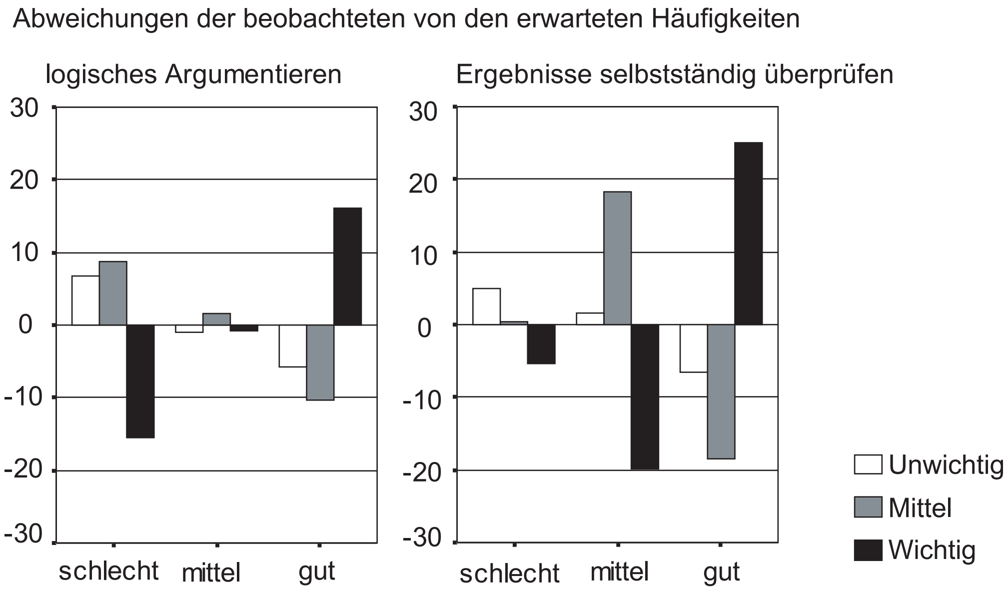


Abbildung 5.16: Residuen der Kreuztabellen zu den Items „log. Argumentieren“ und “Ergebnisse selbstständig überprüfen“

Verdeutlicht werden diese unterschiedlichen Abweichungen der tatsächlichen von den erwarteten Werten durch die Darstellung in Abbildung 5.16.

Es ist gut zu erkennen, dass das Abweichungsmuster der beiden Items für die „Guten“ bis auf die absoluten Zahlen fast identisch ist; es bei der Kombination von „schlecht“ und „mittel“ jedoch einen Unterschied zwischen den Items gibt. Bei den „Mittelguten“ sind dagegen in allen Wichtigkeitsstufen eindeutige Unterschiede im „Abweichungsmuster“ zu erkennen.

Items, die insgesamt als unwichtig eingeschätzt werden wie „Kurvendiskussion“ oder „geometrische Beweise“ spielen vermutlich keine große Rolle bei der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit, gleichgültig, ob sich die Befragten selbst als „gut“ oder als „schlecht“ einschätzen.

Vorgehen bei der LISREL-Analyse:

Zur Analyse wurden alle Nennungen „Begriff sagt mir nichts“ „nicht behandelt“ oder „nicht relevant“ als systembedingt fehlend gesetzt (wie auch schon bei den Faktorenanalysen). Da alle Antworten sich nur auf ordinalem Skalenniveau bewegen und eine LISREL-Analyse damit nur auf diesem Niveau sinnvoll ist, wurden die Abiturnoten, die von den Befragten meist auf eine Dezimalstelle genau angegeben wurden, auf ganze Noten gerundet. LISREL geht bei mehr als 15 verschiedenen Zahlen als Antworten auf eine Frage automatisch von einer stetigen Skala aus. Da es keinen Sinn macht, die Punkte im Mathematikabitur zu runden, wurden einfach die beiden Befragten mit null Punkten im Mathematikabitur gestrichen. (Diejenigen, die keine Angaben dazu gemacht haben, werden bei der Berechnung der Korrelationsmatrix sowieso ausgeschlossen.)

Die Daten, die im SPSS-Format (*.sav) vorliegen, wurden mit Hilfe von PRELIS importiert. Da nicht von einer Normalverteilung der Ausgangsvariablen ausgegangen werden kann, wurde für die weiteren Berechnungen nicht die Kovarianz- sondern die Korrelationsmatrix verwendet. Ebenfalls aufgrund der „Nichtnormalverteilung“ wurde zur Schätzung der Parameter die Methode der ungewichteten kleinsten Quadrate verwandt.

Es wurden alle Parametermatrizen als „frei“ gesetzt und damit durch keine Vorgaben eingeengt, außer der Matrix Λ_x, der Matrix der Faktorladungen der Messvariablen auf die exogenen Variablen („Selbsteinschätzung Fähigkeiten/Kenntnisse“, „Angemessenheit des Mathematikunterrichts“ und „Noten“). Da eindeutig ist, welche Messvariablen Einfluss auf welche exogene Variable haben, wurde z.B. der Beitrag von „Beweisen allgemein“ zu den „Noten“ „fixiert“ und damit fällt er aus der Berechnung heraus.

Die Überprüfung der Zuverlässigkeit der Schätzungen erfolgt an Hand des „Goodness of Fit Index“ (GFI), des „Adjusted Goodness of Fit Index“ (AGFI) und des RMR-Index (Root-Mean-Square-Residual). Die übliche Chi-Quadrat-Teststatistik ist im vorliegenden Fall nicht für eine Überprüfung der Schätzung geeignet, da weder eine Normalverteilung der beobachteten Variablen vorliegt, noch die Kovarianzmatix für die Berechnungen verwendet wurde.

Die beiden Werte GFI und AGFI messen die relative Menge an Varianz und Kovarianz, die durch das Modell erklärt werden und sind umso besser, je näher sie bei 1 liegen. Ein GFI von $0,99$ bedeutet also, dass 99 % der Ausgangsvarianz durch das Modell erklärt werden. Der AGFI berücksichtigt zusätzlich noch die Zahl der Freiheitsgrade (vgl. Backhaus & al. 2000, S. 467).

Der RMR-Index misst die Residualvarianzen, die im Modell nicht erklärt werden können, und sollte möglichst nahe bei 0 liegen.

Nach F. Faulbaum „Konfirmatorische Analysen der Reliabilität von Wichtigkeitseinstufungen beruflicher Merkmale. ZUMA Nachrichten, 9 (1981) S. 22-44" (zitiert nach Langer 2003, S. 7) wird der Modellfit „vollständig bestätigt", wenn GFI$\geq 0,98$, AGFI $\geq 0,95$ und RMR $\leq 0,05$ und „teilweise bestätigt", wenn $0,95 \leq$ GFI $< 0,98$; $0,90 \leq$ AGFI $< 0,95$ und $0,05 \leq$ RMR $< 0,10$ gilt.

Das hypothetische Strukturmodell aus Abbildung 5.15 auf S. 132 wurde mit allen 1044 Befragten durchgerechnet. Deshalb wurden auch nur die Abiturnoten und nicht die Punkte im Mathematikabitur berücksichtigt, da die Anzahl derer, die keine Punkte im Mathematikabitur angegeben haben, zu hoch ist.

Da bei der Berechnung der Korrelationsmatrix alle Fälle ausgeschlossen werden, bei denen Einträge fehlen, wurde letztendlich mit einem Stichprobenumfang von 738 gerechnet.

Die Berechnung ergab das in Abbildung 5.17 dargestellte Strukturdiagramm.[30]

Dabei geben die Zahlen zwischen den Messvariablen „Beweisen allgemein", „Formeln verwenden" usw. und den latenten Variablen „Selbsteinschätzung Fähigkeiten/Kenntnisse", „Angemessenheit des Mathematikunterrichts" und „Noten" beziehungsweise zwischen „gerüstet Sein in Mathematik", „erwartete Schwierigkeiten in Mathematik" usw. und „mathematische Studierfähigkeit" die Faktorladungen oder die Korrelationen zwischen den Messvariablen und den latenten Variablen an[31].

Die Werte zwischen den latenten exogenen Variablen und der latenten endogenen Variablen geben den Anteil der Standardabweichung der endogenen Variablen „mathematische Studierfähigkeit" an, der durch die exogene Variable (z.B. bei „Selbsteinschätzung Fähigkeiten/Kenntnisse" $r = 0,70$) – korrigiert um den Einfluss anderer Variablen – erklärt wird. Das Vorzeichen gibt die Richtung des Einflusses an. Hier bedeutet dies, dass 70 % der Standardabweichung der „mathematischen Studierfähigkeit" durch die latente Variable „Selbsteinschätzung Fähigkeiten/Kenntnisse" erklärt wird.

[30] vergrößerte Darstellung auf S. 210

[31] Alle angegeben Werte stammen aus der komplett-standardisierten Lösung.

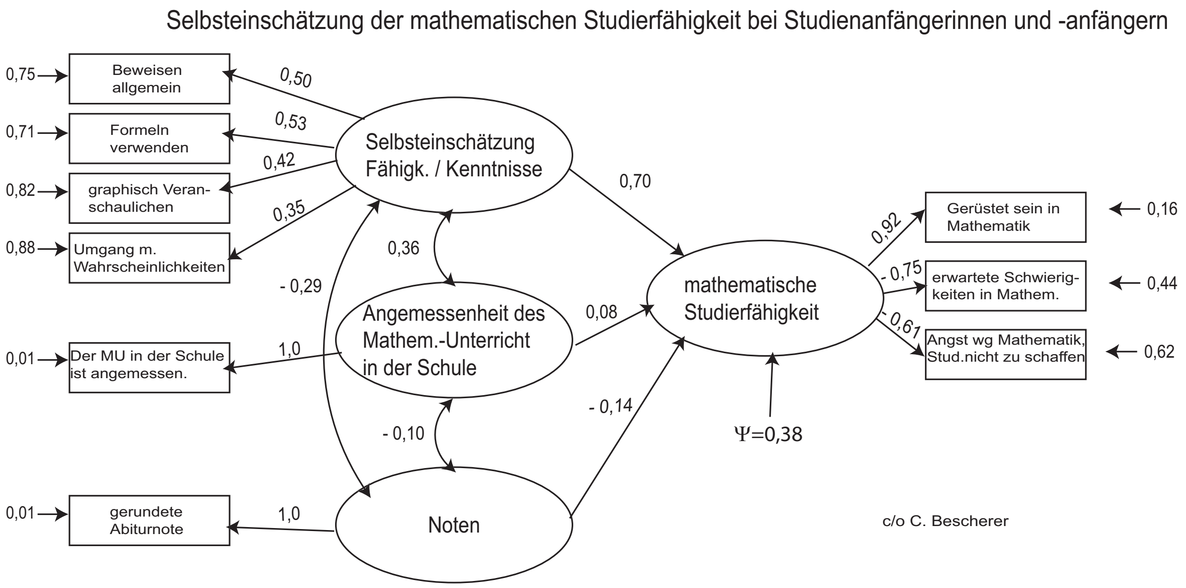


Abbildung 5.17: berechnetes Strukturmodell der mathematischen Studierfähigkeit

Die gekrümmten Pfeile zwischen den exogenen latenten Variablen beschreiben die Korrelationen zwischen den einzelnen Variablen.

Die Werte ganz links bzw. ganz rechts sind die Residualvariablen, ein Maß für Messfehler. So bedeutet z.B. der Wert $0,16$ ganz rechts, dass nur $16\,\%$ der Varianz der Variablen „gerüstet Sein in Mathematik“ nicht durch das Modell erklärt werden kann und auf Messfehler oder eventuelle nicht berücksichtigte Variableneffekte zurückzuführen sind.

Der Wert bei Ψ beträgt $0,38$, dies bedeutet eine Varianzaufklärung von $62\,\%$ des Konstrukts „mathematische Studerfähigkeit“ durch das Modell.

Nach den Kriterien von Faulbaum (vgl. S. 137) ist das Modell voll bestätigt, da der GFI $0,99$, der AGFI $0,97$ und der RMR-Index $0,046$ beträgt. Die Residuen, die im Modell nicht erklärt werden können, liegen nach den von LISREL ausgegebenen „Fitted Residuals“ zwischen $-0,0860$ und $0,0817$, mit einer Ausnahme ($0,128$ beim Zusammenhang zwischen „erwartete Schwierigkeiten im Studium in Mathematik“ und „Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu bestehen“). Wird jedoch die mathematische Studierfähigkeit nur mit den Items „gerüstet Sein für das Studium im Bereich Mathematik“ und „erwartete Schwierigkeiten im Studium in Mathematik“ gemessen, so verschlechtert sich das Modell.

Somit wird dieses Minimalmodell recht gut durch die empirischen Daten bestätigt.

Die inhaltliche Interpretation dieses Basis-Strukturmodells birgt keine sehr großen Überraschungen. Der theoretische Faktor „Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit“ wird durch die drei Messvariablen recht gut beschrieben. Den größten Einfluss haben die Antworten auf das Item „gerüstet Sein für das Studium im Bereich Mathematik“ und je besser sich die Befragten „gerüstet“ fühlen, desto höher ist auch ihre Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit. Umgekehrt ist der Einfluss der beiden anderen Messvariablen, je mehr „Schwierigkeiten in Mathematik“ erwartet werden und je größer die „Angst ist, wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen“, desto geringer ist die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit.

Auf der anderen Seite beeinflussen die vier Leititems „Beweisen allgemein“, „Formeln verwenden“, „graphisch Veranschaulichen“ und „Umgang mit Wahrscheinlichkeiten“ alle ziemlich gleichmäßig den latenten Faktor „Selbsteinschätzung Fähigkeiten/Kenntnisse“, wobei der „Umgang mit Wahrscheinlichkeiten“ den geringsten Einfluss hat.

Die Beziehungen zwischen den einzelnen exogenen latenten Variablen liegen innerhalb der erwarteten Zusammenhänge. So ist die „Selbsteinschätzung Fähigkeiten/Kenntnisse“ negativ mit den „Noten“ korreliert, je höher die Note, desto schlechter die Selbsteinschätzung. Gleich gerichtet, aber wesentlich schwächer, ist der Zusammenhang zwischen Note und der Zustimmung zur Aussage „Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen.“ Studienanfängerinnen und -anfänger mit guten Noten stimmen der Aussage eher zu als diejenigen mit „schlechten“ Noten. Die Zustimmung zu dieser Aussage ist ebenfalls höher bei den Befragten, die sich selbst „gute“ Fähigkeiten und Kenntnisse zutrauen, als bei denen, die dies nicht tun.

Ausgehend von diesem „Basismodell“ wurden noch verschiedene Varianten durchgerechnet. Die wichtigsten Ergebnisse dieses Vorgehens werden hier kurz geschildert.

So spielte der Besuch bzw. Nicht-Besuch des Mathematikvorkurses (Es wurden für diese Berechnung nur Studienanfängerinnen und -anfänger der Universität Hohenheim und der Fachhochschule für Technik, Esslingen berücksichtigt, da es an der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg keinen Mathematikvorkurs zum Befragungszeitpunkt gab.) keine Rolle für die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit, ebenso wenig der gewählte Fachbereich im Studium (vgl. Anhang B, S. 198).

Anders sieht es mit dem Geschlecht aus. Obwohl der gewählte Fachbereich eng mit dem Geschlecht zusammenhängt (vgl. Tabelle 7.3 im Anhang C, S. 201) und bei den einzelnen Items keine signifikanten Geschlechterunterschiede, die nicht an die Fachbereiche gekoppelt waren, zu erkennen sind, ändert sich das Strukturmodell, wenn die Variable „Geschlecht“ berücksichtigt wird. Wie in Abbildung 5.18[32] deutlich zu erkennen ist, hat das Geschlecht einen (etwas) größeren Einfluss, als die Abiturnoten.[33]

Dabei überrascht, dass entgegen den Erwartungen die Frauen sich besser in ihrer „mathe-

[32]vergrößerte Darstellung auf S. 211

[33]Dieses Strukturmodell ergibt etwas schlechtere Werte für den Modellfit als das Basismodell, so betragen GFI $0,98$, AGFI $0,95$ und RMR $0,054$ und damit ist das Modell „fast“ voll bestätigt (vgl. S. 137).

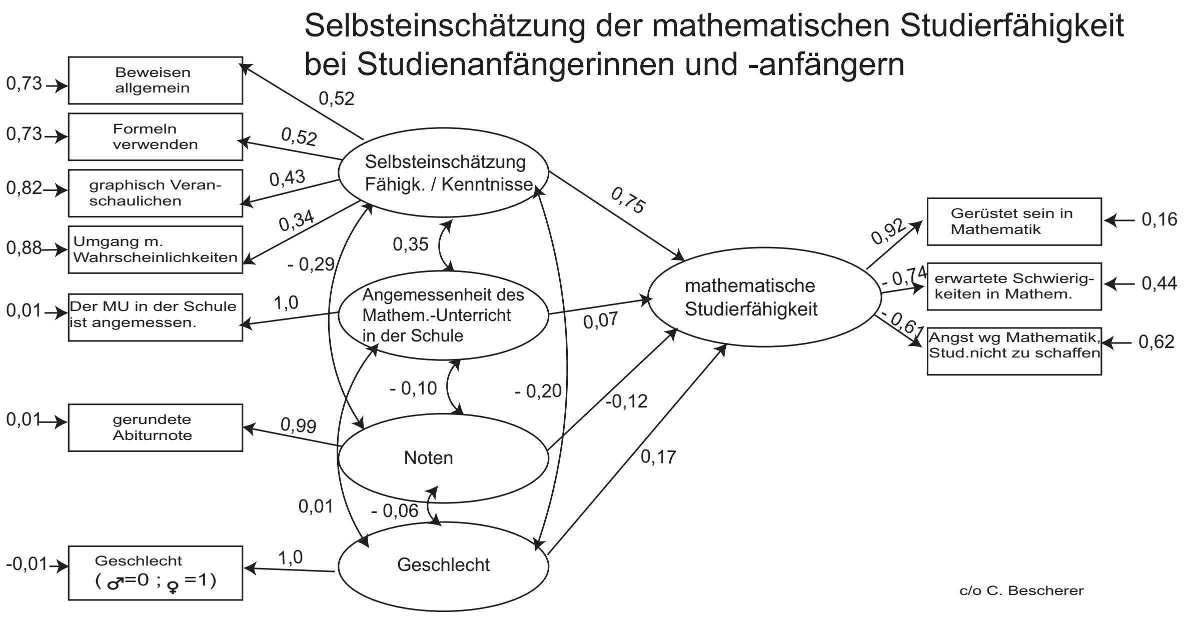


Abbildung 5.18: Strukturmodell unter Berücksichtigung des Geschlechts

matischen Studierfähigkeit" einschätzen als die Männer und dies, obwohl sie sich in den „Fähigkeiten und Kenntnissen" schlechter als die Männer einschätzen. Dies zeigt deutlich, dass die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit auch wesentlich von anderen Punkten als nur der Selbsteinschätzung der Fähigkeiten und Kenntnisse in Mathematik abhängt.

Hiermit wird auch die These bestätigt, die an verschiedenen Stellen in der Fachliteratur aufgestellt wird: Erst die Summe der vielen kleinen Unterschiede zwischen den Geschlechtern macht einen deutlichen Unterschied, der bei Betrachtung einzelner potentieller Unterschiede statistisch allerdings nicht nachzuweisen ist. Die hier vorliegende Untersuchung wurde nicht unter dem speziellen Gesichtspunkt des Einflusses des Geschlechts konzipiert, gerade deshalb ist dieses Resultat so überzeugend. Es wäre sehr interessant, andere Untersuchungen in ähnlicher Weise auf Geschlechterunterschiede zu überprüfen.

Eine weitere Überlegung, die schon bei der Erstellung des theoretischen Ausgangsmodells angestellt wurde, ist der Einfluss der Punkte im Mathematikabitur zusammen mit der Abiturnote. Dazu konnten nur die Befragten, die das allgemeine Gymnasium besucht haben, ausgewertet werden, da bei den anderen (berufliche Gymnasien, Berufskollegs und Fachoberschulen) entweder Noten verteilt wurden bzw. zuviel fehlerhafte Angaben vorkamen.

Dazu wurden die Punkte umcodiert, da die Abiturnoten und die Mathematikpunkte in die gleiche Richtung tendieren müssen, sonst heben sich die Effekte auf. Das errechnete Strukturmodell ist in Abbildung 5.19 zu sehen.[34] Die Messvariable „Mathematikpunkte" ergibt zusammen mit der „gerundeten Abiturnote" die latente exogene Variable „Noten". Zur Ergänzung wurde noch eine weitere Messvariable und damit auch exogene Variable aufgenommen, nämlich der Besuch des Mathematik-Leistungskurses.[35]

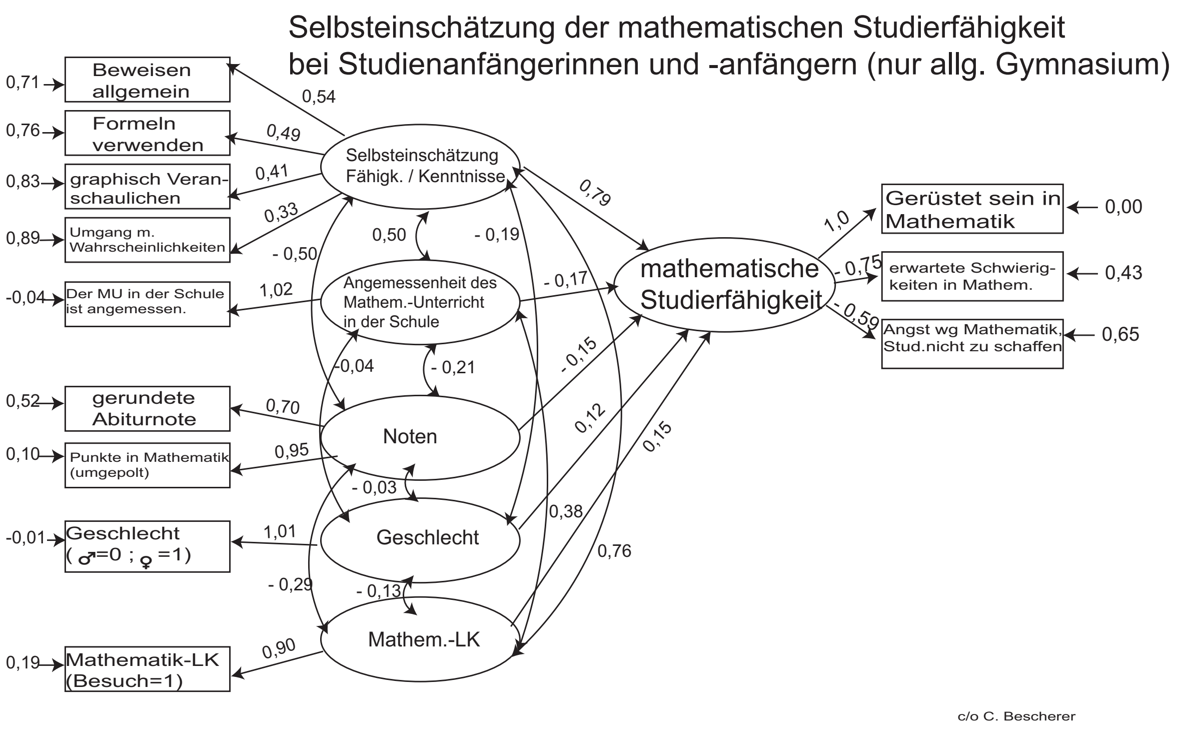


Abbildung 5.19: Strukturmodell mit Mathematikpunkten

Die Mathematikpunkte korrelieren zwar sehr stark mit der latenten exogenen Variablen „Noten", aber insgesamt ändert sich der Einfluss dieser Variablen auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit kaum. (Auch wenn die Variable „Besuch des Mathematik-Leistungskurses" weggelassen wird, ändert sich der Wert nur von $r = -0,15$ auf $r = -0,17$.) Der Besuch des Mathematikleistungskurses hat einen ähnlich starken Einfluss auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit wie die Noten ($r = 0,15$).

Erstaunlich ist aber der Wert des Einflusses der Zustimmung zur Aussage „Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen" auf Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit im Vergleich zu den Strukturmodellen mit allen Befragten (vgl. Abb.

[34]vergrößerte Darstellung auf S. 212
[35]Statistische Kenndaten: Stichprobenumfang 324, Modellfit: GFI $0,98$, AGFI $0,97$ und RMR $0,049$

5.18 auf S. 140). Bei den Gymnasiasten dreht sich der leicht positive Einfluss der Zustimmung um. Bei einem Wert von $r = -0,17$ übersteigt der Einfluss sogar noch den der Noten oder des Geschlechts. Der negative Wert hier bedeutet, dass je höher die Zustimmung zur Aussage, dass der Mathematikunterricht in der Schule angemessen sei, desto geringer die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit ausfällt.

Dies würde bedeuten, dass der Mathematikunterricht der Oberstufe die mathematische Studierfähigkeit – zumindest in der Selbsteinschätzung der Studienanfängerinnen und -anfänger – eher behindert als unterstützt.

Selbstverständlich lässt das Untersuchungsdesign keine statistisch „bewiesenen“ Aussagen zu diesem Punkt zu, aber es ist sicherlich ein weiteres Indiz, dass sich am Mathematikunterricht vor allem in der Oberstufe einiges ändern muss, um eine mathematische Studierfähigkeit für alle Abiturientinnen und Abiturienten zu gewährleisten.

Übrigens ist der negative Wert an dieser Stelle auch vorhanden, wenn die Gegenprobe gemacht wird und die Absolventen der anderen Schularten getrennt untersucht werden. Einen entsprechenden $(0,16)$ positiven Wert ergibt sich an dieser Stelle, wenn die Studierenden der Fachhochschule für Technik für sich alleine untersucht werden. Dies kann darauf hindeuten, dass sie erwarten, die Ingenieursmathematik ähnlich der Mathematik in der Oberstufe durch Auswendiglernen von Rezepten zu bewältigen und deshalb stärkt die Zustimmung zur Aussage, dass der Mathematikunterricht in der Schule angemessen ist, ihre Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit.

5.9.5 Zusammenfassung

Die Studienanfängerinnen und -anfänger besuchen die Mathematikvorkurse fast ausschließlich aus Gründen der Verbesserung ihrer Mathematikkenntnisse bzw. weil sie sich unsicher in Mathematik fühlen. Als bequemen Einstieg ins Studium nutzen nur sehr wenige diesen Weg. Sehr viele Studierende, die keinen Vorkurs besucht haben, taten dies aus zwingenden äußeren Gründen wie „Zeit- oder Geldmangel“, „keine Wohnung“ usw.

Die Antworten auf die Fragen „Wie gut fühlen Sie sich im Bereich Mathematik für ihr Studium gerüstet?“, „Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium im Bereich Mathematik Schwierigkeiten?“ und der Zustimmung zur Aussage „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen.“ eignen sich gut zur Messung der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit. Mit Hilfe der Korrelationskoeffizienten nach Spearman wurden die Items auf interessante Zusammenhänge untersucht, dabei ergab sich eine höhere Korrelation zwischen einer schlechten Selbsteinschätzung mathematischer Studierfähigkeit mit der (schlechten) Selbsteinschätzung von prozessorientierten Fähigkeiten und Kenntnissen wie „mathematische Modelle entwickeln“ oder „komplexe Probleme lösen“ als mit den „handwerklichen“ Items.

Die Zusammenhänge zwischen der Selbsteinschätzung der Fähigkeiten und Kenntnisse im Bereich Mathematik und der Einschätzung der Wichtigkeit derselben sind sehr komplex und teilweise gegenläufig. Die Kombination dieser beiden Faktoren führt zu unklaren Einflüssen auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit. Werden bestimmte Fähigkeiten und Kenntnisse als unwichtig eingestuft, so ist es für die mathematische Studierfähigkeit gleichgültig, ob diese Fertigkeiten ausreichend vorhanden sind oder nicht. Fähigkeiten und Kenntnisse, die dagegen als wichtig eingeschätzt werden, haben je nachdem ob die Befragten sich selbst „gut" oder „schlecht" einschätzen, einen positiven bzw. negativen Einfluss auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit.

Das aus verschiedenen Vorüberlegungen und Thesen aus der Mathematikdidaktik entworfene Strukturmodell zur Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit wird durch die empirischen Daten weitgehend bestätigt. Bei Variationen des Basismodells ergeben sich einige sehr interessante Zusammenhänge, v.a. dass Frauen ihre mathematische Studierfähigkeit besser einschätzen als Männer, obwohl sie ihre Fähigkeiten und Kenntnisse an sich schlechter einschätzen. Bei Betrachtung der Gruppe der Absolventinnen und Absolventen des allgemeinen Gymnasiums ergibt sich ein Indiz zu einem weiteren überraschenden Zusammenhang: Je mehr der Mathematikunterricht in der Schule als angemessen eingeschätzt wird, desto schlechter wird die mathematische Studierfähigkeit eingestuft. Diese Vermutung müsste z.B. durch Folgeuntersuchungen mit Interviews genauer verfolgt werden.

5.10 Weitere Ergebnisse

Am Anfang dieses Kapitels (vgl. S. 71) wurde die These aufgestellt, dass die Studierenden der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg, von denen ja viele Mathematik als Fach gewählt haben, auch zu den „Nicht-Mathematikern" gezählt werden können.

Bestätigt wird dies durch den U-Test nach Mann und Whitney auf signifikante Unterschiede, der bei der Frage nach der Wichtigkeit des „Interesses für das Fach" für die Studienentscheidung keine signifikanten Unterschiede zwischen Lehramt und Wirtschaftswissenschaften, aber höchst signifikante Unterschiede jeweils zwischen Lehramt und Naturwissenschaften bzw. Ingenieurwissenschaften ergab.[36]

Aus den arithmetischen Mittelwerten, getrennt für die vier Fachbereiche berechnet, die in Tabelle 5.22 zusammengestellt sind, lassen sich verschiedene interessante Beobachtungen ableiten. So steht z.B. nur bei den Lehrämtlern der Berufswunsch an erster Stelle. Die Wichtigkeit des „Berufswunsches" mit dem Mittelwert von $3,35$ rangiert deutlich vor dem „Interesse am Fach" mit einem Mittelwert von $2,97$. Bei den Wirtschaftswis-

[36] Zu der Aufteilung der einzelnen Studiengänge in die vier Fachbereiche s. Anhang B, S. 198

Item	Lehramt	Wirtschafts-wissenschaften	Naturwissen-schaften	Ingenieurwis-senschaften
Berufswunsch	3,35	2,96	2,92	3,07
Interesse am Fach	2,97	3,05	3,38	3,25
Berufsaussichten	1,91	2,88	2,08	2,98
Chance, viel Geld zu verdienen	1,36	2,44	1,44	2,53
keine besseren Ideen	0,69	0,66	0,81	0,64
Wunsch der Eltern	0,37	0,37	0,35	0,47

Tabelle 5.22: arithm. Mittel der Antworten zur Wichtigkeit für die Studienentscheidung

senschaften führt das „Interesse am Fach“ (3,05) leicht vor dem „Berufswunsch“ (2,96), wobei hier aber auch die Berufsaussichten (2,88) und die „Chance, viel Geld zu verdienen“ (2,44) eine große Rolle spielen. Bei den Natur- und Ingenieurwissenschaftlern spielt das „Interesse am Fach“ eindeutig die größte Rolle bei der Studienentscheidung (3,38 bzw. 3,25), gefolgt vom „Berufswunsch“ (2,92 bzw. 3,07). Bei den Ingenieuren sind noch die (damals sehr guten) „Berufsaussichten“ (2,98) und die „Chance, viel Geld zu verdienen“ (2,53) wichtige Entscheidungskriterien. Bei den Naturwissenschaftlern sind diese Gründe nicht so wichtig. Bei allen Fachbereichen spielen die Kriterien „Wunsch der Eltern“ und „keine besseren Ideen“ nur eine sehr geringe Rolle. Interssant ist jedoch, dass bei den Ingenieuren nach dem U-Test von Mann und Whitney der „Wunsch der Eltern“ signifikant höher ist als bei den Lehrämtlern und den Wirtschaftswissenschaftlern.

Da der Fragebogen (vgl. Anhang A) schon sehr früh im Verlauf der Untersuchung konzipiert werden musste, enthält er auch verschiedene Fragen, die schließlich nicht mehr zur Auswertung kamen oder auch einfach keinerlei Rolle gespielt haben. So sind bei einigen der Items, die keine Rolle für die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit spielen, noch Untersuchungen interessant, ob sich signifikante Unterschiede zwischen verschiedenen Gruppen wie z.B. Männer/Frauen, den verschiedenen Fachbereichen oder auch nach Mathematik-Leistungskurs- bzw. Grundkursbesuchern nachweisen lassen.

Ein Beispiel für ein solches „erwartetes“ Ergebnis ist z.B. die Zustimmung zur Aussage „Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt.“ Der Kruskal-Wallis-Test auf Unterschiede zwischen den vier Fachbereichen ergibt eine asymptotische Signifikanz von 0,000. Wenn man jetzt die Mittelwerte bei einer Antwortskala zwischen 0 und 4 der von den nach den vier Fachbereichen aufgeteilten Studienanfängerinnen und -anfängern gegebenen Antworten vergleicht, so ergeben sich erwartungsgemäß die in Tabelle 5.23 dargestellten Werte.

Fachbereich	arithmetisches Mittel
Lehramt (alle)	1,29
nur Lehramt mit Mathematik als einem Fach	1,45
Wirtschaftswissenschaften	1,93
Naturwissenschaften	1,56
Ingenieurwissenschaften	2,49

Tabelle 5.23: Zustimmung zur Aussage: „Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt."

Dass zukünftige Ingenieure Mathematik als wichtig einstufen, verwundert nicht; ebenso wenig, dass die Lehrämtler, die ja sowieso alle mindestens ein weiteres Fach belegen müssen, die Wichtigkeit des Fachs Mathematik am geringsten einschätzen. Es könnte jetzt noch spekuliert werden, warum den Wirtschaftswissenschaftlern die Mathematik wichtiger erscheint als den Naturwissenschaftlern, aber die Gründe hierfür lassen sich aus den vorliegenden Daten nicht erschließen.

Zustimmung zur Aussage[a]	arithm. Mittel (Männer)	arithm. Mittel (Frauen)
Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt.	2,08	1,72
Mathematik ist ein notwendiges Übel.	1,71	1,30
Mathematik wird in der Schule überbewertet.	1,06	0,66
Ich hasse Mathematik.	1,0	0,69

[a] Werteskala von 0 (stimme gar nicht zu) bis 4 (stimme voll zu)

Tabelle 5.24: Geschlechtsunterschiede bei der Zustimmung zu verschiedenen Aussagen

Von den verschiedenen auftretenden signifikanten Unterschieden, wenn die Stichprobe nach den Geschlechtern aufgetrennt wird, sind die allermeisten auf die Unterschiede zwischen den Fachbereichen zurückzuführen. Um dies zu testen, wird der Fachbereich mit dem ausgeglichendsten Geschlechteranteil (vgl. Tabelle 7.3 im Anhang C, S. 201), die Wirtschaftswissenschaften, auf geschlechtsabhängige signifkante Unterschiede bei den Antworten der Frage 12 untersucht. Es ergaben sich bei der Beschränkung auf den Fachbereich Wirtschaftswissenschaften keinerlei höchst signifikante Unterschiede mehr und nur bei vier Items einen signifikanten Unterschied (s. Tabelle 5.24); bei der Gesamtstichprobe waren es immerhin noch neun Items mit einem höchst signifikanten Unterschied und vier (andere) mit einem signifikanten Unterschied.

Bei Betrachtung der Tabelle 5.24 fällt auf, dass die Männer durchweg stärker zustimmen als die Frauen. Dies bedeutet nur bei der Aussage „Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt.“ eine höhere Einschätzung der Mathematik, bei den drei anderen Aussagen zeigt sich dadurch ein schlechteres Bild der Mathematik als bei den Frauen.

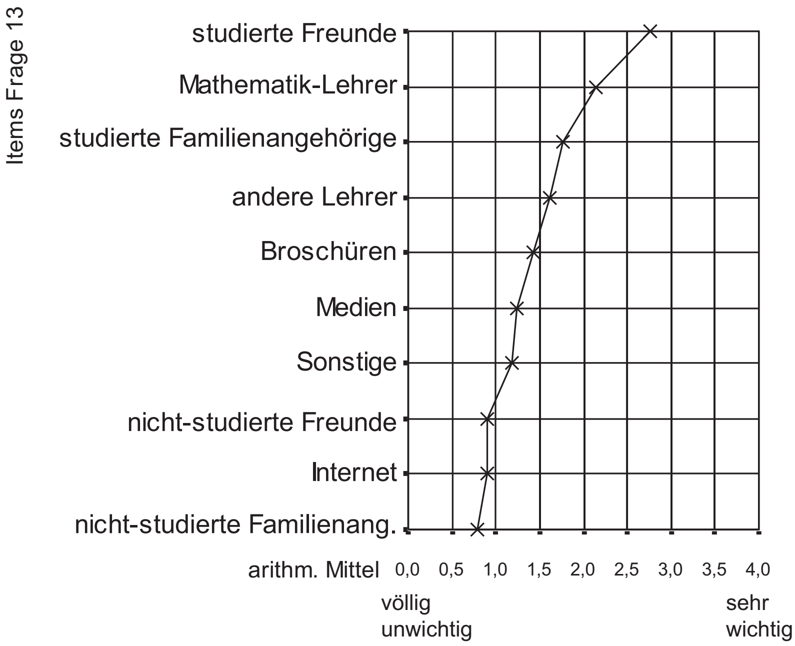


Abbildung 5.20: Mittelwerte der Informationsquellen

Eine weitere Spur, die noch verfolgt werden könnte, sind die Informationsquellen, die zu den Selbsteinschätzungen der mathematischen Studierfähigkeit beitragen.

Ausgewertet werden die Antworten auf die Frage 13 (vgl. Fragebogen im Anhang A, S. 196):

> Woher stammen Ihre Informationen/ Einschätzungen zu Schwierigkeiten bei Mathematik im Studium?

Die Abbildung 5.20 zeigt die Items zur Frage „Woher stammen Ihre Informationen/ Einschätzungen zu Schwierigkeiten bei Mathematik im Studium?“ nach der Größe des arithmetischen Mittelwertes der Antworten geordnet.

Dabei liegen – wie zu erwarten – die persönlichen Kontakte zu Menschen mit Studienerfahrung eindeutig vorne. Die „unpersönlichen“ Informationsquellen wie Hochschulbroschüren oder Medien spielen eine mittlere Rolle, bis auf das Internet, das im Jahr 2000 wohl noch keine den anderen Medien vergleichbare Rolle gespielt hat. Die „nichtstudierten“ Personen (Familienangehörige bzw. Freunde und Bekannte) sind als Informationsquelle nicht wichtig.

Wenn jetzt hingegen die Korrelationen der Antworten nach der Wichtigkeit der Informationsquelle mit den drei Messvariablen der Selbsteinschätzung mathematischer Studierfähigkeit bestimmt werden, so ergibt dies ein leicht differenzierteres Bild. In Tabelle 5.25 werden die Spearman-Korrelationskoeffizienten und die Signifikanzniveaus übersichtlich dargestellt.

Informationsquelle	gerüstet Sein f. Mathematik	erwartete Schwierigkeiten	Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen
Freunde/Bekannte mit Studium	$-0,143**$[a]	$0,155**$	$0,125**$
Freunde/Bekannte ohne Studium	kein sign. Wert	kein sign. Wert	$0,104**$
Familienanghörige ohne Studium	kein sign. Wert	kein sign. Wert	$0,158**$
Mathematiklehrer	kein sign. Wert	kein sign. Wert	$0,064*$
andere Lehrer	kein sign. Wert	kein sign. Wert	$0,087**$

[a] ** ... höchst signifikant, * ... signifikant

Tabelle 5.25: Einschätzungen der Wichtigkeit Mathematik der Studierenden

Insgesamt sind sämtliche Korrelationskoeffizienten so niedrig, dass auf keinen engen Zusammenhang geschlossen werden kann. Trotzdem lassen sich erste Vermutungen über mögliche Zusammenhänge aufstellen.

Die negative Korrelation ($r = -0,143$) des „gerüstet Seins“ mit dem Einfluss der studierten Freunde und Bekannten könnte bedeuten, dass diese Einschätzung des „gerüstet Seins“ nicht aus Informationen anderer stammt, sondern vorwiegend aus dem Selbstkonzept und deshalb sind die vorgegebenen „äußeren“ Informationsquellen weniger wichtig.

Der Zusammenhang mit den anderen beiden Messvariablen ist (leicht) positiv („Schwierigkeiten“ $r = 0,155$ bzw. „Angst“ $r = 0,125$) und lässt sich folgendermaßen erklären: Je größer die erwarteten Schwierigkeiten bzw. die Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen, desto wichtiger sind die Informationsquellen mit eigener Studienerfahrung.

Sehr auffallend ist hierbei, dass die Zustimmung zur Aussage „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen." auch noch mit der Wichtigkeit der nichtstudierten Personen aus dem eigenen Umkreis ($r = 0,104$ bzw. $r = 0,158$) und der Lehrerinnen und Lehrer, die nicht Mathematik unterrichten ($r = 0,087$), als Informationsquelle (leicht) positiv korreliert sind.

Also scheinen für die hoch emotionale Komponente „Angst" gerade nicht die „Experten" im Studieren oder in Mathematik eine wichtige Rolle zu spielen, sondern diejenigen einen statistisch signifikanten Einfluss zu haben, die selbst auf wenig Erfahrung mit Mathematik im Studium zurückgreifen können. Der Grund hierfür wäre auch ein sehr interessantes Feld für weitere Untersuchungen.

5.11 Zusammenfassung der empirischen Befunde

Die Auswertung der Antworten des explorativen Fragebogens hat Hinweise auf verschiedene sehr interessante Zusammenhänge ergeben. Diese Befunde bestätigen oder ergänzen diejenige anderer Untersuchungen.

Die untersuchte Population von „Nicht-Mathematikern", d.h. Studienanfängerinnen und -anfänger in Studiengängen, die einen oder mehrere Leistungsnachweise in Mathematik erbringen müssen, aber weder auf Mathematik Diplom noch auf gymnasiales Lehramt studieren, weicht in wichtigen Kenndaten wie Durchschnittsnoten, Alter usw. unwesentlich von der repräsentativen Stichprobe der HIS-Studie der Studienanfänger zum Wintersemester 2000/01 in Deutschland ab.

Mathematik ist nach den vorliegenden Ergebnissen auf jeden Fall ein Bereich, in dem sowohl die Studienanfängerinnen und -anfänger Schwierigkeiten erwarten, die Hochschullehrenden Schwierigkeiten der Studierenden beobachten und erfahrene Studierende von Schwierigkeiten berichten. Die Anteile der Studierenden, die diese Einschätzungen betreffen, liegen zwischen 20 und 50 %, aber meist so um ein Drittel der untersuchten Population.

Auf den Zusammenhang der Vorstellungen von allgemeiner Studierfähigkeit und mathematischen Prozessen kann aus den Einschätzungen der Hochschullehrenden, dass Abstraktionsfähigkeit, Differenzierungsfähigkeit und Genauigkeit sehr wichtige Teilaspekte der allgemeinen Studierfähigkeit sind, geschlossen werden. In der Mathematikdidaktik werden die Vorteile von prozessorientiertem Mathematikunericht gerade auch in der Ausbildung und Förderung dieser drei Aspekte gesehen. Auf diesem Hintergrund wäre ein prozessorientierter Mathematikunterricht mit allen den in Kapitel 3.2 beschriebenen Konsequenzen für die Leistungsbeurteilung eine gute Möglichkeit die Schülerinnen und Schüler besser auf ein Studium vorzubereiten.

Aus ihren Erfahrungen mit der Mathematik in der Schule schätzen die befragten Studienanfängerinnen und -anfänger ihre Kenntnisse und Fähigkeiten nur in den „handwerklichen" Bereichen gut ein, im „geometrisch/graphischen Bereich" mittel, bei den „mathematischen Prozessfähigkeiten" schlecht und im „Umgang mit Wahrscheinlichkeit" sehr schlecht.

Dies steht im klaren Gegensatz zur Einschätzung der Wichtigkeit der einzelnen mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse auch außerhalb der Schule. Dort spielt nach den Einstufungen der Studienanfängerinnen und -anfänger das Anwenden logischer Denkfähigkeiten beim Lösen komplexer Probleme die größte Rolle. Dieser Gegensatz gibt auch Hinweise für Erklärungsansätze der geringen Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit durch die Studierenden.

Der Mathematikunterricht in der Schule ist nach Meinung von fast der Hälte der Befragten nicht angemessen und scheint vor allem in der Oberstufe methodisch sehr eintönig zu sein.

Die an den Hochschulen angebotenen Mathematikvorkurse besuchen die Studienanfängerinnen und -anfänger meist zur Verbesserung ihrer Mathematikkenntnisse bzw. weil sie sich unsicher in Mathematik fühlen. Für den Nicht-Besuch spielen oft zwingende äußere Gründe eine Rolle.

Das theoretische Konstrukt der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit lässt sich mit den Antworten auf die Fragen „Wie gut fühlen Sie sich im Bereich Mathematik für ihr Studium gerüstet?", „Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium im Bereich Mathematik Schwierigkeiten?" und der Zustimmung zur Aussage „Ich habe Angst wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen." messen und hängt stark von der Selbsteinschätzung der eigenen mathematischen Fähigkeiten und Kenntnisse, teilweise von der Abitur- bzw Mathematiknote, dem Besuch eines Mathematikleistungskurses und dem Geschlecht ab.

Es gibt Hinweise, dass eine Zustimmung zur Aussage „Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen." der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit entgegenläuft. Dies würde bedeuten, dass diejenigen Studierenden, die den Mathematikunterricht als angemessen empfinden, sich schlechter auf den Bereich Mathematik in ihren Studiengängen vorbereitet fühlen, als diejenigen, die den Mathematikunterricht als weniger angemessen einstufen.

6 Konsequenzen

Wie also können diese Defizite angegangen werden? Indem, wie bei sehr vielen Mathematikvorkursen, erst einmal die handwerklichen Fertigkeiten nachgeschult werden? Selbstverständlich sind die arithmetischen und algebraischen Kenntnisse die Grundlage für den Umgang mit Mathematik in welcher Form auch immer. Aber genau diese Fertigkeiten wurden ja in der Sekundarstufe I schon unterrichtet und da waren sie ja auch bei den Schülerinnen und Schülern vorhanden (vgl. Ergebnis TIMSS II und PISA). Warum verschwinden diese Fertigkeiten in den letzten Schuljahren wieder? Oder noch schärfer formuliert: Warum verschwinden sogar noch die Reste dieser Fertigkeiten in der Zeit zwischen Abitur und Studienbeginn, so dass so viele Lehrende von Eingangsveranstaltungen in Mathematik die Studienanfängerinnen und -anfänger so schlecht einschätzen?

Mögliche Ursachen sind z.B. das Vorratslernen, das „Andressieren“ der Rechentechniken, die fehlende Anbindung an Anwendungsszenarien oder auch die nicht geforderte Eigenverantwortung. Vielen Schülerinnen und Schülern wird im Laufe ihrer Schulzeit nicht klar, wofür sie die unterrichteten mathematischen Fertigkeiten in der Schule oder im späteren Leben brauchen können. Leicht einsichtig ist die Problematik des Vorratslernens am Beispiel von Software-Bedienungskenntnissen: Wenn der Umgang mit z.B. einem Tabellenkalkulationssystem gelernt wird und dann der Lernende über einen längeren Zeitraum hinweg sein Wissen nicht anwenden kann, so ist das frühere Erlernen überflüssig geworden.

Also kann das Vorgehen vieler Mathematikvorkurse bestehend in der Wiederholung von ausschließlich handwerklichen Fertigkeiten im Zeitraffer und in derselben Form, nämlich rein rezeptiv wie es die Schülerinnen und Schüler schon in der Schule erlebten, auch nur einen sehr kurzfristigen Effekt – wenn überhaupt – haben. Die handwerklichen Fertigkeiten sind selbstverständlich die grundlegede Technik des Mathematik-Treibens und müssen erlernt und ständig geübt werden. Nur sollte dies im Kontext vom Erlernen mathematischer Kompetenzen geschehen und nicht als Selbstzweck. Es ist auch nicht so, dass Stärken in den Prozessfähigkeiten Schwächen in den handwerklichen Fertigkeiten bedingen, wie die Ergebnisse von TIMSS III aus Schweden zeigen (vgl. Baumert & al. 2000b, S. 152).

Da der Umgang mit Daten und dem Phänomen der Unsicherheit in vielen Wissenschaften eine große Rolle spielt, muss dieses Thema entgegen der Einschätzung der Studienanfängerinnen und -anfänger verstärkt in der Schule, aber auch in der Hochschule behandelt werden.

Aus den vorliegenden Ergebnissen können in sehr verschiedene Richtungen hin sehr unterschiedliche Konsequenzen gezogen werden. In einem wesentlich kleineren Rahmen als nach den Untersuchungen von TIMSS und PISA sind doch Konsequenzen in ähnlichen Bereichen denkbar: Bildungspolitik für die Schule und die Hochschule, Bildungsstandards, Schulsystem, Pädagogik, Fachdidaktik, Unterrichtsmethodik, Lehreraus- und -fortbildung, Einsatz computergestützter Medien, Gesellschaftspolitik usw.

In der ursprünglichen Anlage der Untersuchung war als eine mögliche Folgerung eine „Mathematik-Vorphase zum Studium" als Pendant zu den existierenden Mathematik-Vorkursen geplant. Da sich die Untersuchung auf die Studienanfängerinnen und -anfänger in ihren ersten zwei Wochen des Studiums in sehr unterschiedlichen Studiengängen beschränkt und damit alle Einschätzungen auf Erfahrungen aus der Schule beruhen, können die Konsequenzen aus diesen Einschätzungen eigentlich nur eine „Nachbereitung des Mathematikunterrichts in der Oberstufe" betreffen. Ebenso beziehen sich sämtliche Erkenntnisse der Untersuchung auf Schülerinnen und Schüler, die in der „alten" Oberstufenform und nach den alten Lehrplänen unterrichtet wurden.

Diese Schülerinnen und Schüler werden noch einige Jahre einen großen Teil der Studienanfängerinnen und -anfänger ausmachen. Ihnen müsste die Chance geboten werden, ähnliche Fähigkeiten und Kenntnisse wie bei den Schülerinnen und Schülern, die nach gut umgesetzten Bildungsstandards unterricht werden, zu entwickeln. Dazu ließen sich sicherlich die Organisationsstrukturen der Mathematikvorkurse nutzen, aber es sind auch Angebote aus dem Bereich E-Learning denkbar, allerdings keine reinen Selbstlernumgebungen. Drei Szenarien dieser Art werden in Kapitel 6.4 beschrieben.

Ebenso wie sich jede Änderung im Schulbereich letztendlich immer im konkreten Unterricht manifestieren muss, so zeigen sich auch in solchen „Nachbereitungsphasen" die tatsächlichen Änderungen einerseits in den Aufgaben und deren Einsatz im Lehr-/ Lernarrangement und andererseits in dem von Heymann formulierten Begriff „Unterrichtskultur" (vgl. Kapitel 3.1.1). Eine Struktur, anhand derer solche weitgehenden Veränderungen von Mathematik Lehren und Lernen beschrieben werden können, sind Bildungsstandards (vgl. Kapitel 2.3).

Die zur Zeit in Baden-Württemberg angedachten und durchgeführten Reformen sind ein anschauliches Beispiel für die Komplexität eines solchen Unternehmens. So sollen in einer „anderen" Schule „andere" Inhalte auf eine „andere" Weise durch „andere" Lehrerinnen und Lehrer in einer „anderen" Unterrichtskultur den (bis dahin hoffentlich auch) „anderen" Schülerinnen und Schülern vermittelt werden. Dies bedeutet eine Veränderung gleichzeitig auf allen Ebenen, was sich nur mit sehr großem Aufwand durchführen lässt. Davon abgesehen, dass die Beschreibung aller dieser potenzieller Veränderungen ein mehrbändiges Werk ergeben würden, ist es wegen des Grundsatzes, dass die Schulen mehr Freiheiten bekommen sollen, grundsätzlich unmöglich – selbst wenn dies überhaupt bekannt wäre – alle die „richtigen" Dinge zu beschreiben, die für einen „anderen" Unterricht notwendig sind.

Da ein so komplexes Gefüge wie ein Schulsystem nicht „auf einen Streich" komplett verändert werden kann, muss irgendwo ein Anfang gemacht werden. In Baden-Württemberg ist dies z.B. durch die Neustrukturierung der gymnasialen Oberstufe schon geschehen sowie den Entschlüssen zur Einführung der Bildungsstandards und des achtjährigen Gymnasiums.

Neuerungen in einem Bildungssystem werden durch klare Bildungsstandards unterstützt, indem diese einen Rahmen schaffen, innerhalb dessen sich die Veränderungen bewegen können (vgl. S. 17). Zur Entwicklung und Formulierung von Bildungsstandards muss eine Umsetzung in Curricula und letztendlich in Unterricht erfolgen, sonst bleiben sie wirkungslos. Dies erfordert komplexe Prozesse, die jede Lehrerin/jeder Lehrer durchlaufen muss, um einen Unterricht zur Umsetzung der Bildungsstandards erst möglich zu machen. Wie schon im Kapitel 2.3 geschildert, bedarf es dazu fachlicher, pädagogischer, fachdidaktischer, methodischer, sozialer, ... Kompetenzen, die alle entsprechend eingebracht werden müssen.

Selbstverständlich kann nicht auf alle diese Aspekte ausführlich eingegangen werden, viele Entscheidungen sind auch ohne Kenntnis der realen Lernsituation gar nicht möglich. Die Bandbreite der notwendigen Kompetenzen deckt sich mit den Bereichen, in denen die Folgerungen aus der PISA und der TIMS-Studie greifen sollen. Also kann durch eine fundierte Arbeit an und mit Bildungsstandards – falls sie nicht auf einen reinen Lehrplanersatz reduziert werden – ein sehr wichtiger Beitrag zur umfassenden Änderung von Schule und Unterricht geleistet werden.

In diesem Kapitel werden zuerst aus den Untersuchungsergebnissen direkte Schlüsse für Konsequenzen zur Verbesserung der mathematischen Studierfähigkeit gezogen. Dies betrifft die Items „logisches Argumentieren", „komplexe Probleme lösen", „Umgang mit Computersoftware", „einfach Programme erstellen" und „Kopfrechnen", die die Studienanfängerinnen und -anfänger einerseits als wichtig eingestuft haben, andererseits aber ihre eigenen Kenntnisse und Fähigkeiten in diesen Bereichen als eher schlecht einschätzen.

Im zweiten Teil werden weitere Konsequenzen vor dem Hintergrund der NCTM-Standards, einem in sich logisch konsistenten, fundierten und durchdiskutierten curricularem System geschildert. Teilweise werden die Auffassungen der NCTM-Standards denen der baden-württembergischen Bildungsstandards oder des Entwurfs der Bildungsstandards für Mathematik der Ständigen Kultusministerkonferenz gegenübergestellt.

Zuletzt werden noch zwei Bereiche „Modellieren" und „Algorithmen", die als Leitideen in den baden-württembergischen Bildungsstandards beschrieben werden, in ihrer Bedeutung als mathematische Kompentenzen geschildert und mit welchen unterrichtlichen Maßnahmen diese Kompetenzen gefördert werden können.

6.1 Verbesserung der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit – unmittelbare Konsequenzen aus der Untersuchung

Die Ergebnisse, die im Strukturmodell zu erkennen sind, wie der Einfluss der Noten oder des Besuchs des Mathematikleistungskurses auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit, sind leicht nachvollziehbar und daraus lassen sich keine interessanten Schlussfolgerungen ziehen. Am Einfluss des Besuchs des Mathematikleistungskurses auf die mathematische Studierfähigkeit ist eigentlich eher die Geringfügigkeit des Einflusses erstaunlich. In Baden-Württemberg gibt es in der seit dem Schuljahr 2002/03 flächendeckend eingeführten neuen Form der Oberstufe sowieso keine Leistungskurse mehr, in Mathematik werden die Schülerinnen und Schüler wieder bis zum Abitur klassenweise unterrichtet.

Der Einfluss des Geschlechts auf die Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit, der sich erst im Zusammenspiel der verschiedenen Faktoren zeigt, soll hier auch nicht weiter vertieft werden. Nach Ansicht verschiedener Autorinnen fördert ein prozess- und anwendungsorientierter Mathematikunterricht besonders die Leistungen der Mädchen, so dass eine Hinwendung zur Prozessorientierung im Mathematikunterricht auch eine verbesserte Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit der Studienanfängerinnen bewirken kann.

Von den Einzelergebnissen wird v.a. auf diejenigen Items eingegangen, denen die Befragten eine hohe Wichtigkeit auch außerhalb der Schule zugestehen (vgl. Abb. 5.10 auf S. 108) bzw. bei denen in der Schule mehr getan werden sollte (vgl. Abb. 5.12 auf S. 113) und die in den Selbsteinschätzungen der Studienanfängerinnen und -anfänger eher im unteren Bereich liegen (vgl. Abb. 5.6 auf S. 97). Die folgenden Kapitel beziehen sich durchweg auf Items, bei denen die Einschätzung der Wichtigkeit im oberen Drittel (nach Mittelwerten geordnet) und die Selbsteinschätzung der Fähigkeiten und Kenntnisse nicht im oberen Drittel liegen. Da die Items der Frage nach den Bereichen, in denen in der Schule mehr getan werden sollte, nicht vollständig mit denen der beiden anderen Fragen übereinstimmen, werden sie jeweils an den passenden Stellen in die Kapitel eingeschlossen.

6.1.1 Logisches Argumentieren

In der Frage nach der Wichtigkeit bestimmter mathematischer Fähigkeiten und Kenntnisse steht „logisches Argumentieren“ an zweiter Stelle nach dem „Umgang mit Computersoftware“ (vgl. Abb. 5.10 auf S. 108). Das Item „Logisches Denken“ erreicht in dem Ranking „sollte in der Schule mehr getan werden“ den dritten Platz (vgl. Abb. 5.12 auf S. 113.

Die Schulung des logischen Denkens und Argumentierens ist auch die Fähigkeit, die in der öffentlichen Meinung am engsten mit Mathematik verbunden ist. Es ist eine der klassischen Fähigkeiten, die Mathematikern zugesprochen werden. Also wäre zu erwarten, dass auf diese Fähigkeiten im Mathematikunterricht besonderen Wert gelegt wird. „Logisches Argumentieren“ liegt bei den Selbsteinschätzungen verschiedener Fähigkeiten und Kenntnisse dagegen nur auf dem achten Platz (vgl. Abb. 5.6 auf S. 97).

Aus mathematikdidaktischer Sicht ist das „logische Argumentieren“ sowohl eng mit dem „Begründen und Beweisen“ als auch mit der „Kommunikation“ verbunden. Auf diese Teile der NCTM-Standards wird später noch ausführlicher eingegangen (vgl. Kapitel 6.2.3 und 6.2.4).

Wie kann eine so komplexe Fähigkeit im Mathematikunterricht gefördert werden?
Eine sehr einfache und naheliegende Unterstützung könnte darin bestehen, dass beim Vorstellen der Lösungen immer auch auf die Begründung eingegangen wird, und, wann immer möglich, auch eine Diskussion der gegebenen Begründung in der Klasse oder Gruppe angeregt bzw. zugelassen wird. Wenn die Schülerinnen und Schüler ihre Lösungen „verteidigen“ müssen, entwickeln sie automatisch logische Argumente für diese Lösungen.

Wird keine Begründung der Lösung gefordert, dann entwickelt sich die Lehrperson zur einzigen Instanz, die über „richtig“ oder „falsch“ entscheidet und die Lernenden haben keine Chance, eigene Kriterien zur Beurteilung, ob etwas „stimmen kann oder nicht“ zu entwickeln. Ideal ist es, wenn verschiedene Begründungen dieselbe richtige Lösung erklären können und diese dann in der Klasse diskutiert werden. Dazu muss die Lehrperson einerseits die Begründung der Lösung fordern, andererseits sie aber auch wert schätzen und gegebenfalls auch in die Bewertung oder in Klassenarbeiten eingehen lassen.

Eine andere Aufgabenart, mit der logisches Argumentieren gefördert werden kann, ist die Vorgabe von Aufgaben mit verschiedenen, teilweise falschen Lösungen. Die Lernenden müssen nun begründen, welche Lösungen richtig und welche falsch sind. Dabei muss darauf geachtet werden, dass diese Begründungen auch tatsächlich mathematische Überlegungen erfordern und nicht nur eine gute Kenntnis der Lehrperson, wenn diese z.B. immer Aufgaben mit „schönen“ Lösungszahlen stellt. Ein Beispiel für eine solche Aufgabenstellung ist im Kapitel H auf S. 221 dargestellt.

Es ist also nicht damit getan, die Grundlagen der formalen Logik zu lehren, sondern es muss eine Atmosphäre im Mathematikunterricht entstehen, in der neben dem „was“ immer auch das „warum“ eine Rolle spielt.

6.1.2 Komplexe Probleme lösen

Dieses Item, das bei der Wichtigkeit an fünfter Stelle (vgl. Abb. 5.10 auf S. 108) und der Selbsteinschätzung an 13. Stelle steht (vgl. Abb. 5.6 auf S. 97), spielt nach den mathematikdidaktischen Ansätzen des problemorientieren Unterrichts eine große Rolle beim Transfer mathematischer Kompetenz auf andere Aufgabenstellungen.

„Komplexe Probleme lösen“ ist Teil verschiedener Teilbereiche wie Anwendungen, Projektarbeit usw. Deshalb werden die Items „konkrete Anwendungen“, „Arbeiten an mathematischen Projekten“ und „Alltagsmathematik“ der Bereiche, in denen im Mathematikunterricht an der Schule „mehr getan“ werden soll, unter dieser Überschrift mit untersucht. Alle drei Items befinden sich im Ranking (vgl. Abb. 5.12 auf S. 113) unter den ersten Sechs.

Insgesamt sind dies alles Fähigkeiten, die im derzeitigen Mathematikunterricht der Oberstufe bzw. in der Abiturprüfung keine große Rolle spielen.

Für einen anwendungsorientierten Mathematikunterricht finden sich inzwischen sehr viele Anregungen beispielsweise in den ISTRON-Bänden (z.B. Förster & al. 2000). Auch im Internet finden sich inzwischen schon viele Ideen für anwendungsorientierte Mathematikaufgaben, so z.B. auf den Seiten „Learn:line“[1] aus Nordrhein-Westfalen oder auf den „Illuminations“ des NCTM[2]. Bei dem Thema „Anwendungsorientierung“ spielt auch der Einsatz von Computern wie z.B. Tabellenkalkulation oder Computeralgebrasysteme eine wichtige Rolle.

Ein Beispiel zum „Arbeiten in mathematischen Projekten“ speziell unter Verwendung von Internetquellen sind WebQuests. Im Kapitel 6.4.1 wird darauf ausführlich eingegangen.

Das Thema „Alltagsmathematik“ befasst sich mit Mathematik (meist nur einfache Rechnungen), die im Alltag gebraucht werden kann, oder Rechenanlässen, die durch Alltagserfahrungen angeregt werden. Studierende eines Kurses der „Höheren Pädagogischen Lehranstalt Zofingen“ aus der Schweiz haben ihre Alltagsmathematik-Projekte ins Internet[3] gestellt. Nur eines von vielen einfallsreichen Beispielen wird hier zur Illustration aufgeführt:

> „Manchmal habe ich das Gefühl, ich sei andauernd am Treppensteigen für Tätigkeiten im Keller, im Garten, in der Wohnung und im Dachgeschoss. Mich interessierte, welche Höhendifferenz in Metern ich in verschiedenen überschaubaren Zeiträumen zu überwinden habe. Während mehrerer Wochen führte ich eine Strichliste für jede der drei Treppen, wobei ich das Hochsteigen markierte. Damit errechnete ich die durchschnittlich bewältigte Höhen-

[1] URL `http://www.learn-line.nrw.de/angebote/neuemedien/medio/mathe/mathe01.htm`, Zugriffsdatum: 6.8.2003

[2] URL `http://illuminations.nctm.org/pages/912.html`, Zugriffsdatum: 6.8.2003

[3] URL `http://www.lupi.ch/Schools/math/mia03/mathalltag03.htm`, Zugriffsdatum: 6.8.2003

> differenz einer Woche, eines Jahres und grösserer Zeiträume. Die Resultate erstaunten mich und ich kann mir seither gut vorstellen, weshalb Treppen-Steigen ein so ideales Herz-Kreislauf-Training sein soll (worüber sich beliebig und anspruchsvoller weiterrechnen liesse).“ (Höhere Pädagogische Lehranstalt Zofingen 2003)

Der Themenbereich „Problemlösen“ an sich wird ausführlich im Kapitel 6.2.2 behandelt. „Komplexe Probleme lösen“ unterscheidet sich davon v.a. im Grad der Komplexität.

6.1.3 Umgang mit Computersoftware

Die beiden Items „Umgang mit Computersoftware“ und „einfache Programme erstellen“ der Fragen zur Selbsteinschätzung und nach der Wichtigkeit bzw. wo mehr in der Schule getan werden soll, waren in erster Linie zum Vergleich mit den Mathematik-Items gedacht. Die sehr hohe Wichtigkeit (vgl. Abb. 5.10 auf S. 108) verbunden mit der teilweise sehr schlechten Selbsteinschätzung – so liegt der Umgang mit Computersoftware in der Rangliste der Mittelwerte auf Platz 11 und das Erstellen von Programmen auf Platz 18 (vgl. Abb. 5.6 auf S. 97) – erklären den hohen Bedarf an Mehrarbeit in der Schule.

Selbstverständlich darf der Umgang mit Computersoftware nicht auf den Mathematikunterricht beschränkt werden. Aber es gibt im Mathematikunterricht sehr viele Möglichkeiten Computersoftware sinnvoll einzusetzen. Dabei soll der Computer immer nur als Hilfsmittel beim Mathematik Lernen oder beim Mathematik Treiben dienen und der Aufwand sollte angemessen sein.

Bei der Aufwandsabwägung muss bedacht werden, dass die langfristige Zunahme der Kompetenz im Umgang mit Computersoftware ein anzustrebendes Ziel der Schulausbildung ist. Da es kein Fach „Umgang mit dem Computer“ gibt, müssen die notwendigen Kompetenzen in allen Unterrichtsfächern gleichmäßig erlangt werden.

Ein Beispiel zur Verwendung von Internetquellen beim Mathematik Lernen wird in Kapitel 6.4.1 ausführlich beschrieben.

Auf die vielen Beispiele zum Einsatz von Computeralgebrasystemen, Tabellenkalkulationssystemen und Dynamischer Geometriesoftware möchte ich hier nicht näher eingehen. Sie sind zur Genüge in der einschlägigen Literatur[4] oder dem Internet zu finden. Ausführlicher wurde auf die (fach-)didaktischen Aspekte schon im Kapitel 3.4 eingegangen.

[4] z.B. Tagungsbände der Arbeitskreistagungen „Mathematikunterricht und Informatik“ der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik oder H.-G. Weigand und Th. Weth: „Computer im Mathematikunterricht“ (Weigand und Weth 2002)

6.1.4 Einfache Programme erstellen

Der große Wunsch der Befragten, mehr zu programmieren, ist erstaunlich (vgl. Abb. 5.12 auf S. 113), wohingegen es nicht überrascht, dass die Selbsteinschätzung der Fähigkeiten beim Programmieren sehr gering ausfällt (vgl. Abb. 5.6 auf S. 97).

Dies kann mit den Wunsch nach mehr „Umgang mit Computersoftware“ zusammenhängen, denn wenn zumindest Grundkenntnisse im Programmieren vorhanden sind, dann sind die manchmal „geheimnisvollen“ Reaktionen von Computersoftware besser verständlich und das Gefühl des „ausgeliefert Seins“ der Maschine gegenüber nimmt ab.

Im Bereich Mathematik können einfache Algorithmen sehr gut in entsprechenden Programmiersprachen (LOGO, Pascal, objektorientierte Sprachen) oder Computeralgebrasysteme und sogar bis zu einem gewissen Grad auch in Tabellenkalkulationssysteme umgesetzt werden. Es lohnt sich dabei selbstverständlich nicht, verschiedene Sprachen für spezielle Problemstellungen zu verwenden. Wenn aber z.B. ein Computeralgebrasystem schon in der Schule eingeführt ist, so kann daran auch das Umsetzen der Algorithmen in Programme gelernt werden.

Programmieren „erzieht“ neben den gründlichen Überlegungen zur angemessenen Strukturierung auch sehr direkt zur Genauigkeit. Dies ist eine der „altmodischen“ Tugenden, die im Mathematikunterricht gut gefördert werden können.

6.1.5 Kopfrechnen

Dass das von den Studienanfängerinnen und -anfängern als so wichtig eingeschätzte Kopfrechnen auch für die Oberstufenmathematik relevant ist, zeigt sich v.a. in vielen Berechnungen im Bereich der analytischen Geometrie. Häufig scheitern die Schülerinnen und Schüler nicht am mangelnden Verständnis der Vektorrechnung, sondern an den vielen Rechenfehlern.

Häufig wird die Befürchtung geäußert, dass die Schülerinnen und Schüler durch den Einsatz von Taschenrechnern und Computern das Kopfrechnen verlernen. Selbst in Untersuchungen zum Einsatz von Computeralgebrasystemen in der Schule stimmen Lernende wie Lehrende darin überein, dass dabei diese Gefahr besteht (vgl. Grogger 1995). Ob diese Befürchtung berechtigt ist, ist bisher noch nicht empirisch nachgewiesen.

Wie kann nun Kopfrechnen über die gesamte Schulzeit hinweg trainiert werden?

Nur in der Grundschule oder im besten Fall noch in der Unterstufe der weiterführenden Schulen werden die Kopfrechenfähigkeiten durch immer wiederkehrende Kopfrechendiktate oder auch Kopfrechenwettbewerbe gefördert. Später wird dafür keine Zeit mehr aufgewendet, dabei ist gerade beim Kopfrechnen die dauernde Übung sehr wichtig. Durch den Wegfall der Notwendigkeit einer Überschlagsrechnung seit der Einführung der Taschenrechner ist es gar nicht mehr so einfach die Schülerinnen und Schüler (und die Lehrer) zum Kopfrechnen zu motivieren. Die Fertigkeit „Kopfrechnen" wird als wichtig eingeschätzt und 51 % der Befragten dieser Untersuchung (vgl. S. 114) hätten gerne mehr Kopfrechnen in der Schule gehabt. Auch trägt das Gefühl, „dem Taschenrechner ausgeliefert zu sein", zur Verunsicherung bezüglich der eigenen mathematischen Kenntnisse bei.

In der Wichtigkeitsrangliste steht für die Studienanfängerinnen und -anfänger „Kopfrechnen" an dritter Stelle nach dem „Umgang mit Computersoftware" und dem „logischen Argumentieren" (vgl. Abb. 5.10 auf S. 108); in der Selbsteinschätzung jedoch nur an siebenter Stelle (vgl. Abb. 5.6 auf S. 97).

Grundvoraussetzung, die Lernenden von der Notwendigkeit des Kopfrechnens zu überzeugen, sind die Fähigkeiten im Kopfrechnen der Lehrenden selbst. Wenn schon der Lehrer/die Lehrerin immer alles mit dem Taschenrechner rechnet, dann kann er/sie kaum jemanden vom Kopfrechnen überzeugen.

„Mathematische Vokabelarbeiten", die wie die Vokabelarbeiten in den Fremdsprachen über das ganze Schuljahr hinweg geschrieben werden, können neben Kopfrechenaufgaben auch elementare Grundkenntnisse in Mathematik wie z.B. „Ableitung von x^n" oder „$sin(\frac{5}{2}\pi)$" abfragen. Konsequent bis zur Oberstufe eingesetzt können solche Maßnahmen die Kopfrechenfertigkeiten der Schülerinnen und Schüler verbessern.

Daneben sind Schätzaufgaben oder auch Fermi-Fragen[5] ein natürlicher Anlass die notwendigen Berechnungen im Kopf durchzuführen. Dazu werden die Schätzwerte so gewählt, dass sich die Berechnungen leicht im Kopf durchführen lassen, denn da sowieso nur geschätzt wird, macht es keinen Sinn ungeschickte Werte zu wählen.

Bei Zaubereien mit Zahlen, wie sie beispielsweise in dem Buch von Isabelle Hetzler „Mathematische Zaubertricks für die 5. bis 10. Klasse", Klett, 2002 beschrieben werden, merken viele Lernende überhaupt nicht, dass sie kopfrechnen, weil alles so viel Spaß macht. Diese Freude an Mathematik bzw. hier am Rechnen zu fördern ist etwas, das immer wieder im Unterricht eingebaut werden sollte und nicht nur in Vertretungsstunden oder vor den Ferien.

Wenn Kopfrechnen einfach nur trainiert werden soll, so finden sich dazu diverse Internetseiten, die diese Übung unterstützen. Meist sind sie nur in der Form aufgebaut, dass auf Knopfdruck zufällig Aufgaben mit den vorher gewählten Spezifikationen (Grundrechenart(en), Größenbereiche der Zahlen) gestellt werden und dann eine Rückmeldung erfolgt, ob das eingegebene Ergebnis richtig oder falsch ist.

[5]Nach dem Physiker Enrico Fermi (1901-1954) benannte Schätzfragen mit sehr wenigen vorliegenden Detailinformationen, z.B. „Wieviele Haare hat der Mensch auf dem Kopf?" oder „Wieviele Klavierstimmer gibt es in Chicago?"

Beispiele dafür sind der „Kopfrechentrainer“ von Th. Mühlbayer vom Theodor-Heuss-Gymnasium, Mühlacker[6], die Seite „SIKORE“ (SIcheres KOpfREchnen)[7] von Christian Schiffner oder der Bereich „mental arithmetic“ der Site „Exercises In Math Readiness For University Study“ der Universiy of Saskatchewan[8].

Ein sehr gutes Programm, das im Internet zum Download angeboten wird, ist MatheMatch[9]. Dort können Aufgaben aus den Bereichen Grundrechenarten (Zahlenbereiche von 10 bis 1.000.000, Wurzel, Quadrat; Kettenaufgaben, Lückenaufgaben), Prozentrechnung, Größen- und Einheitenrechnen, Schätzaufgaben, Dreisatz/Verhältnisgleichung, „Das kleine & große Ein mal Eins“ beliebig zusammengestellt werden. Eine „Anleitung“ zum Kopfrechnen gibt es leider dort nicht.

Mathematische Grundlagen oder „Tipps und Tricks“ zum Kopfrechnen werden bei den meisten dieser Trainingsprogramme nicht gegeben. Doch genau diese Tipps und Tricks können z.B. für eine motivierende Projektarbeit „Welche Kopfrechentricks sind die besten?“ genutzt werden. Ein Szenario könnte dabei sein, die Schülerinnen und Schüler in Gruppen nach Kopfrechentricks im Internet oder in der entsprechenden Literatur recherchieren zu lassen oder selbst Kopfrechentricks zu entwickeln und dann in einem Wettbewerb gegeneinander antreten zu lassen.

Die vier hier aufgeführten Bereiche, in denen die Selbsteinschätzungen der Befragten am stärksten von der Einstufung der Wichtigkeit abweichen, sind selbstverständlich nur Teile der aus der Untersuchung zu ziehenden Konsequenzen.

Beispielsweise steht die niedrige Einstufung der Wichtigkeit vom „Umgang mit Wahrscheinlichkeit“ durch die Studienanfängerinnen und -anfänger im klaren Gegensatz zur mathematikdidaktischen Diskussion. Das liegt an der Art und Weise, wie im Moment noch der kurze Kontakt der Schülerinnen und Schüler mit Wahrscheinlichkeitsrechnung aussieht; nämlich als eine der fünf Lehreinheiten in Klasse 10 im Gymnasium und dort ohne viel Bezug zur Realität.

Dass in sehr vielen Studiengängen Stochastikkenntnisse gefordert werden, ist den Studienanfängerinnen und -anfängern wohl noch nicht bekannt.

Um Konsequenzen, die nicht direkt aus den Untersuchungsergebnissen abgeleitet werden können, fundiert in eine aktuelle mathematikdidaktische Diskussion einzubetten, werden die weiteren Konsequenzen vor dem Hintergrund der NCTM-Standards diskutiert.

[6] URL `http://www.rgp.pf.bw.schule.de/kopfrechnen/`, Zugriffsdatum: 1.8.2003
[7] URL `http://saftsack.fs.uni-bayreuth.de/~carador/sikore/sikore.html`, Zugriffsdatum: 1.8.2003
[8] URL `http://math.usask.ca/mrc-cgi-bin/emr/first_page.cgi`, Zugriffsdatum: 1.8.2003
[9] URL `http://www.mathematch.de/`, Zugriffsdatum: 6.8.2003

6.2 Einbettung in die NCTM-Standards

Ein Beispiel für ein in sich logisch konsistentes, vollständiges, ausführlich diskutiertes und schon in praktischer Erprobung befindliches, curriculares System stellen die NCTM-Standards dar. Obwohl es auch an diesem System einzelne Kritikpunkte[10] gibt, ist es das derzeit am breitesten akzeptierte Rahmensystem für eine Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts. Deshalb werden weitere Konsequenzen für eine Verbesserung der mathematischen Studierfähigkeit anhand der Struktur der NCTM-Standards geschildert.

Die NCTM-Standards bestehen aus den fünf Inhaltsstandards „Number and Operation", „Algebra", „Geometry", „Measurement" und „Data Analysis and Probability". Obwohl die ersten vier Inhaltsstandards hoch interessant sind und viele Anregungen bieten, die weit über die in Baden-Württemberg üblichen mathematischen Inhalte hinausgeben, wird hier nur auf den Standard „Datenanalyse und Wahrscheinlichkeit" eingegangen. Dieser Inhaltsstandard ist zwar inzwischen in allen neuen Entwürfen zu Bildungsstandards enthalten, es braucht aber noch einige Überzeugungsarbeit, bis auch die Schülerinnen und Schüler die Wichtigkeit akzeptieren.

Die fünf Prozessstandards „Problem Solving", „Reasoning and Proof", „Communication", „Connections" und „Representation" werden anschließend besprochen. Wenn es direkte Bezüge zu den „Bildungsstandards für Mathematik, Gymnasium[11] Klasse 6, 8, 10, 12" herausgegeben vom Kultusministerium Baden-Württemberg (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003) oder zu dem Entwurf der „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss"[12] verabschiedet von der Ständigen Konferenz der Kultusminister (Ständige Konferenz der Kultusminister 2003) gibt, so werden sie jeweils im Zusammenhang mit den NCTM-Standards diskutiert.

Eigentlich sollten die Entwürfe der Ständigen Kultusministerkonferenz einen Rahmen für die Bildungsstandards der einzelnen Bundesländer darstellen. Da in Baden-Württemberg schon Bildungsstandards entwickelt wurden und noch werden bevor im Jahr 2004 die Entwürfe der Kultusministerkonferenz vollständig vorliegen, gibt es zwischen den beiden Entwürfen der Bildungsstandards, auf die in den nächsten Kapiteln Bezug genommen wird, einige Ungereimtheiten.

[10] So werden z.B. sowohl der wichtige Bereich der Algorithmen wie auch die Geschichte der Mathematik fast vollkommen ausgegrenzt.

[11] Es wurden als Beispiel die Bildungsstandards für das Gymnasium gewählt, da sich diese Arbeit mit Studienanfängerinnen und -anfängern befasst.

[12] Bisher gibt es auf dieser Ebene noch keine Bildungsstandards für den Höheren Bildungsabschluss. Aber viele Formulierungen könnten direkt auf die Oberstufe übertragen werden.

6.2.1 Umgang mit Daten und Wahrscheinlichkeit

Der Umgang mit Daten und ein Verständnis für Wahrscheinlichkeit wurden bisher im baden-württembergischen Bildungsplan fast komplett vernachlässigt. Selbst die Wahlmöglichkeit „Stochastik" im Leistungskurs Mathematik, die seit der Oberstufenreform in den 80er Jahren bestand, wurde mit der Einführung der derzeit gültigen Bildungspläne 1994 wieder abgeschafft.

Dabei wird immer wieder die Wichtigkeit der Fähigkeit, Daten zu interpretieren und das Konzept der Wahrscheinlichkeit zu verstehen, für das Idealbild des „mündigen Bürgers" betont.

Der Arbeitskreis „Stochastik in der Schule" der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik fordert z.B. in seiner Stellungnahme „Empfehlungen zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts" aus dem Jahr 2002: „Zur *stochastischen Allgemeinbildung* eines Schulabsolventen gehören grundlegende Elemente der Beschreibenden Statistik und Explorativen Datenanalyse, der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Beurteilenden Statistik in dem Maße, wie sie zur Bewältigung der damit verbundenen allgemeinen Anforderungen in seiner künftigen Ausbildung sowie seinem beruflichen, gesellschaftlichen und persönlichen Leben erforderlich sind." (Arbeitskreis Stochastik 2002, S. 1)

Diese Forderungen sind in den NCTM-Standards schon umgesetzt, in dem der Inhaltsstandard „Data Analysis and Probability" gleich bedeutend mit den „klassischen" Inhalten „Algebra" oder „Geometry" gewichtet wird. In den NCTM-Standards wird für den Mathematikunterricht gefordert:

> „Data Analysis and Probability Standard: Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to –
>
> - formulate questions that can be addressed with data and collect, organize, and display relevant data to answer them;
> - select and use appropriate statistical methods to analyze data;
> - develop and evaluate inferences and predictions that are based on data;
> - understand and apply basic concepts of probability." (National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 48)

Grundsätzlich bietet sich bei diesem Thema ein enger Realitätsbezug an, indem entweder selbst erhobene Daten oder z.B. aktuelle Daten aus dem Internet[13] für die Arbeit mit Daten verwendet werden. Auch Projektarbeit ist in diesem Kontext sehr gut zu realisieren.

[13] Hervorragende Quellen sind in diesem Zusammenhang die Seiten der statistischen Landesämter z.B. Statistisches Landesamt Baden-Württemberg URL `http://www.statistik.baden-wuerttemberg.de/`, Zugriffsdatum: 8.8.2003

In verschiedenen Internetquellen gibt es sehr gute, teilweise didaktisch aufbereitete Materialien für den Einsatz im Unterricht. So sind z.B. die speziellen Schulseiten zur nachhaltigen Entwicklung der Weltbank eine hervorragende Quelle für (Roh-)Daten, deren Darstellung und/oder Interpretation. Dort wird anhand von relevanten Themen[14] der Umgang mit Daten den Schülerinnen und Schülern auf vorbildliche Weise nahegebracht. Die Abbildung 6.1 zeigt einen Screenshot von dieser Website.

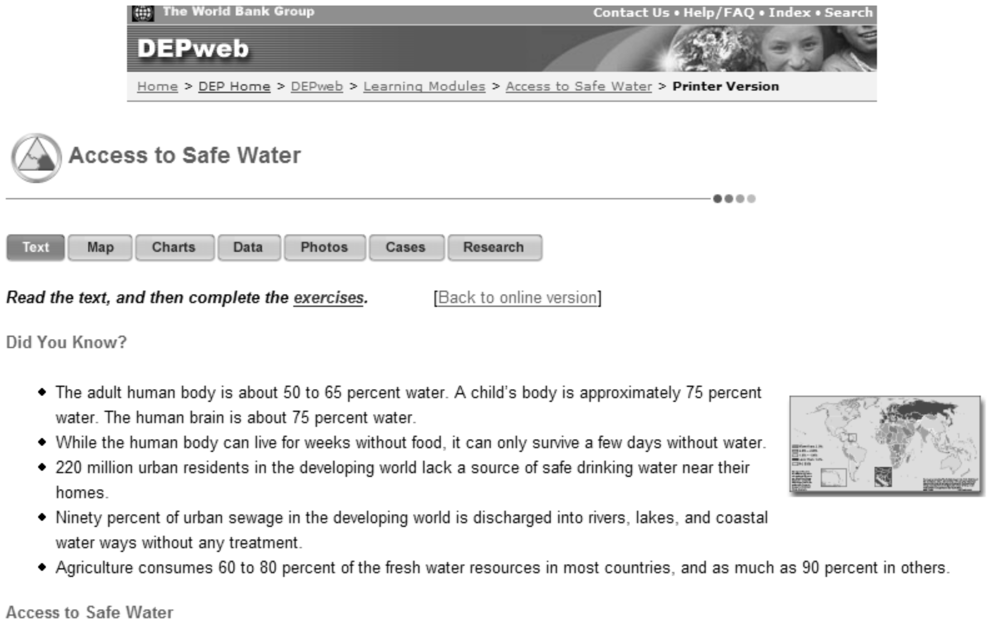


Abbildung 6.1: Screenshot zum Umgang mit Daten in relevantem Kontext, Quelle: URL: `http://www.worldbank.org/depweb/english/modules/environm/water/print.html`, Zugriffsdatum: 8.8.2003

Auch in den baden-württembergischen Bildungsstandards wird als eine der neun Leitideen „Daten und Zufall“ genannt. Was darunter nach Ansicht der Bildungsstandards-Autoren verstanden wird, lässt sich nur aus den Ausführungen für die einzelnen Klassenstufen entnehmen:

> „Klasse 6:
>
> a) Daten systematisch sammeln, anordnen und übersichtlich darstellen
> b) Daten bewerten und aus ihnen Schlüsse ziehen
>
> *Urliste, Anteile (auch in Prozent), Häufigkeitstabelle, Diagramm, Mittelwert*
>
> Klasse 8:
>
> a) Den Begriff „Wahrscheinlichkeit“ verstehen

[14] URL `http://www.worldbank.org/depweb/index.html`, Zugriffsdatum: 8.8.2003

b) Wahrscheinlichkeiten bei mehrstufigen Zufallsexperimenten berechnen

Wahrscheinlichkeitsverteilung; Pfadregeln

Klasse 10:

a) Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen berechnen
b) Erwartungswert einer Zufallsvariablen verstehen und berechnen

Unabhängigkeit von Ereignissen, Binomialverteilung, Erwartungswert

Kursstufe 12:

a) Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten mit unendlich vielen Ausgängen berechnen
b) Hypothesen über Vorgänge, die vom Zufall abhängen, quantitativ beurteilen

Eine stetige Verteilung; ein Testverfahren"

(Kultusministerium Baden-Württemberg 2003, S. 7 ff)

Leider gibt es keine grundlegende Beschreibung, welche Ziele mit dieser Leitidee verfolgt und welche Grundkompetenzen entwickelt werden sollen. Gerade in dieser Zusammenstellung erinnert diese Aufzählung mathematischer Begriffe sehr an die Input-orientierten Bildungspläne.

Besser wird die Leitidee „Daten und Zufall" in dem Entwurf zu „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss" der Ständigen Kultusministerkonferenz fomuliert:

„Leitidee Daten und Zufall
Die Schülerinnen und Schüler

- werten graphische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus
- planen statistische Erhebungen entsprechend der zu untersuchenden Fragestellung
- sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie graphisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel (wie Software)
- interpretieren Daten unter Verwendung von Kenngrößen
- reflektieren und bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren
- beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten."

(Ständige Konferenz der Kultusminister 2003, S. 14)

Ausgehend von dieser Beschreibung von Fähigkeiten und Kenntnissen, die offensichtlich sehr denen der NCTM-Standards ähneln, könnte die Aufzählung der mathematischen Begriffe in den baden-württembergischen Bildungsstandards **eine** mögliche Umsetzung in konkrete Inhalte darstellen. Sinnvollerweise müsste diese „Übersetzung“ der angestrebten Fähigkeiten und Kenntnisse in mathematische Begriffe und Inhalte allerdings durch die betroffenen Schulen bzw. Fachkonferenzen erfolgen.

Auch hier zeigt sich, dass selbst dieser Inhaltsstandard nur durch ein grundsätzliches Umdenken der Lehrenden sinnvoll unterrichtet werden kann, denn der Umgang mit Daten und Wahrscheinlichkeit ist eine Fähigkeit, die sich durch viele verschiedene Bereiche zieht – sowohl innermathematisch wie auch außerhalb der Mathematik.

6.2.2 Problemlösen

Das Stichwort „Problemlösen“ oder auch die Methode des „problemlösenden Unterrichts“[15] wird in der Mathematikdidaktik schon seit längerem diskutiert.

Bei der Orientierung an englischsprachigen Texten ergibt sich in diesem Zusammenhang meist ein Übersetzungsproblem. Im Englischen bedeutet „problem solving“ oft einfach nur „Aufgaben lösen“, ohne Bezug zu einem Komplexitätsgrad der Aufgabe. Häufig wird „Problemlösen“ in Deutschland als Lösen von Aufgaben, deren Lösungsweg nicht von vornherein ersichtlich sind, aufgefasst. Diese Beschreibung hängt jedoch sehr vom genauen Kenntnisstand des Betroffenen ab. Wenn jemand keinerlei geometrische Vorstellung hat, werden schon die einfachsten Aufgaben aus der Geometrie zum „Problem“. Hier spielt auch die zweite Bedeutung des Wortes „Problem“ eine Rolle. So sind z.B. „Probleme in der Schule“ etwas negativ Besetztes, die aus der Welt geschaffen werden müssen. Mathematische „Probleme“ sollten nichts Negatives, sondern eher etwas Spannendes oder Herausforderndes sein. Also stellt sich die Frage, ob „mathematisches Problemlösen“ überhaupt der passende Begriff für die angestrebte Fähigkeit ist.

Wenn man in der Zusammenfassung des „Problem Solving Standards“ der NCTM-Standards das Wort „problem“ immer durch „(komplexe) Aufgabe“ ersetzt, wird klarer, dass damit eher eine Art zu unterrichten beschrieben wird anstatt „Lernziele“ die von den Schülerinnen und Schülern erreicht werden sollen.

> „Problem Solving: Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to –
>
> - build new mathematical knowledge through problem solving;
> - solve problems that arise in mathematics and in other contexts;
> - apply and adapt a variety of appropriate strategies to solve problems;

[15] Darunter versteht z.B. Zech „[...] ein entdeckendes Lernen mathematischer Zusammenhänge.“ (vgl. Zech 1998, S.167)

- monitor and reflect on the process of mathematical problem solving."

(National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 64)

Der Mathematikunterricht soll dazu befähigen, „mathematische Kompetenz" zu erwerben, die „nicht nur aus der Kenntnis mathematischer Sätze und Regeln und der Beherrschung mathematischer Verfahren [besteht]. Mathematische Kompetenz zeigt sich vielmehr im verständnisvollen Umgang mit Mathematik und der Fähigkeit mathematische Begriffe als „Werkzeuge" in einer Vielfalt von Kontexten einzusetzen." (Deutsches PISA-Konsortium 2001, S. 141)

Wird die mathematische Kompetenz in dieser Weise verstanden, so ist der Begriff „mathematisches Problemlösen" in diesem Zusammenhang zumindest problematisch. Soll die Fähigkeit, mathematische Werkzeuge zum Bearbeiten unterschiedlichster Aufgabenstellungen erfolgreich anzuwenden, Lernenden beigebracht werden, dann ist vielmehr eine Einstellungsänderung der Lehrenden notwendig. Zur Förderung der mathematischen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler dürfen nicht die Lösungsstrategien verschiedener Aufgabenarten den Lernenden rezeptartig beigebracht werden, sondern die Lernenden müssen sich einen eigenen „Pool" von Lösungsstrategien anlegen und aus diesem je nach Aufgabe und Situation die beste Strategie auswählen und anwenden.

Ganz offensichtlich dürfen dazu viele Aufgaben nicht mehr in didaktisierte „Häppchen" zerkleinert werden, sondern müssen so gestellt werden, dass der übergeordnete Zusammenhang erkennbar bleibt. Dies bedeutet, dass die Einbettung in größere Zusammenhänge oder alternative Lösungsmöglichkeiten usw. immer mit berücksichtigt werden müssen. Dann könnten auch solche Ergebnisse wie in Kapitel 5.5.1 nicht mehr auftreten, dass über die Hälfte der Studienanfängerinnen und -anfänger, die ihre Kenntnisse in Kurvendiskussion als „gut" oder „sehr gut" einstufen, behaupten, sie hätten nie Optimierungsprobleme behandelt (vgl. S. 95).

In den „Leitgedanken zum Kompetenzerwerb" der baden-württembergischen Bildungsstandards gibt es ebenfalls den überfachlichen Kompetenzbereich

„Mathematik und Problemlösen":

- problemhaltige Aspekte in inner- und außermathematischen Situationen erkennen und beschreiben
- Hilfsmittel und Informationsquellen wie Formelsammlungen, Lexika, Taschenrechner, Computerprogramme, Internet, ... sachgemäß nutzen
- Problemlösetechniken, -strategien und Heurismen kennen, anwenden und neuen Situationen anpassen
- Das eigene Denken beim Problemlösen kontrollieren, reflektieren und bewerten und so neues Wissen aufbauen

(Kultusministerium Baden-Württemberg 2003, S. 2)

Wie diese „bunte“ Mischung von sehr verschiedenen Ebenen gut zeigt, ist dies ein sehr schwer zu fassender Bereich. Der Begriff „Problemlösen“ wird hier sehr diffus verstanden.

Sehr fragwürdig sind die Ansätze, bei denen in Schulbüchern neben den Inhaltskapiteln, z.B. „Quadratische Funktionen“, „Satzgruppe des Pythagoras“ usw., auch ein Kapitel „Problemlösen“ einzufügen. Keine gute Lehrerin/ kein guter Lehrer wird den Mathematikunterricht mit dem Satz „Heute lösen wir ein Problem.“ beginnen. Die Sichtweise des „Problemlösens“ ist eine, die auf die Lehrersicht beschränkt bleiben sollte. Für die Lernenden sollte das „Lösen von Problemen“ (aller Art) zu einem selbstverständlichen Teil des Lernprozesses werden, dass es kein isolierter, thematisierter Inhalt sein kann.

Dies bedeutet jedoch nicht, dass nicht über die verschiedenen Methoden zum Lösen von Aufgaben reflektiert werden muss. Nur sollte es kein „Problem“ darstellen, sondern es sollte selbstverständlich sein, anspruchsvolle Aufgaben durch eigenes Denken zu lösen.

Aus diesem Grund werden zum Thema „Problemlösen“ auch keine Beispielaufgaben gegeben, sondern nur eine Anregung: Eigenes – reflektiertes – Erleben bringt die meiste Erkenntnis, deshalb lohnt es sich für Mathematik-Lehrende ab und zu einmal wieder selbst Aufgaben zu lösen, deren Lösungswege ihnen nicht von vornherein bekannt sind. Dazu eignen sich gut die Aufgaben der Mathematikolympiaden[16] oder anderer Mathematikwettbewerbe[17] oder „mathematische Knobeleien“ in wissenschaftlichen Zeitschriften[18].

Zur Bewusstmachung der verschiedenen Lösungsstrategien empfiehlt sich die Führung eines „Lösungsstrategie-Tagebuchs“ (Dies kann auch der Rand des Heftes sein.). Dazu können z.B. zuerst zusammen mit einer Lerngruppe verschiedene Lösungsstrategien gesammelt und beschrieben werden, die dann im Laufe der Zeit weiter ausgebaut und immer wieder überprüft und diskutiert werden.

6.2.3 Begründen und Beweisen

Die befragten Studienanfängerinnen und -anfänger schätzen diese Fähigkeiten nicht sonderlich wichtig ein, so erreichen die Items „Begründen des Lösungswegs“ (Platz 9), „Beweisen allgemein“ (Platz 12) und „geometrische Beweise“ (letzter Platz 19) in der „Rangliste“ der Mittelwerte nur Plätze in der unteren Hälfte (vgl. Abb. 5.10 auf S. 108). Andererseits widerspricht diese Einschätzung völlig der Einstufung des Items „logisches Argumentieren“ auf Platz 2.

Da die Befragten keine Mathematikdidaktiker sind, schätzen sie zwar die Fähigkeit „logisches Argumentieren“ als sehr wichtig ein, machen sich jedoch nicht klar, wie dies geübt

[16] z.B. unter URL `http://www.mathematik-olympiaden.de/`, Zugriffsdatum: 3.8.2003

[17] z.B. unter URL `http://www.problem-des-monats.de/` oder URL `http://mathforum.org/pow/`, beide Zugriffsdatum: 3.8.2003

[18] Sehr schöne Beispiele dafür gibt es unter dem Stichwort „Die mathematische Knobelei des Monats“ auf der Seite URL `http://www.wissenschaft-online.de/mathematik`, Zugriffsdatum: 3.8.2003.

werden kann. Dazu kommt noch die Art und Weise wie Beweise im Unterricht thematisiert werden, nämlich meist als etwas, das gemacht werden muss, es aber nicht schlimm ist, wenn die Schülerinnen und Schüler Beweise nicht selbst durchführen können.

Dabei ist „Beweisen“ ein sehr wichtiger, spezifischer Teil der mathematischen Kultur, die vor allem Studienanfängerinnen und -anfänger zumindest kennengelernt haben sollten. Wie schon im Kapitel 6.1.1 geschildert dienen Begründungen und Beweise auch der Schulung des „logischen Argumentierens“.

In den NCTM-Standards werden die geforderten Fähigkeiten und Kenntnisse wie folgt formuliert:

> „Reasoning and Proof: Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to –
>
> - recognize reasoning and proof as fundamental aspects of mathematics;
> - make and investigate mathematical conjectures;
> - develop and evaluate mathematical arguments and proofs;
> - select and use various types of reasoning and methods of proof.“
>
> (National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 56)

Auch hier gilt, dass es wichtiger ist, im gesamten Unterricht Wert auf Begründungen und damit auch in fließendem Übergang auf formalere Beweise zu legen, als einzelne Aufgaben dazu zu stellen oder gar eine Unterrichtseinheit zu diesem „Kapitel“ zu gestalten.

In den „Leitgedanken zum Kompetenzerwerb“ der baden-württembergischen Bildungsstandards werden folgende Punkte beim überfachlichen Kompetenzbereich

> „Mathematik und Begründen“ aufgeführt:
>
> - „Elementare Regeln und Gesetze der Logik kennen und anwenden
> - Begründungstypen und Beweismethoden der Mathematik kennen, gezielt auswählen und anwenden
> - In mathematischen Kontexten Vermutungen entwickeln, formulieren und untersuchen
> - Gleichartige Strukturen erkennen, verallgemeinern und spezialisieren“
>
> (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003, S. 2)

Hier zeigt sich wieder einmal die Problematik der Vermischung verschiedener Ebenen. Der erste und der letzte Punkt beziehen sich auf mathematische Inhalte und können auch „rezeptartig“ abgehandelt werden bzw. das „Erkennen, Verallgemeinern und Spezialisieren von gleichartigen Strukturen“ ist eindeutig Teil der Algebra oder der funktionalen Zusammenhänge.

Der dritte Punkt „in mathematischen Kontexten Vermutungen entwickeln, formulieren und untersuchen“ beschreibt eigentlich sehr gut die Tätigkeit, die beim „Problemlösen“ notwendig ist.

Wesentlich kohärenter ist die Formulierung der KMK-Entwürfe der „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss“. Dort wird eine der mathematischen Kompetenzen „mathematisch argumentieren“ wie folgt ausgeführt:

> „Mathematisch argumentieren:
>
> - Vermutungen begründet äußern
> - mathematische Argumente (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise) entwickeln
> - verschiedene Arten von mathematischen Argumentationsketten nachvollziehen und bewerten
> - einen Lösungsweg beschreiben und begründen, gegebenenfalls auch seine Wahl begründen
> - Ergebnisse bzgl. ihrer Sinnhaftigkeit in Anwendungszusammenhängen begründen
> - Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren erläutern.“
>
> (Ständige Konferenz der Kultusminister 2003, S. 9)

Ein Beispiel für eine Fragestellung zum Untersuchen von mathematischen Zusammenhängen mit Hilfe eines Java Applets[19] (Screenshot s. Abbildung 6.2)

Verwenden Sie das Java Applet „Moving Man“ um Vermutungen über Zusammenhänge zwischen dem zurückgelegten Weg des „Männchens“, seiner Geschwindigkeit und seiner Beschleunigung aufzustellen. Schreiben Sie mindestens drei Vermutungen auf die Karten. Die Karten aller Schülerinnen und Schüler werden nachher gemeinsam in drei Kategorien „richtig“, „falsch“ und „unklar“ sortiert. Bereiten Sie sich gut darauf vor, Ihre Vermutungen gegebenenfalls zu begründen.

Bei solch einem Vorgehen erübrigt sich jede Diskussion, ob Beweise notwendig sind oder nicht, da viele Vermutungen mit reinen Plausibilitätsbetrachtungen wahrscheinlich nicht abschließend als „richtig“ eingestuft werden können. Darüberhinaus zeigt dieses Lehr-/ Lernarrangement das Vorgehen „richtiger“ Mathematiker sehr anschaulich. Sie beweisen Vermutungen, ohne vorher zu wissen, ob es einen solchen Beweis überhaupt gibt. Dieses Vorgehen bietet einen begründeten Anlass zur Diskussion, wann etwas bewiesen werden muss und wann nicht.

[19] Quelle: URL:`http://www.mste.uiuc.edu/users/Murphy/MovingMan/MovingMan.html`, Zugriffsdatum: 8.8.2003

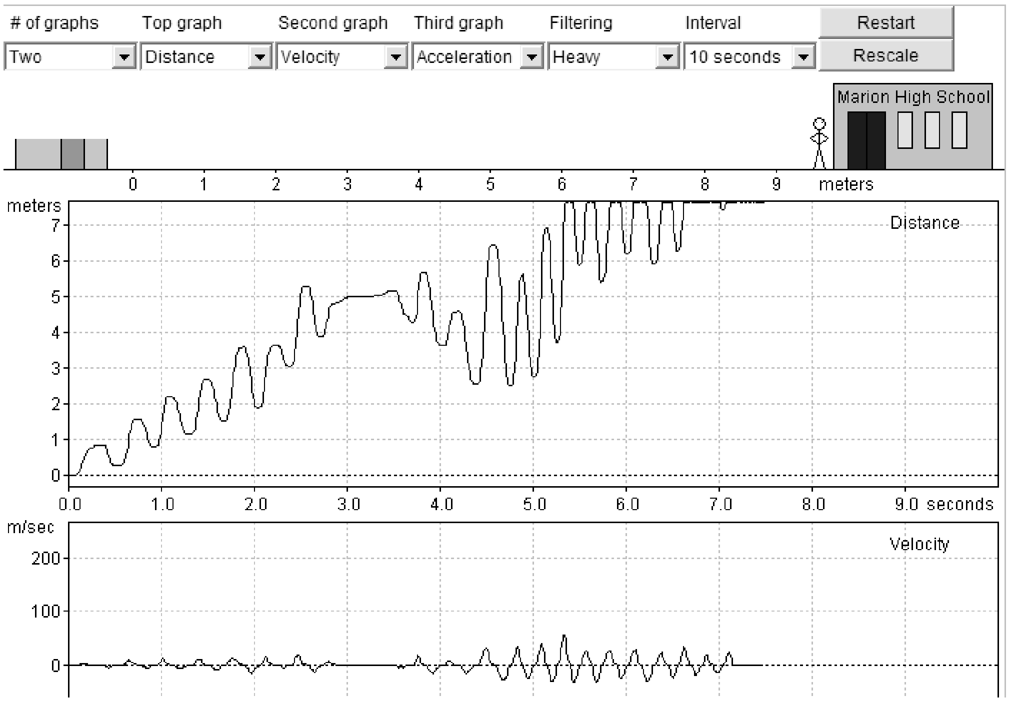


Abbildung 6.2: Screenshot zum Java Applet zum Begründen, Quelle: URL: `http://www.mste.uiuc.edu/users/Murphy/MovingMan/MovingMan.html`, Zugriffsdatum: 8.8.2003

Grundsätzlich ist ein solches Vorgehen bei sehr vielen Fragestellungen möglich. Die Verwendung von Java Applets oder anderen vorbereiteten Softwareanwendungen bietet sich dabei an.

6.2.4 Kommunikation

Kommunikation in Mathematik setzt sich aus vielen verschiedenen Facetten zusammen. In den NCTM-Standards 2000 wird die Fähigkeit der Kommunikation in Mathematik folgendermaßen spezifiziert:

> Communication: „Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to –
>
> - organize and consolidate their mathematical thinking though communication;
> - communicate their mathematical thinking coherently and clearly to peers, teachers, and others;
> - analyze and evaluate the mathematical thinking and strategies of others;

- ◦ use the language of mathematics to express mathematical ideas precisely.“

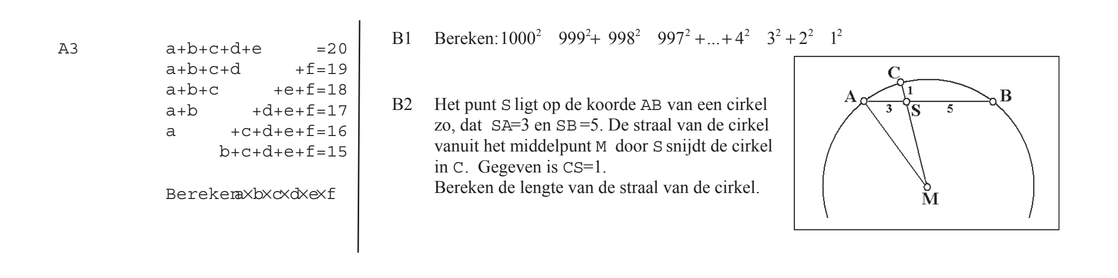
(National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 60)

Die Kommunikation mit Anderen stellt einen Anlass dar, die Gedanken und Vorstellungen in eine Struktur zu ordnen, denn sonst können sie nicht mitgeteilt werden. Häufig erkennt jemand, der sein (mathematisches) Problem einer anderen Person schildert, dabei selbst eine Lösungsmöglichkeit. Genau dies gilt es für das Mathematik Lernen auszunutzen.

Der große Vorteil der mathematischen Kommunikation ist, dass sich relativ eindeutig feststellen lässt, ob das, was der „Sender“ meint, auch entsprechend beim „Empfänger“ angekommen ist. In anderen Fachbereichen, in denen es wesentlich mehr um subjektive Meinungen oder Empfindungen geht, ist dies meist nicht so leicht zu überprüfen wie im Fach Mathematik.

„Übersetzungen“ von mathematischer Sprache in Alltagssprache und umgekehrt sind sehr gute Übungen zum Erlernen der Fremdsprache „Sprache der Mathematik“. Dies kann selbstverständlich schon von der ersten Klasse an geübt werden. Beispielaufgaben hierfür sind Rechengeschichten, die zu einer gelösten Aufgabe erfunden und erzählt werden oder fast alle anwendungsbezogenen Aufgaben, die nicht zu sehr in „didaktische Häppchen“ aufbereitet werden.

Die Internationalität der Sprache der Mathematik lässt sich auch sehr motivierend darstellen, wenn z.B. Aufgabenblätter in niederländischer oder gar japanischer Sprache verwendet werden und trotz fehlender Sprachkenntnisse doch zu erkennen ist, um was es bei diesen Aufgaben gehen muss. Sehr ergiebig sind dabei die Seiten nationaler Mathematikolympiaden wie z. B. die der „Nederlandse Wiskunde Olympiade“ [20], von dieser Website stammen auch die beiden Beispiele in Abbildung 6.3[21]


A3
a+b+c+d+e =20
a+b+c+d +f=19
a+b+c +e+f=18
a+b +d+e+f=17
a +c+d+e+f=16
b+c+d+e+f=15
Bereken a×b×c×d×e×f

B1 Bereken: $1000^2 \;\; 999^2 + 998^2 \;\; 997^2 + \ldots + 4^2 \;\; 3^2 + 2^2 \;\; 1^2$

B2 Het punt S ligt op de koorde AB van een cirkel zo, dat SA=3 en SB=5. De straal van de cirkel vanuit het middelpunt M door S snijdt de cirkel in C. Gegeven is CS=1.
Bereken de lengte van de straal van de cirkel.

Abbildung 6.3: Aufgaben der niederl. Mathematikolympiade 2002

[20] URL http://olympiads.win.tue.nl/nwo/opgaven/, Zugriffsdatum 1.8.2003
[21] URL http://olympiads.win.tue.nl/nwo/opgaven/1e-ronde/1eropg02.pdf, Zugriffsdatum: 1.8.2003

In den „Leitgedanken zum Kompetenzerwerb“ baden-württembergischen Bildungsstandards werden folgende Punkte zum Kompetenzbereich

> „Mathematik und Kommunizieren“ aufgeführt:
>
> - „Mathematische Sachverhalte mithilfe von Sprache, Bildern und Symbolen beschreiben und veranschaulichen; die mathematische Fachsprache angemessen verwenden
> - In mathematischen Kontexten argumentieren und systematisch begründen
> - Mathematische Dialoge führen; auf Einwände eingehen und Gegenargumente entwickeln
> - Lern- und Arbeitsergebnisse verständlich und übersichtlich in schriftlicher und mündlicher Form präsentieren“
>
> (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003, S. 3)

Der zweite und der dritte Punkt entsprechen genau der Fähigkeit „logisches Argumentieren“, die schon im Kapitel 6.1.1 diskutiert wurde. Dabei sind die Überschneidungen zum Kompetenzbereich „Begründen und Beweisen“ so stark, dass es sich zumindest in dieser Formulierung um dieselben Kompetenzen handelt.

Kommunikation über mathematische Themen und in der mathematischen Fachsprache muss gut geübt werden. Dazu können im Lehr-/ Lernarrangement unterschiedliche Anlässe geschaffen werden, sei es geometrische Figuren am Telefon beschreiben oder komplizierte mathematische Formeln mit dem sehr beschränkten Zeichensatz einfacher E-Mail-Kommunikation ausdrücken zu lassen.

Es lassen sich sogar die grundsätzlich äußerst „unkommunikativen“ Abituraufgaben zu einer Komunikationsübung nutzen. Am Beispiel der „Abituraufgabe Analytische Geometrie II 1 Leistungskurs Abitur Baden-Württemberg 2000“ (vgl. Ordowski 2001, S. 2000-14) wird das nötige Vorgehen dazu beschrieben.

Die komplexe Aufgabe wird so auf zwei „Blätter“ aufgeteilt (vgl. S. 217 im Anhang H), dass die notwendigen Angaben zum Lösen jedes einzelnen Lösungsschrittes mehr oder weniger gleichmäßig auf die beiden Blätter aufgeteilt werden. Die Lernenden bekommen nun den Auftrag, sich eine Partnerin/ einen Partner zu suchen, mit dem zusammen sie die Aufgabe lösen. Abzugeben ist aber nicht nur die mathematische Lösung der Aufgabe, sondern eine Dokumentation der für die Lösung der Aufgabe notwendigen Kommunikation, z.B. durch die ausgetauschten E-Mails, ein Chatprotokoll, einen Tonmitschnitt des Telefongesprächs, ...

Die Aufteilung der Aufgabe muss so gewählt werden, dass nicht aus äußeren Anzeichen auf die „Lücken“ geschlossen werden kann und tatsächlich mathematische Überlegungen notwendig sind, um die wichtigen Informationen auszutauschen. Selbstverständlich muss diese Art der „Zusammenarbeit" erst an einfacheren Aufgabenstellungen geübt werden.

Kommunikation stellt die Grundlage von Kooperation mit anderen Menschen dar. Meschen, die keine kommunikativen Fähigkeiten besitzen, können auch nicht erfolgreich kooperieren. Darum ist es sinnvoll, vor der Durchführung größerer Projektarbeiten in Gruppen erst die Kommuniktionsfähigkeiten der Lernenden zu stärken.

Ein weiterer Aspekt von Kommunikation ist die Mensch – Maschine – Kommunikation. Da Maschinen sehr begrenzte Kommunikationsfähigkeiten besitzen, ist eine genaue Einhaltung der durch die jeweilige „Maschinensprache" vorgegebenen Regeln Grundlage dieser Kommunikationsform. Wird beispielsweise eine Programmiersprache wie LOGO oder ein Computeralgebrasystem zur Unterstützung des Mathematik Lernens benutzt, so muss zwar erst Zeit für das Erlernen einer weiteren „Fremdsprache" aufgebracht werden, die Vorteile überwiegen dann aber schnell. Der Hauptvorteil – die direkte Fehlerkontrolle – ist gerade bei Lehr-/ Lernarrangements mit hohem Selbstlernanteil sehr wichtig. Weitere Vorteile sind die Notwendigkeit erst zu strukturieren und dann zu „rechnen" oder die leichte Variierbarkeit einmal erstellter Programme oder „Worksheets"[22] zur Bearbeitung ähnlicher Aufgaben.

6.2.5 Verbindungen innerhalb und außerhalb der Mathematik

In den NCTM-Standards ist der Standard „Connections" ein „vollwertiger" Prozessstandard ebenso wie „Problem solving" oder „Reasoning". Die Hauptziele dieses Standards sind hier aufgezählt:

> Connections: „Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to –
>
> - recognize and use connections among mathematical ideas;
> - understand how mathematical ideas interconnect and build on one another to produce a coherent whole;
> - recognize and apply mathematics in contexts outside of mathematics."
>
> (National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 64)

Dass der NCTM dem Schaffen von Verbindungen innerhalb und außerhalb der Mathematik einen so großen Raum einräumt, ist ein Zeichen für die Wichtigkeit dieser Fähigkeit. Für viele Schülerinnen und Schüler haben die einzelnen Bereiche in der Mathematik wie z.B. Algebra oder Geometrie nichts miteinander zu tun. Gefördert wird diese „Inselvorstellung" noch durch Verwendung getrennter Bücher oder Mathematikhefte. Auch ist die

[22] z.B. beim Computeralgebrasystem Maple

Verbindung oder deren Sinn gerade dieser beiden Bereiche in der analytischen Geometrie nur sehr wenigen Schülerinnen und Schülern bewusst.

In den baden-württembergischen Bildungsstandards werden die mathematischen Kompetenzen anhand von Leitideen („Zahl“, „Algorithmus“, „Variable“, „Messen“, „Raum und Form“, „funktionaler Zusammenhang“, „Daten und Zufall“, „Vernetzung“ und „Modellieren“) (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003, S. 3) formuliert. Hierbei zeigt sich wieder die Vermischung der verschiedenen Ebenen. Während die Leitideen „Zahl“, „Variable“, „Messen“, „Raum und Form“, „funktionaler Zusammenhang“ und „Daten und Zufall“ eindeutig mathematische Inhalte beschreiben, beziehen sich die Leitideen „Algorithmus“, „Vernetzung“ und „Modellieren“ auf Vorgehensweisen beim „Mathematik Treiben“. Genausowenig wie es im Unterricht oder im Buch eine Einheit „Problemlösen“ geben darf (vgl. Kapitel 6.2.2), können die Verbindungen innerhalb und außerhalb der Mathematik in einer Unterrichtseinheit z. B. am Ende des Schuljahrs, in der dann nachträglich alles miteinander „vernetzt“ wird, abgehandelt werden.

„Vernetztes Denken“ ist eine Denkweise, die sich durch alle Erkenntnisprozesse zieht. Es müssen immer wieder bei der Behandlung der einzelnen Themen die verschiedenen Verbindungen innerhalb und außerhalb der Mathematik thematisiert werden, am besten noch von den Lernenden selbst entdeckt werden.

Dazu ist es notwendig, dass die Lernenden eigene mathematische Ideen verfolgen dürfen und nicht von den Lehrenden aus Zeitmangel oder ähnlichem daran gehindert werden. In den NCTM-Standards wird dies folgendermaßen formuliert: „One essential aspect of helping students make connections is establishing a classroom climate that encourages students to pursue mathematical ideas in addition to solving the problem at hand. [...] Rich problems, a climate that supports mathematical thinking, and access to a wide variety of mathematical tools all contribute to students' ability to see mathematics as a connected whole.“ (National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 359)

Als einziger Hinweis auf diese Auffassung von „Vernetzung“ oder „Verbindung“ findet sich in den baden-württembergischen Bildungsstandards für Mathematik der Satz: „Durch diese Leitideen und ihre Vernetzung wird verständnisorientiertes Umgehen mit Mathematik erst möglich“. (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003, S. 3)

Da die innermathematische Verbindung keinen mathematischen Inhaltsbereich wie z.B. der „funktionale Zusammenhang“ darstellt, lassen sich keine Aufgaben aus diesem Bereich beschreiben. Die Aufgabenstellung muss – ähnlich wie bei der Kommunikation (vgl. Kapitel 6.2.4) – die Bewusstmachung von Verbindungen innerhalb der Mathematik unterstützen[23].

[23] Die Verbindungen außerhalb der Mathematik lassen sich durch einen anwendungsorientierten Unterricht (vgl. Kapitel 3.3) sehr leicht schaffen, es ist allerdings dabei sehr wichtig, die Verbindungen auch immer wieder zu thematisieren.

In der Oberstufe bieten sich dazu Beweisaufgaben aus dem Bereich analytische Geometrie an. So kann der Beweis des Satzes von Pythagoras auf verschiedene elementargeometrische Arten und vektorgeometrisch durchgeführt werden. Wenn dabei z.B. in Gruppen gearbeitet wird und jede Gruppe verschiedene Beweisarten mit dem vektorgeometrischen Beweis vergleichen muss, so ist die Verbindung zwischen Elementar- und Vektorgeometrie geschaffen.

Aber auch ein (kurzes) Eingehen auf den Vektorraum der Polynome über $\mathbb{R}$ um den Zusammenhang zwischen Funktionen und Vektoren aufzuzeigen, dient der Schaffung von Verbindungen zwischen den beiden (derzeitigen) Hauptthemen der Oberstufenmathematik.

Die Erstellung von Mindmaps zur Strukturierung bestimmter umfangreicher mathematischer Themengebiete veranschaulicht die Zusammenhänge zwischen den mathematischen Bereichen. Ausführlicher wird darauf im Kapitel 6.2.6 eingegangen.

Eine sehr schöne Web-Site, die sich speziell mit dem Thema „Vernetzungen“ im Mathematikunterricht befasst, ist die Seite „math-edu“[24] von Astrid Brinkmann. Dort werden verschiedene Beispiele zum Einsatz von Mindmaps, Conceptmaps usw. im Mathematikunterricht ausführlich geschildert.

6.2.6 Darstellen und Repräsentieren

Die Darstellung trägt sehr viel zur Erleichterung oder auch Behinderung des Verstehens bei, außerdem zeigt die Repräsentation eines Sachverhaltes unmittelbar die Vorstellung desjenigen, der sie erstellt hat. So ist das Erstellen von Repräsentationen, ähnlich wie die Funktion der Kommunikation, ein Anlass Ideen und Vorstellungen zu strukturieren. Dies führt im Idealfall zur Generierung von Wissen.

Entsprechend wichtig ist die Fähigkeit, Darstellungen und Repräsentationen interpretieren und zum Lösen von Aufgaben nutzen zu können. In den NCTM-Standards werden diese Fähigkeiten und Kenntnisse wie folgt zusammengefasst:

> Representation: „Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to –
>
> - create and use representations to organize, record, and communicate mathematical ideas;
> - select, apply, and translate among mathematical representations to solve problems;
> - use representations to model and interpret physical, social, and mathematical phenomena.“
>
> (National Council of Teachers of Mathematics 2000, S. 67)

[24]URL: `http://www.math-edu.de/index.html`, Zugriffsdatum 6.8.2003

In den „Leitgedanken zum Kompetenzerwerb“ der baden-württembergischen Bildungsstandards gibt es keinen eigenen Bereich zum Darstellen und Repräsentieren. Der erste und der letzte Punkt der Aufzählung zum überfachlichen Kompetenzbereich „Mathematik und Kommunizieren“ beziehen sich jedoch eindeutig auf Darstellen und Repräsentieren:

- „Mathematische Sachverhalte mithilfe von Sprache, Bildern und Symbolen beschreiben und veranschaulichen; die mathematische Fachsprache angemessen verwenden
- In mathematischen Kontexten argumentieren und systematisch begründen
- Mathematische Dialoge führen; auf Einwände eingehen und Gegenargumente entwickeln
- Lern- und Arbeitsergebnisse verständlich und übersichtlich in schriftlicher und mündlicher Form präsentieren“ (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003, S. 3)

Bei diesem Themenbereich ist der Einsatz des Computers selbstverständlich ein unbedingtes „Muss“. Tabellenkalkulationssysteme, Dynamische Geometriesysteme, Computeralgebrasysteme usw. müssen als Werkzeuge zur schnellen Darstellung und als eine Form der Repräsentation mathematischer Zusammenhänge oder Phänomene sowohl von den Lehrenden als auch von den Lernenden in selbstverständlicher Weise genutzt werden.

Auf der anderen Seite dürfen aber auch die handwerklichen Fertigkeiten in diesem Bereich nicht vernachlässigt werden. In kurzer Zeit eine übersichtliche Freihandskizze zu erstellen gelingt nur, wenn dies immer wieder geübt wird.

Eine in der Schule und speziell im Mathematikunterricht immer noch viel zu selten genutzte Methode der Darstellung von Strukturen sind Mindmaps. Die Abbildung 7.6 auf S. 219 im Anhang H zeigt eine Mindmap, erstellt von einer Studentin im Studiengang Lehramt Realschule mit Fach Mathematik. Im Rahmen eines fachdidaktischen Hauptseminars als Vorbereitung eines Vortrags zum Thema „Strukturierung“ sollten die Studierenden „alles, was ihnen zum Thema „Dreieck“ einfällt“, in Form einer Mindmap darstellen.

Sehr wichtig dabei ist, dass die Lernenden jeweils selbst – eventuell in Kleingruppen – eine Mindmap erstellen und nicht nur eine z. B. vom Lehrer erstellte oder im Buch abgedruckte Mindmap mit den Schülerinnen und Schülern besprochen wird. Der Lerneffekt des Strukturierens greift nur, wenn die Strukturierung auch selbst durchgeführt und danach noch im Idealfall mit anderen Vorstellungen verglichen und diskutiert wird.

Ein sinnvoller didaktischer Ort zum Einsatz von Mindmaps ist jeweils am Ende von größeren Lehreinheiten wie z.B. die Behandlung der „Satzgruppe des Pythagoras“ oder auch zum Halbjahresende bzw. Schuljahresende. Für Lernende, die Erfahrung mit dem Erstellen von Mindmaps haben, kann auch die Vorstellung der Gliederung einer kommenden Lehreinheit in Form einer Mindmap sehr hilfreich sein.

Insgesamt ist die Erstellung und Pflege von Mindmaps, d.h. immer wieder Ergänzen, z.B. zum Thema „Funktionen“, auch über mehrere Schuljahre hinweg, eine sehr gute Möglichkeit die Verbindungen verschiedener Themen innerhalb der Mathematik aufzuzeigen.

6.3 Einzelne Aspekte aus den Bildungsstandards

Einzelne Leitgedanken zum Kompetenzerwerb und Leitideen der baden-württembergischen Bildungsstandards (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003) wurden schon im Zusammenhang mit den NCTM-Standards diskutiert. Zwei Themenbereiche, die wichtige Aspekte der mathematischen Studierfähigkeit darstellen und die in den NCTM-Standards jedoch nur implizit angesprochen werden, werden hier noch diskutiert.

Dabei ergeben sich bei allen Versuchen, diese beiden Denkweisen „Algorithmisieren“ und „Modellieren“ in eine Beschreibungsstruktur von Leitideen und Kompetenzen einzuordnen, große Schwierigkeiten (vgl. S. 37). Sie können sowohl auf einer Ebene unterhalb der Leitideen angesiedelt werden, z.B. können Algorithmen nur für konkrete fachliche Inhalte beschrieben und durchgeführt werden, oder die Modellierung führt zu konkreten mathematischen Berechnungen, aber dies würde die übergreifenden Denkweisen vollkommen vernachlässigen. Diese übergreifenden Aspekte könnten sogar noch über den mathematischen Kompetenzen angesiedelt werden, da z.B. zum Modellieren wesentlich über die rein mathematischen Aspekte hinausgehendes Wissen notwendig ist oder die Überlegung, wo und wann die Entwicklung bzw. Anwendung von Algorithmen sinnvoll ist, auch in anderen Fächern eine große Rolle spielt.

Wahrscheinlich gründet die Zuordnung dieser Denkweisen zu den Leitideen in den Überlegungen von Heymann zur Allgemeinbildung und Mathematik (vgl. Kapitel 3.1.1). In den NCTM-Standards werden diese beiden Bereiche nicht explizit erwähnt. Bei dieser Vermeidung könnten auch genau diese Schwierigkeiten mit der Einordnung ein Rolle gespielt haben.

6.3.1 Modellieren

Eine der neun aufgeführten Leitideen der baden-württembergischen Bildungsstandards ist „Modellieren“. Ähnlich wie bei der Leitidee „Vernetzung“ (vgl. Kapitel 6.2.5) fällt diese Leitidee aus der Reihe der anderen Leitideen („Zahl“, „Variable“, ...) heraus.

Nach den baden-württembergischen Bildungsstandards haben die Leitideen die Funktion „ordnend über die Fachinhalte gesetzt [zu sein], um sachübergreifendes Denken und Verstehen zu betonen.“ (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003, S. 3). Dann sollten sie aber auch auf dieser übergreifenden Ebene formuliert werden und nicht nur als

Überschrift einer Ansammlung mathematischer Inhalte dienen.

Was darunter nach Ansicht der Bildungsstandards-Autoren verstanden wird, lässt sich aus den Ausführungen für die einzelnen Klassenstufen entnehmen:

> „Klasse 6:
>
> a) Mithilfe geometrischer Modelle Situationen darstellen und Probleme lösen
> b) Zahlen und Zahlverknüpfungen zur adäquaten Beschreibung und Untersuchung von Aufgaben in Mathematik und Umwelt einsetzen
> c) Den Dreisatz bei Aufgaben des „bürgerlichen Rechnens“ anwenden
> d) Ergebnisse sinnvoll runden; durch Schätzen auf Brauchbarkeit überprüfen
>
> *Dreisatz; maßstäbliche Darstellungen*
>
> Klasse 8:
>
> a) Inner- und außermathematische Sachverhalte mithilfe von Tabellen, Termen oder Graphen beschreiben und umgekehrt Tabellen, Terme und Graphen in Bezug auf einen Sachverhalt interpretieren
> b) Mit Prozentangaben in vielfältigen und auch komplexen Situationen sicher umgehen
> c) Ein Zufallsexperiment durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreiben
>
> *Interpretation von Graphen und einfachen Termen, Aufstellen von Termen, Prozentrechnung*
>
> Klasse 10:
>
> a) Einen Sachverhalt auf angemessene Weise mathematisch beschreiben. Eine zugehörige Problemstellung in dem gewählten mathematischen Modell lösen sowie die Ergebnisse auf die Ausgangssituation übertragen, interpretieren und ihre Gültigkeit prüfen
> b) Wachstumsvorgänge durch diskrete Modelle beschreiben und simulieren
> c) Das Änderungsverhalten von Größen analytisch beschreiben und interpretieren
>
> *Proportionalität; lineares, natürliches, beschränktes, logistisches Wachstum*
> *Simulation dynamischer Vorgänge; Momentanänderung von Größen*
>
> Kursstufe 12:
>
> a) Inner- und außermathematische Sachverhalte und ihre Veränderungen auch in komplexeren Zusammenhängen mathematisch modellieren
>
> *Wahl geeigneter Grundobjekte (z.B. Koordinatensystem, Variable); Funktionsanpassung*
> *Differenzialgleichung für natürliches und beschränktes Wachstum, Wachstums- und Zerfallsprozesse (auch logistisches Wachstum)*
> *Anwendungen linearer Gleichungssysteme*“
>
> (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003, S. 9 ff)

Da auch hier versäumt wurde, die Grundideen der Leitidee „Modellieren“ zu beschreiben, müssen diejenigen, die diese Bildungsstandards umsetzen sollen, aus den aufgeführten Beispielen „erraten“, welche Kompetenzen, Fähigkeiten oder Kenntnisse sie anhand dieser mathematischen Begriffe den Schülerinnen und Schülern beibringen sollen. Die Aufzählung der baden-württembergischen Bildungsstandards stellt eher eine Sammlung von beispielhaften mathematischen Begriffen dar, anhand derer Modellierungsaufgaben gestellt werden können.

In dem KMK-Entwurf zu den „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss“ wird „mathematisch modellieren“ als eine der angestrebten allgemeinen mathematischen Kompetenzen gesehen:

> „Mathematisch modellieren
> Dazu gehört:
>
> - den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen
> - in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten
> - Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen
> - verwendete mathematische Modelle (wie Formeln, Gleichungen, Darstellungen von Zuordnungen, Zeichnungen, strukturierte Darstellungen, Ablaufpläne) reflektieren und kritisch beurteilen
> - einem mathematischen Modell passende Situationen zuordnen.“
>
> (Ständige Konferenz der Kultusminister 2003, S. 9)

Der Entwurf der Kultusministerkonferenz zählt also „mathematisches Modellieren“ nicht zu den Leitideen. Dies stellt einen wichtigen Schritt in Richtung der Entwicklung dieser mathematischen Kompetenz dar. Mathematische Modellierung darf nicht als eine Leitidee in einer Reihe mit „Zahl“, „Algorithmus“, „Variable“, ... aufgefasst werden, da es sich um einen komplexen Prozess handelt, bei dem verschiedene sowohl mathematische wie nichtmathematische Denk- und Arbeitsweisen zusammenkommen müssen (vgl. S. 50).

Letztendlich benutzen alle Aufgaben mit Realitätsbezug eine mathematische Modellierung, sonst würden sie nicht im Mathematikunterricht behandelt werden. Auch hier ist es sehr wichtig, die Lernenden viele unterschiedliche **eigene** Erfahrungen mit Modellieren machen zu lassen und auf keinen Fall nur fertige Modellierungen vorzuführen.

Ein sehr gelungenes Beispiel für mathematische Modellierung ist in einem Proseminar der Universität Klagenfurt im Wintersemester 2000/01 entstanden. Dort sollten Studierende im Grundstudium, Lehramt Mathematik, in Kleinstgruppen ein „systemisches“ Sachthema ihrer Wahl modellieren. Solche Art von Aufgabenstellungen sind auf allen Schwierigkeitsstufen mit entsprechender (möglichst geringer) Hilfestellung durch die Lehrperson möglich.

Die hier vorgestellte Modellierung des Schweinezyklus[25] nutzt zu quantitativen Modellierung auch eine Exceltabelle. Ein damit erzeugtes, modifizierbares Diagramm ist in Abbildung 6.4 zu sehen.

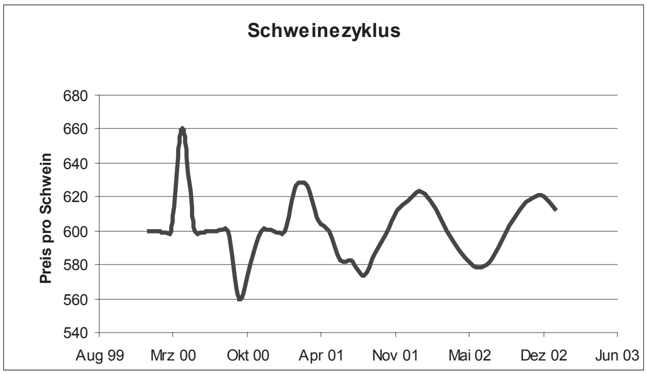


Abbildung 6.4: Beispiel aus der Modellierung des Schweinezyklus

6.3.2 Algorithmen

Algorithmen sind wohldefinierte Methoden um Probleme/Aufgabenstellungen zu lösen. Ist ein Algorithmus zur Lösung einer Aufgabenart gefunden, so können alle Aufgaben dieser Art mithilfe des Algorithmus gelöst werden.

Im Lehr-/ Lernkontext ist das Finden eines Algorithmus die Tätigkeit, die das Verstehen eines mathematischen Zusammenhangs am besten unterstützt. Ein Beispiel dafür ist die „klassische“ Abituraufgabe Kurvendiskussion. Fast jeder Oberstufenschüler (oder auch Lehrer), der die Möglichkeiten von Computeralgebrasystemen kennenlernt, stellt erst einmal einen Algorithmus zur Durchführung der Kurvendiskussion auf. Wenn dies den Schülerinnen und Schülern gelingt, so haben sie die Kurvendiskussion vollständig verstanden. Wenn hingegen nur von einem Schüler/ einer Schülerin einer Klasse dieser Kurvendiskussionsalgorithmus programmiert wird und dann von allen anderen zur Bearbeitung der Kurvendiskussionsaufgaben benutzt wird, so ist der Verständnisgewinn sehr gering (außer bei dem Einen/ der Einen).

Ein sehr großer Vorteil der Realisierung von Algorithmen in Computerprogrammen ist die Notwendigkeit jeden einzelnen Schritt bewusst zu formulieren. Außerdem machen

[25]URL: `http://www.uni-klu.ac.at/~gossimit/lv/usw00/w/g4/Schweinzyklus.html`, Zugriffsdatum: 8.8.2003

die Computerprogramme etwaige Fehler sofort erkennbar, sei es durch Fehlermeldungen oder durch unerwartete Ergebnisse.

Unter diesem Gesichtspunkt passen die in den baden-württembergischen Bildungsstandards unter der Leitidee „Algorithmus“ für die einzelnen Klassenstufen zusammengestellten Punkte nur sehr schwer ins Bild:

> „Klasse 6:
>
> a) Grundrechenarten bei rationalen Zahlen schriftlich, in komplexeren Fällen mit dem Taschenrechner durchführen
> b) Zahlterme interpretieren und berechnen
> c) Über den sinnvollen Einsatz von Kopfrechnen bzw. Taschenrechner entscheiden
> d) Zahlen auf vorgegebene Genauigkeit runden
>
> *Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren*
>
> Klasse 8:
>
> a) Gleichungen und Ungleichungen erkennen sowie manuell, grafisch und mithilfe des GTR lösen.
> b) Lineare Gleichungssysteme manuell, grafisch und mithilfe des GTR lösen
>
> *Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen; quadratische Gleichungen; lineare Gleichungssysteme (*2×2*)*
>
> Klasse 10:
>
> a) Lineare Gleichungssysteme manuell und mithilfe des GTR lösen.
> b) Einfache Funktionen ableiten
> c) Werte iterativ berechnen
>
> *Lineare Gleichungssysteme (*3×2*); Ableitung von* $x^n (n \in \mathbb{N})$ *und* $\frac{1}{x}$
> *Ableitungsregeln fur Potenz, Summe und konstanter Faktor; Iteration*
>
> Kursstufe 12:
>
> a) In einfachen Fällen Grenzwerte bestimmen
> b) Zusammengesetzte Funktionen ableiten
> c) In einfachen Fällen Stammfunktionen angeben
> d) Lineare Gleichungssysteme auf Lösbarkeit untersuchen; die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems bestimmen
>
> *Ableitungsregeln für Produkt, Quotient, Verkettung*
> *Stammfunktion (Summe, konstanter Faktor, lineare Substitution)*
> *Gauß-Algorihmus*“
>
> (Kultusministerium Baden-Württemberg 2003, S. 7 ff)

Am meisten erstaunt, dass die Schülerinnen und Schüler in Klasse 10 schon fähig sein sollen, die Ableitung von Funktionen unter der Leitidee Algorithmus zu bestimmen, wenn die Vorstellung eines Grenzwertes, der ja die Grundlage der Definition von Ableitung ist, erst in der Kursstufe 12 entwickelt werden soll.

Algorithmen sind schematisierte Lösungswege von bestimmten Aufgabenarten. Um die Lösungswege schematisieren zu können, müssen sie zuerst gefunden und verstanden werden. Geschieht dies nicht, ist die Kenntnis um den Algorithmus sogar kontraproduktiv für das Verstehen.

In dem Entwurf der Kultusministerkonferenz werden die Algorithmen auch unter einer Leitidee, nämlich der „Leitidee Algorithmen, Kalküle und Heurismen“ subsumiert. Dabei wird beschrieben, was Schülerinnen und Schüler mit Algorithmen tun sollen, nicht so sehr wie Algorithmen zum Lernen von Mathematik eingesetzt werden können.

> „Leitidee Algorithmen, Kalküle und Heurismen
> Die Schülerinnen und Schüler
>
> - wählen Algorithmen bzw. Kalküle als Verfahren zum Lösen mathematischer Standardaufgaben begründet aus und wenden diese auch unter Nutzung von geeigneten Hilfsmitteln an
> - beschreiben Vorgehensweisen und Verfahren für das Lösen von Aufgaben, denen Algorithmen, Kalküle oder Heurismen zu Grunde liegen
> - lösen Gleichungen, Ungleichungen und lineare Gleichungssysteme kalkülmäßig bzw. algorithmisch und vergleichen ggf. ihr Vorgehen hinsichtlich der Effektivität mit anderen Lösungsverfahren (wie mit inhaltlichem Lösen oder Lösen durch systematisches Probieren)
> - führen Konstruktionskalküle (Grundkonstruktionen) zum Lösen von geometrischen Standardaufgaben aus, entwickeln selbst Konstruktionskalküle für problemhafte Konstruktionsaufgaben
> - untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen und quadratischen Gleichungen, linearen Gleichungssystemen sowie Konstruktionsaufgaben und formulieren diesbezüglich Aussagen
> - bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen, Kalküle oder Heurismen zu Grunde liegen.“
>
> (Ständige Konferenz der Kultusminister 2003, S. 14)

Es stellt sich grundsätzlich die Frage, ob Algorithmen oder algorithmisches Denken nicht vielmehr eine der von der Kultusministerkonferenz formulierten „allgemeinen Kompetenzen im Fach Mathematik“[26] ist, ähnlich wie „mathematisch modellieren“, „mathematisch

[26] oder eigentlich besser der Informatik

denken" oder „mathematische Darstellungen verwenden" (vgl. Ständige Konferenz der Kultusminister 2003, S. 8 ff).

Aufgabenstellungen zum Thema Algorithmen sollten immer die Umsetzung in eine Computersprache (Programmiersprache, Computeralgebrasystem, Dynamisches Geometriesystem/Makros oder auch in Tabellenkalkulationssysteme) beinhalten, sonst wirken sie leicht wie „Trockenübungen" beim Schwimmen.

Zur Anwendung von Algorithmen oder anderen schematisierten Lösungsverfahren gehört auch die Entscheidung, ob die Verfahren für den vorliegenden Fall überhaupt zulässig sind. In der Schule tauchen z.B. keine Funktionen auf, die nicht differenzierbar sind. Dies verleitet dazu, sich die Überlegung, ob eine Kurvendiskussion nach dem üblichen Schema überhaupt durchgeführt werden darf, zu sparen. Also sollten zumindest in Einzelfällen den Schülerinnen und Schülern nicht differenzierbare Funktionen „untergeschoben" werden.

6.4 Szenarien

Die im den vorigen Kapiteln diskutierten unterrichtlichen Maßnahmen und Aufgabenbeispiele sollen nicht „inselhaft" in isolierten Unterrichtseinheiten eingesetzt werden. Da diese Arbeit ihren Fokus auf die Studienanfängerinnen und -anfänger legt, werden jetzt noch exemplarisch drei Szenarien beschrieben, wie diese Konsequenzen in Nachbereitungsphasen nach dem Abitur oder auch Vorbereitungsphasen für das Studium umgesetzt werden können.

Das erste Szenario beschreibt eine Möglichkeit internetbasierter Projektarbeit im Mathematikunterricht oder auch als Sequenz einer Vorphase für das Studium. Die beiden anderen Szenarien befassen sich mit Mathematik-Vorkursen einmal als Selbstlernumgebung und als „Freiarbeits-Vorkurs". Es sind selbstverständlich sowohl die Szenarien wie auch einzelne Teile davon kombinierbar.

6.4.1 Projektarbeit in Mathematik

58 % der befragten Studienanfängerinnen und -anfänger hätten gerne mehr „Arbeiten an mathematischen Projekten" in der Schule (vgl. S. 114). WebQuests sind ein Beispiel für ein klar strukturiertes projektartiges Lehr-/ Lernarrangement, das Quellen aus dem Internet nutzt. Sie werden hier exemplarisch für Projektarbeit im Mathematikunterricht beschrieben. Selbstverständlich können WebQuests auch in sämtlichen anderen Fächern und auf allen Schulstufen ab dem Lesealter eingesetzt werden.

WebQuests stellen eine Struktur dar, anhand derer projektartiger Unterricht mit Nutzung von Quellen aus dem WWW konzipiert werden kann (vgl. Bescherer 2003b). Sie wurden vom NCTM für den Einsatz im Mathematikunterricht empfohlen, da: „Math webquests typically involve all five of the process standards in the NCTM Goals 2000: problem solving, reasoning, communication, connections, and representation.“ (McCoy 2002)

Ein Beispiel für einen WebQuest, der als Teil der Vorbereitung auf das Studium im Bereich Mathematik hilfreich sein kann, findet sich im Anhang H auf S. 223.

WebQuests bestehen immer aus den Teilen „Einführung“, „Aufgabe“, „Vorgehen“, „Quellen“, „Bewertung“ und “Fazit“.

Die Konzeption eines WebQuests anhand dieser Struktur hilft sehr, die Rahmenbedingungen für eine solche Projektarbeit lerner-zentriert zu gestalten. Die genauen Funktionen und Besonderheiten der Einzelteile werden ausführlich in verschiedenen Veröffentlichungen zu WebQuests (vgl. Bescherer 2002) und (Bescherer 2003a) erklärt.

Der wichtigste Gestaltungspunkt ist die Unterscheidung zwischen „Aufgabe“ und „Vorgehen“. Gute Lehrerinnen und Lehrer machen häufig den Fehler, dass sie zusammen mit der Aufgabe auch gleich – als Hilfestellung – das angemessene Vorgehen erklären. Dies führt dazu, dass die Schülerinnen und Schüler Aufgabe und Vorgehen nicht voneinander trennen können und so auch ein ähnliches Vorgehen nicht auf eine andere Aufgabenstellung anwenden können. Dadurch bleiben sie von der Hilfestellung der Lehrenden abhängig.

Deshalb ist es sehr wichtig diese beiden Punkt strikt voneinander getrennt zu halten. Die „Aufgabe“ beschreibt das, was am Ende der Projektarbeit herauskommen soll. Das „Vorgehen“ zeigt das „wie“ auf, nämlich wie das Endprodukt erreicht werden kann. Je erfahrener eine Lerngruppe in selbstständiger Projektarbeit ist, desto weniger ausführlich und detailliert muss das Vorgehen beschrieben werden.

Die Vorabbekanntgabe der Bewertungskriterien, die im deutschen Mathematikunterricht bisher eher unüblich ist, trägt auch zur Transparenz der Anforderungen bei.

Selbstverständlich lässt sich anhand dieser Strukturierung auch eine Projektarbeit ohne Nutzung des Internets konzipieren. Wichtiger Bestandteil der WebQuests ist die Arbeit in Gruppen, die auch arbeitsteilig oder in verschiedenen Rollen erfolgen kann.

Einen Gegensatz zu diesem kooperativen Szenario bildet die selbstständige Arbeit in Selbstlernumgebungen.

6.4.2 Selbstlernumgebungen

Es gibt im Internet immer mehr Selbstlernumgebungen, die speziell als Vorbereitung für das Studium im Bereich Mathematik gedacht sind. Ein Beispiel ist der Vorkurs Mathematik auf der Seite „Mathematik online“[27] der Universitäten Stuttgart und Ulm. Dort wurde der Oberstufenstoff in Lexikonbeiträgen zusammengefasst und mit Beispielaufgaben mit zuschaltbaren Lösungen oder teilweise auch interaktiven Aufgaben versehen.

Die Interaktivität stellt hier keinen erkennbaren didaktischen Mehrwert dar. Die eingebenen Ergebnisse werden nur gesamt ausgewertet. So erhält man bei einer Aufgabe zur Ableitung von Funktionen, bei der die Werte der Ableitungsfunktion an der Stelle $x = 1$ von drei Funktionen berechnet werden müssen, folgende Auswertung:

> „Die übermittelte Lösung war bei 2 der Abfragen korrekt.
> Erzielte Punktzahl: 4.
> Maximal mögliche Punktzahl: 6.“

und die Hinweise sind Aufgaben-unspezifisch:
„Überprüfen Sie, ob ein Tipp- oder Übertragungsfehler vorliegt. Gehen Sie gegebenenfalls zurück auf die Aufgabenseite und senden Sie das (korrigierte) Ergebnis nochmal. Überprüfen Sie, ob Sie das Ergebnis in der geforderten Form eingegeben haben. Beachten Sie, dass bei der Eingabe von Dezimalzahlen ein Dezimalpunkt (kein Komma) zu verwenden ist.“[28]

Auch werden keinerlei Erläuterungen beispielsweise zur Definition von Ableitungen oder gar zu Zusammenhängen mit anderen Themen gegeben. Bei dem Thema Ableitungen finden sich nur die Ableitungsregeln, einige Ableitungen wichtiger Funktionen und Beispielaufgaben auf den Seiten. Es ist sehr fraglich, ob Studienanfängerinnen und -anfängern solche Lernumgebungen in irgendeiner Weise helfen, ihre Mathematikkenntnisse zu verbessern. Diejenigen, die schon in der Schule die Zusammenhänge und Vorgehensweisen verstanden haben, brauchen eigentlich eine solche Selbstlernumgebung als Vorkurs nicht und diejenigen, die es schon in der Schule nicht verstanden haben, werden es ohne jegliche Erklärung nicht verstehen.

Besser konzipiert ist die Website „Exercises in Math Readiness for University Study“ der University of Saskatchewan, Kanada[29]. Dort werden verschiedene Bereiche der Mittel- und Oberstufen-Mathematik vorgestellt, angefangen von interaktiven Kopfrechenübungen über Algebra, Geometrie, Trigonometrie, Exponential- und Logarithmusfunktionen, komplexe Zahlen, Mengentheorie bis zu Beweistechniken. Außer beim Kopfrechnen wird jeweils ein Thema knapp aber hinreichend erklärt, es können Beispiele hinzugeklickt werden, es gibt Übungsaufgaben auf drei verschiedenen Schwierigkeitsniveaus mit jeweils separaten (hilfreichen!) Hinweisen und Lösungen.

Ein solcher Aufbau einer Selbstlernumgebung für einen Vorkurs Mathematik ist nicht schlechter als ein Buch und hat durch die klare navigierbare Struktur und durch die Zu-

[27] Quelle: URL `http://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/`, Zugriffsdatum 10.8.2003
[28] URL der Aufgabe: `http://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/inhalt/interaufg/interaufg208/`, Zugriffsdatum: 10.8.2003, Werte eingeben und dann auf „Lösung absenden“ klicken.
[29] Quelle: URL `http://math.usask.ca/emr/menu.html,Zugriffsdatum:10.8.2003`

schaltmöglichkeiten der Hinweise und Lösungen gewisse Vorteile gegenüber dem Printmedium Buch.

Es wird zwar kaum jemand die komplette Selbstlernumgebung am Bildschirm durcharbeiten. Jedoch ist für das Auffrischen einzelner Themen eine solche Lernumgebung sehr gut geeignet. Sie könnte gut als Grundlage für das Szenario „Freiarbeits-Vorkurs“ eingesetzt werden.

Eine Selbstlernumgebung zur Mathematik mit einer vollkommen anderen Zielsetzung ist die Website „MathePrisma“[30] der Universität Wuppertal. Die Ziele dieser Mathematik-Umgebung beschreiben die Autorinnen und Autoren wie folgt:

- „Erfahren und Begreifen von Mathematik
- Probleme lösen
- Entwicklung von Lösungsstrategien
- problemorientierte mathematische Aufbereitung und Begriffsbildung
- unabhängig von Lehrplänen
- unterhaltsame Blicke über den mathematischen Tellerrand
- freie Verfügbarkeit“[31]

Diese Selbstlernumgebung ist aus verschiedenen Modulen wie z.B. „Ableitung“, „Zahlenmauern“, Vierfarbenproblem“, „Quadratzahlen“, „rekursive Folgen“ aufgebaut. Es wird nicht die Abdeckung des Stoffs der Schulmathematik angestrebt, aber es gibt viele Module, die sich mit schulmathematischen Themen befassen. Durch realitätsnahe Einführungen, sehr anschauliche, interaktive Herleitungen der mathematischen Hintergründe und dazwischen gestreute Übungsaufgaben werden die Möglichkeiten des Mediums sehr gut genutzt, um die mathematikdidaktisch sinnvolle Unterstützung der Lernprozesse zu leisten.

Ein besonders gelungenes Beispiel ist das Modul „Ableitung“[32]. Hier wird über die Vorstellung der Momentangeschwindigkeit bei Bewegungen auf einer kurvigen Strecke über den Differenzenquotienten die Ableitung hergeleitet. Zu den vorgestellten Ableitungsregeln werden auch die zugehörigen Beweise beschrieben.

Um völlig selbstständig eine Selbstlernumgebung durchzuarbeiten und nicht nur sinnlos „durchzuklicken“ brauchen die Lernenden eine sehr hohe Motivation oder einen äußeren Druck. Auch sind die meisten Studienanfängerinnen und -anfänger nicht gewohnt, selbstständig und selbstverantwortlich zu arbeiten. Deshalb sind für Studienanfängerinnen und -anfänger Lehr-/ Lernarrangements sinnvoll, die zwar Selbstlernumgebungen

[30] Quelle: URL `http://www.matheprisma.uni-wuppertal.de/`, Zugriffsdatum: 10.8.2003

[31] Zu finden auf der Website von MathePrisma (URL `http://www.matheprisma.uni-wuppertal.de`) unter „Hintergründe“ – „Wer, wie was?“ – „kurz und bündig“

[32] URL `http://www.matheprisma.uni-wuppertal.de/Module/Ableitung/index.htm`, Zugriffsdatum: 10.8.2003

nutzen, damit die Betroffenen diese Art des Lernens kennenlernen und gegebenfalls später selbstständig nutzen können, aber auch face-to-face Phasen mit Betreuenden vor Ort anbieten.

Ein solches Szenario ist der folgende „Freiarbeits-Vorkurs".

6.4.3 „Freiarbeits-Vorkurs"

Verschiedene Aufgaben wie im Anhang H gezeigt werden in Kleingruppen, Partnerarbeit oder alleine durchgearbeitet. Dazu stehen an ca. 10 Tagen jeweils ein Lernstudio, d.h. ein Seminarraum mit Gruppenarbeitsplätzen, mehreren Computern mit Internetzugang und entsprechender sonstiger benötigter Software (Tabellenkalkulation, Computeralgebrasysteme, Dynamische Geometriesoftware usw.) sowie Bücher, Modelle und ähnliches zur Verfügung.

Ebenso findet sich auf den Rechnern eine Liste mit Verknüpfungen zu verschiedenen Selbstlernumgebungen, so dass bei fachlichen Schwierigkeiten erst einmal dort recherchiert und geübt werden kann.

Die Lernenden arbeiten weitgehend selbstständig, es steht ungefähr in der Hälfte der Zeit eine Betreuung durch Tutoren im Raum zur Verfügung. Diese „eingeschränkte" Verfügbarkeit der Tutoren soll der Gewohnheit entgegenwirken, dass die Lernenden sich bei jedem (kleinen) Problem sofort an die Tutoren wenden. Da sie von der Schule her gewohnt sind, sich bei jeder Unsicherheit an die Lehrperson zu wenden, muss ein „Zwang" erzeugt werden, sich erst einmal selbst um einen Lösungsweg zu bemühen.

Eine mögliche zeitliche Einteilung wäre: Das Lernstudio ist in den zwei Wochen vor Vorlesungsbeginn von 10:00 bis 17:00 Uhr geöffnet, die tutorielle Betreuung findet von 10:00 bis 11:00 Uhr und von 15:30 bis 17:00 Uhr statt.

Die verschiedenen Aufgaben werden nach der Organisation von Freiarbeit bearbeitet, d.h. jede/r Lernende hat einen „Laufzettel", auf dem die Aufgaben, die bearbeitet werden sollen, einschließlich Kommentaren aufgeführt sind. Die Lernenden schreiben nach Bearbeitung der Aufgabe einen kurzen Kommentar dazu und bekommen nach der Korrektur ihrer abgegebenen Lösungen eine Bewertung durch die Tutoren.

Je nach Art und Umfang der Aufgaben – deren Korrektur eine gewisse Zeit braucht – sollte das Verhältnis von Lernenden zu Tutoren ca. 15:1 sein, so dass die abgegebenen Aufgaben innerhalb der $4,5$ Stunden „Betreuungslücke" korrigiert werden können. Denn es wäre sehr kontraproduktiv, wenn die Rückmeldung zur Aufgabenbearbeitung zu lange dauern würde.

Teile dieses Szenarios wären auch als virtuelle Variante denkbar, so dass die Studierenden zur Bearbeitung mancher Aufgaben wie z.B. der Kommunikationsaufgabe oder in

Selbstlernphasen zu Hause bleiben könnten[33]. Ein reines Online-Szenario ist dagegen nicht sehr sinnvoll, da die Zusammenarbeit in Gruppen für Ungeübte schwer genug ist und die Komplexität einer virtuellen Zusammenarbeit zu sehr von den mathematischen Inhalten ablenken würde. Die Problematik reiner Selbstlernumgegebungen wurde schon im vorigen Kapitel angesprochen.

Diese vorgestellten Szenarien lassen sich auch im Mathematikunterricht der Oberstufe einsetzen.

[33] Dies würde auch denjenigen Studienanfängerinnen und -anfängern entgegenkommen, die an den vorgestellten Vorkursen nicht teilnehmen können, da sie vor Semesterbeginn entweder noch arbeiten oder noch keine Wohnung in der Nähe der Hochschule gefunden haben.

7 Fazit

Die mathematische Studierfähigkeit kann sowohl als Teil einer allgemeinen Studierfähigkeit wie auch als der Oberbegriff der Kenntnisse und Fähigkeiten, Haltungen und Einstellungen, die zum erfolgreichen Bewältigen der mathematischen Anforderungen im Studium gehören, gesehen werden. Sie hängt eng mit der Vorstellung von (mathematischer) Allgemeinbildung wie z.B. bei Heymann und mit den Vorstellungen von mathematischen Kompetenzen, die in verschiedenen Bildungsstandards formuliert werden, zusammen.

Innerhalb der bildungspolitischen Diskussion um eine Verbesserung der allgemeinen Studierfähigkeit spielt die mathematische Studierfähigkeit eine wichtige Rolle. Als Folge der TIMSS-Untersuchungen sowie der Diskussion um Mathematik und Allgemeinbildung Mitte der 90er Jahre und der verschiedenen Programme zur Nutzung computerbasierter Medien in der Lehre gibt es schon einzelne durchdachte und erprobte Interventionskonzepte zur Verbesserung der mathematischen Kompetenzen und damit auch langfristig der mathematischen Studierfähigkeit.

Die Einschätzungen der Hochschullehrenden, dass Abstraktionsfähigkeit, Differenzierungsfähigkeit und Genauigkeit sehr wichtige Teilaspekte der allgemeinen Studierfähigkeit sind, bedeuten einen klaren Auftrag zur Stärkung der mathematischen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler, da genau die Ausbildung dieser Fähigkeiten als Vorteile von prozessorientiertem Mathematikunterricht gesehen werden.

Die Ergebnisse der Untersuchung zur Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit bei Studienanfängerinnen und -anfängern zeigen, dass ca. ein Drittel der Studierenden Schwierigkeiten im Bereich Mathematik in ihrem Studium erwarten. Dies wird durch die Einschätzungen von Hochschullehrenden voll bestätigt. Die Studierenden selbst schätzen nur ihre prozessorientierten Fähigkeiten schlecht ein. Die handwerklichen Fertigkeiten werden von ihnen – zumindest in den ersten beiden Wochen nach Studienbeginn – als gut eingeschätzt. Dieser Einschätzung widersprechen sowohl die Hochschullehrenden wie auch die Ergebnisse von TIMSS III.

Es zeigt sich eine klare Diskrepanz zwischen den Selbsteinschätzungen der Fähigkeiten und Kenntnissen und der Einschätzung der Wichtigkeit dieser Fähigkeiten und Kenntnisse. Die – gut eingeschätzten – handwerklichen Fähigkeiten werden als weniger wichtig eingestuft als die prozessorientierten Fähigkeiten. Also scheint den Studienanfängerinnen und -anfängern bewusst zu sein, dass mathematische Kompetenzen langfristig wichtiger sind als „Rezeptwissen“ und dies obwohl die Befragten meist keinen Mathematikunterricht erlebten, bei dem viel Wert auf diese Kompetenzen gelegt wurde.

Aufgrund der Konzeption der Untersuchung können aus den hier vorliegenden Ergebnissen nur Rückschlüsse auf den Mathematikunterricht der Schule v.a. der gymnasialen Oberstufe gezogen werden. Dabei stellte sich heraus, dass die Befragten selbst sich einen Mathematikunterricht mit mehr Projektarbeit, Alltagsmathematik, Arbeiten an komplexen Problemen und an konkreten Anwendungen wünschen. Einen noch größeren Bedarf im Schulunterricht sehen die Studienanfängerinnen und -anfänger allerdings im Umgang mit Computersoftware und sogar dem Erstellen einfacher Computerprogramme.

Der derzeitige Ansatz zu Änderungen im Bildungssystem weg von Mathematik als Produkt und hin zu mehr Prozess- und Anwendungsorientierung – unterstützt durch den sinnvollen Einsatz von Informationstechnologie – stellt eine sehr gute Möglichkeit dar, sowohl den Wünschen der Studienanfängerinnen und -anfänger als auch den Forderungen nach einer verstärkten Vermittlung mathematischer Kompetenzen entgegenzukommen.

Prozessorientierte Fähigkeiten oder mathematische Kompetenzen können Schülerinnen und Schüler nur entwickeln, wenn die Lehrenden dies in allen Unterrichtsbereichen (Planung, Vorbereitung, Umsetzung, Bewertung,...) im Blick bewahren. Dabei kann durch den Prozess der Festlegung und Umsetzung von Bildungsstandards ein gangbarer Weg aufgezeigt werden, diese Änderungen im Bildungssystem mittelfristig zu erreichen.

Anhang A Fragebogen

Umfrage zur Mathematik am Studienbeginn
Universität Hohenheim

Dieser Fragebogen ist ein Teil einer Untersuchung zu dem Übergang von der Schule zur Hochschule im Bereich Mathematik und zu den Problemen, die bei Studienanfängerinnen und -anfängern in Mathematik auftreten können. Bitte nehmen Sie sich ca. 15 Min. Zeit diesen Fragebogen auszufüllen.
Vielen Dank für Ihre Mitarbeit! Christine Bescherer

1. Persönliche Angaben: Bitte ankreuzen oder ausfüllen!

Geschlecht: weiblich ☐ männlich ☐

Alter: ______ Jahre

Staatszugehörigkeit: ______

Studiengang: ______

In welchem Jahr haben Sie die Hochschulzugangsberechtigung erlangt? ______

Welche Hochschulzugangsberechtigung (HZB) haben Sie?
Allg. Hochschulreife / Abitur ☐ Fachhochschulreife ☐ Sonstige ☐

Welche Schulart haben Sie besucht?
Allg. Gymnasium ☐ TG ☐ EG ☐ WG ☐ AG ☐
Fachoberschule ☐ Berufskolleg (einj.) ☐ Berufskoll. (zweij.) ☐
Sonstige: ______

In welchem Bundesland (Land) haben Sie Ihr/e Abitur / HZB erlangt? ______

Welche Leistungskurse hatten Sie belegt? ______

Abitur/HZB-Gesamtnote: ______ (als Note: z.B. 2,3)

Punkte im Mathematikabitur : ______ oder Note in Mathematik der HZB: ______

Was haben Sie in der Zeit zwischen Abitur /HZB und Studienbeginn gemacht?

Ferien ☐ Gejobbt ☐ Ausbildung als ______
BW / Zivi ☐ Soz. Jahr ☐ Studium: ______
Praktikum ☐ Öko. Jahr ☐ Sonstiges: ______

Besuchten Sie den Mathematik-Vorkurs? ja ☐ nein ☐

Geben Sie bitte kurz Ihre Gründe für den Besuch bzw. Nichtbesuch des Vorkurses an:

______

______

______

______

Rückseite -->

2. Bitte stufen Sie Ihre Fähigkeiten / Kenntnisse in den folgenden Gebieten ein:

	sehr schlecht	schlecht	mittel	gut	sehr gut		Begriff sagt mir nichts
Kurvendiskussion							
Graphisch Veranschaulichen							
Konstruktionstexte erstellen							
Geometrische Beweise							
Umgang mit Wahrscheinlichkeiten							
Verbale Beschreibung mathematischen Tuns							
Beweisen allgemein							
Logisches Argumentieren							
Textaufgaben lösen							
Kopfrechnen							
Umformen von math. Ausdrücken							
Überblick über das Fach Mathematik							
Begründen Ihres Lösungsweges							
Mathematische Modelle entwickeln							
Formeln verwenden							
Ergebnisse selbständig überprüfen							
Komplexe Probleme lösen							
Umgang mit Computersoftware							
Einfache Computer-Programme erstellen							

3. Für wie wichtig halten Sie die folgenden Fähigkeiten / Kenntnisse auch außerhalb der Schule?

	über-flüssig	weniger wichtig	mittel	wichtig	sehr wichtig		Begriff sagt mir nichts
Kurvendiskussion							
Graphisch Veranschaulichen							
Konstruktionstexte erstellen							
Geometrische Beweise							
Umgang mit Wahrscheinlichkeiten							
Verbale Beschreibung mathematischen Tuns							
Beweisen allgemein							
Logisches Argumentieren							
Textaufgaben lösen							
Kopfrechnen							
Umformen von math. Ausdrücken							
Überblick über das Fach Mathematik							
Begründen Ihres Lösungsweges							
Mathematische Modelle entwickeln							
Formeln verwenden							
Ergebnisse selbständig überprüfen							
Komplexe Probleme lösen							
Umgang mit Computersoftware							
Einfache Computer-Programme erstellen							

4. In welchen Bereichen sollte Ihrer Meinung nach als Vorbereitung für das Studium in der Schule mehr bzw. weniger getan werden?

	Es sollte weniger getan werden	Anbegot ist ange-messen	Es sollte mehr getan werden	Begriff sagt mir nichts
Kurvendiskussion				
Graphisch Veranschaulichen				
Konkrete Anwendungen				
Begründen und Beweisen				
Statistik und Wahrscheinlichkeiten				
Verbale Beschreibung mathematischen Tuns				
Logisches Denken				
Überblick über das Fach Mathematik				
Lösen von Textaufgaben				
Kopfrechnen				
Verwenden von Formeln				
Selbständiges Überprüfen von Ergebnissen				
Alltagsmathematik				
Arbeiten an mathematischen Projekten				
Umgang mit Computersoftware				
Einfache Computer-Programme erstellen				

5. Wie gut fühlen Sie sich in den folgenden Bereichen für das Studium gerüstet?

	sehr schlecht	schlecht	mittel	gut	sehr gut	nicht relevant
Mathematik						
Umgang mit der deutschen Sprache						
Umgang mit englischen Texten						
andere Fremdsprachen						
Naturwissenschaften						
Umgang mit Computersoftware						
Im Internet suchen						
Vorträge halten						
Referate / Hausarbeiten erstellen						
Fachliteratur (allg.) lesen						
Mathematik-Fachliteratur lesen (auf deutsch)						
Englische Fachliteratur (allg.) lesen						
Bibliotheken benutzen						
Einfache Programme erstellen						

6. Wie oft haben Sie die folgenden Arbeitsformen im Mathematikunterricht der Oberstufe erlebt?

	nie	selten	häufig	immer	Begriff sagt mir nichts
Lehrervortrag					
Gruppenarbeit					
Unterrichtsgespräch					
Schülerarbeit mit dem Computer					
Schülerreferate					
Einzelarbeit					
Partnerarbeit					
Arbeiten mit dem Internet					
Arbeiten an Projekten					

7. Wie häufig wurden folgende Medien / Materialien in Ihrem Mathematikunterricht eingesetzt?

	nie	selten	häufig	immer	Begriff sagt mir nichts
Tafel und Kreide					
Overhead-Projektor					
Computer Demo-Programme					
Lernprogramme					
Graphischer Taschenrechner					
Taschenrechner					
Tabellenkalkulation					
Textverarbeitung					
Geometrieprogramme					
Stochastische Programme					
Computeralgebrasysteme					
Papier und Bleistift					
Geometrie-Baukästen					
Internet					
Körper - Modelle z.B. Kegel					
Video/Dia					
Lernspiele					

8. Schätzen Sie Ihr Verständnis folgender Themen ein:

	sehr schlecht	schlecht	mittel	gut	sehr gut	nicht behandelt
Differenzieren /Ableiten						
Integrieren						
Folgen und Reihen						
Grenzwerte						
Kurvendiskussion						
Optimierungsprobleme						
Bestimmung von Flächeninhalten						
Lineare Gleichungssysteme						
Vektorrechnung						
Geraden, Ebenen, Kugeln						
Kombinatorik						
Wahrscheinlichkeitsbegriff						
Testen v. Hypothesen						
Pfadregeln						

9. Wie stark haben Sie diese Themen interessiert?

	über- haupt nicht	gering	mittel	hoch	sehr hoch	nicht behandelt
Analysis						
Analyt. Geometrie / Lin. Algebra						
Wahrscheinlichkeitsrechnung						

10. Wie stark erwarten Sie in Ihrem Studium in den folgenden Bereichen Schwierigkeiten?

	keine	geringe	mittlere	große	sehr große
im zeitlichen Aufwand					
im Koordinieren von Geldverdienen & Studium					
im selbständigen Arbeiten					
in der Organisation des Studiums					
in der englischen Fachliteratur					
in Mathematik					
im Umgang mit dem Computer					

11. Wie wichtig waren die folgenden Punkte bei Ihrer Studienentscheidung?

	völlig unwichtig	unwichtig	mittel	wichtig	sehr wichtig
Berufswunsch					
Interesse am Fach					
Chance, viel Geld zu verdienen					
keine besseren Ideen					
Wunsch der Eltern					
Berufsaussichten					

12. Bitte kreuzen Sie an, wie weit Sie den folgenden Aussagen zustimmen:

	stimme gar nicht zu	stimme etwas zu	weder/noch	stimme stark zu	stimme voll und ganz zu
Das Wichtigste ist, das Studium mit guten Noten abzuschließen.					
Das Wichtigste ist, das Studium so schnell wie möglich abzuschließen.					
Am Besten kann ich mit einer Gruppe oder einem/r Partner/in lernen.					
Ich werde alles alleine lernen.					
Ich werde den größten Teil meiner Zeit für das Studium aufwenden.					
Studieren muss bei mir nebenher gehen.					
Ich erledige i. A. Aufgaben so schnell wie möglich.					
Ich schiebe Mathematikaufgaben so lange es geht vor mir her.					
Ich schreibe ungern Aufsätze, Briefe,...					
Mathematik wird in der Schule überbewertet.					
Mathematik ist eines der wichtigsten Fächer überhaupt.					
Ich hasse Mathematik.					
Ich habe Angst, wegen Mathematik mein Studium nicht zu schaffen.					
Ich bin an Sprachen interessiert.					
Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen.					
Der Mathematikunterricht in der Schule bereitet nicht aufs Leben vor.					
Ich möchte gerne mehr Mathematik lernen.					
Mathematik ist ein notwendiges Übel.					

13. Woher stammen Ihre Informationen / Einschätzungen zu Schwierigkeiten bei Mathematik im Studium?

	völlig unwichtig	unwichtig	mittel	wichtig	sehr wichtig
Aus Informationsbroschüren der Hochschule					
Von Freunden / Bekannten, die studieren bzw. studierten.					
Von Familienangehörigen, die studieren bzw. studierten.					
Von Freunden / Bekannten, die nicht studieren bzw. studierten.					
Von Familienangehörigen, die nicht studieren bzw. studierten.					
Von meinen Mathematik-Lehrerinnen / -Lehrern					
Von anderen Lehrerinnen / Lehrern					
Aus den Medien (Zeitungen, Fernsehen,...)					
Aus dem Internet					
Sonstige Quellen:					

Anhang B Übersicht Studiengänge

Kurze Charakterisierung der einzelnen Hochschulen:

- Die **Fachhochschule Esslingen, Hochschule für Technik** besteht aus 9 Fachbereichen mit insgesamt 17 grundständigen Studiengängen und 4 Aufbaustudiengängen in den Bereichen Ingenieurwissenschaften, Informationstechnik und Wirtschaftswissenschaften. Das Ziel dieser, aus einer Staatlichen Ingenieurschule entstandenen Hochschule, ist eine praxisorientierte und berufsqualifizierende Ausbildung auf der Basis wissenschaftlicher Grundlagen.

- Das Studienangebot der **Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg** umfasst die grundständigen Studiengänge für die Lehrämter an Grund- und Hauptschulen, Realschulen und Sonderschulen sowie den Aufbaustudiengang für das Lehramt an Sonderschulen. Daneben gibt es den grundständigen Diplomstudiengang für Erziehungswissenschaft mit den drei Studienrichtungen Schulpädagogik, Erwachsenenbildung und Sonderpädagogik, den Diplomaufbaustudiengang Erziehungswissenschaft mit der Studienrichtung Sonderpädagogik in Verbindung mit der Universität Tübingen sowie einen grundständigen Magisterstudiengang mit fachdidaktischem Schwerpunkt und den Magisteraufbaustudiengang Kulturmanagement.

- Die **Universität Hohenheim** hat ihren Schwerpunkt im natur-, agrar- und wirtschaftswissenschaftlichen Bereich. Sie bietet 14 grundständige Studiengänge, 4 Master-Studiengänge und zwei Aufbaustudiengänge an. Alle grundständigen Studiengänge müssen mindestens einen Leistungsnachweis in Mathematik oder Statistik ablegen.

Die Zuordnung zu den vier Fachbereichen „Lehramt“, „Wirtschaftswissenschaften“, „Naturwissenschaften“ und „Ingenieurwissenschaften“ erfolgte v.a. wegen der teilweise sehr geringen Anzahl von Studierenden in den einzelnen Fächern. In den Bereich “Wirtschaftswissenschaften“ wurden sowohl die wirtschaftswissenschaftlichen Studiengänge der Universität Hohenheim als auch die der Fachhochschule Esslingen zusammengefasst. Zum Bereich „Lehramt“ würden außer den Studierenden der Pädagogischen Hochschule auch noch die Studierenden des Fachs „Biologie Lehramt“ der Universität Hohenheim gehören, aber in der untersuchten Stichprobe war kein Studierender dieses Faches vertreten.

Tabelle 7.1: Zuordnung der Studiengänge zu den Fachbereichen Teil 1

Studiengang	Anzahl	Fachbereich	Hochschule
Sonderschule m. Mathematik	19	Lehramt	Ludwigsburg
Sonderschule o. Mathematik	5	Lehramt	Ludwigsburg
GHS mit Mathematik	97	Lehramt	Ludwigsburg
GHS ohne Mathematik	31	Lehramt	Ludwigsburg
Realschule mit Mathematik	68	Lehramt	Ludwigsburg
Realschule ohne Mathematik	9	Lehramt	Ludwigsburg
Wirtschaftswissen-schaften	157	Wirtschaftswissen-schaften	Hohenheim
Wirtschaftspädago-gik	40	Wirtschaftswissen-schaften	Hohenheim
Technische Betriebswirtschaft	39	Wirtschaftswissen-schaften	Esslingen
Betriebswirtschaft/ Wirtschaftsinge-nieurwesen	17	Wirtschaftswissen-schaften	Esslingen
Biologie	12	Naturwissenschaften	Hohenheim
Allg. Agrarwissenschaften	14	Naturwissenschaften	Hohenheim
Agrarbiologie	16	Naturwissenschaften	Hohenheim
Lebensmitteltechno-logie	19	Naturwissenschaften	Hohenheim
Ernährungswissen-schaften	7	Naturwissenschaften	Hohenheim
Chemieingenieurwe-sen	10	Ingenieurwissen-schaften	Esslingen
Fahrzeugtech-nik/Antrieb und Service	43	Ingenieurwissen-schaften	Esslingen

Tabelle 7.2: Zuordnung der Studiengänge zu den Fachbereichen Teil 2

Studiengang	Anzahl	Fachbereich	Hochschule
Fahrzeugtechnik/Karosserie und Mechatronik	35	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Informationstechnik/ Nachrichtentechnik	9	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Informationstechnik/ Softwaretechnik	70	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Informationstechnik/ Technische Informatik	30	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Maschinenbau/ Entwicklung und Konstruktion	45	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Maschinenbau/ Produktion und Organisation	35	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Mechatronik/ Automatisierungstechnik	37	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Mechatronik/ Elektronik	28	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Mechatronik/ Feinwerktechnik	28	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Mechatronik/ Mikrosystemtechnik	22	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Versorgungstechnik und Umwelttechnik	37	Ingenieurwissenschaften	Esslingen
Elektrotechnik	50	Ingenieurwissenschaften	Esslingen

Anhang C Verteilung Fachbereiche und Geschlecht

Fachbereich	Männer	Frauen	Gesamt
Lehramt	31 (13,5 %)	198 (86,5 %)	229 *(22,3 %)*[a]
Wirtschaftswissenschaften	147 (58,1 %)	106 (41,9 %)	253 *(24,6 %)*[a]
Naturwissenschaften	16 (23,5 %)	52 (76,5 %)	68 *(6,6 %)*[a]
Ingenieurwissenschaften	448 (93,5 %)	31 (6,5 %)	479 *(46,6 %)*[a]
Gesamt	642 (62,4 %)	387 (37,6 %)	1029 *(100 %)*[b]

[a] prozentualer Anteil dieses Fachbereichs an der Gesamtstichprobe

[b] Bei 15 Fragebögen von Studierenden der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg konnte der Studiengang nicht festgestellt werden, da sie z.B. nur „Deutsch, Englisch“ eingetragen haben und sich dies sowohl auf Lehramt Realschule wie auch Lehramt Grund- und Hauptschule beziehen kann.

Tabelle 7.3: Verteilung Fachbereiche und Geschlecht

Anhang D Korrelationen der Leitfragen

	Für das Studium im Bereich Mathematik gerüstet	erwartete Schwierigkeiten im Bereich Mathematik	Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen
Selbsteinschätzung der Fähigkeiten und Kenntnisse[a]			
Kurvendiskussion	$0,451^{**}$	$-0,273^{**}$	$-0,252^{**}$
graph. Veranschaulichen	$0,299^{**}$	$-0,166^{**}$	$-0,094^{**}$
Konstruktionstexte erstellen	$0,283^{**}$	$-0,204^{**}$	$-0,146^{**}$
geometrische Beweise	$0,277^{**}$	$-0,242^{**}$	$-0,119^{**}$
Umg. m. Wahrscheinlichkeiten	$0,179^{**}$	$-0,216^{**}$	$-0,130^{**}$
verbale Beschreibung mathematischen Tuns	$0,314^{**}$	$-0,215^{**}$	$-0,160^{**}$
Beweisen allgemein	$0,329^{**}$	$-0,280^{**}$	$-0,141^{**}$
log. Argumentieren	$0,317^{**}$	$-0,248^{**}$	$-0,161^{**}$
Textaufgaben lösen	$0,257^{**}$	$-0,185^{**}$	$-0,128^{**}$
Kopfrechnen	$0,104^{**}$	$-0,091^{**}$	–
Umformen math. Ausdrücke	$0,357^{**}$	$-0,233^{**}$	$-0,168^{**}$
Überblick über das Fach Mathematik	$0,513^{**}$	$-0,370^{**}$	$-0,245^{**}$
Begründen Lösungsweg	$0,347^{**}$	$-0,240^{**}$	$-0,187^{**}$
math. Modelle entwickeln	$0,401^{**}$	$-0,309^{**}$	$-0,202^{**}$
Formeln verwenden	$0,330^{**}$	$-0,191^{**}$	$-0,184^{**}$
Ergebnisse selbstständig überprüfen	$0,327^{**}$	$-0,252^{**}$	$-0,176^{**}$
komplexe Probleme lösen	$0,397^{**}$	$-0,304^{**}$	$-0,215^{**}$

[a] Es wurden nur Korrelationskoeffizienten, die höchst signifikant sind, dargestellt.

Tabelle 7.4: Korrelationskoeffizienten nach Spearman zu den Leititems der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit (Teil 1)

	Für das Studium im Bereich Mathematik gerüstet	erwartete Schwierigkeiten im Bereich Mathematik	Angst wegen Mathematik das Studium nicht zu schaffen
Selbsteinschätzung des Verständnisses[a]			
Differenzieren/Ableiten	0,392**	−0,305**	−0,248**
Integrieren	0,373**	−0,289**	−0,250**
Folgen und Reihen	0,247**	−0,259**	−0,178**
Grenzwerte	0,405**	−0,329**	−0,270**
Kurvendiskussion	0,419**	−0,297**	−0,270**
Optimierungsprobleme	0,336**	−0,279**	−0,229**
Bestimmung von Flächeninhalten	0,301**	−0,301**	−0,209**
lineare Gleichungssysteme	0,351**	−0,243**	−0,241**
Vektorrechung	0,255**	−0,194**	−0,143**
Geraden, Ebenen, Kugeln	0,257**	−0,185**	−0,128**
Kombinatorik	0,295**	−0,228**	−0,134**
Wahrscheinlichkeit	0,212**	−0,213**	−0,124**
Testen v. Hypothesen	0,345**	−0,259**	−0,174**
Pfadregeln	0,268**	−0,198**	−0,207**
Wie stark haben Sie folgende Themen interessiert?			
Analysis	0,381**	−0,237**	−0,221**
anlyt. Geometrie/lin. Algebra	0,304**	−0,219**	−0,137**
Zustimmung zu den Aussagen:			
Der Mathematikunterricht in der Schule ist angemessen.	0,300**	−0,188**	−0,103**
Der Mathematikunterricht in der Schule bereitet nicht auf das Leben vor.	−0,264**	0,178**	0,181**
Ich hasse Mathematik.	−0,451**	0,350**	0,333**
Mathematik ist ein notwendiges Übel.	−0,336**	0,288**	0,286**
Am besten kann ich in einer Gruppe/ mit einem Partner lernen.	−0,123**	0,157**	0,227**
Ich schiebe Mathematikaufgaben so lange es geht vor mir her.	−0,295**	0,204**	0,198**
gerundete Abiturnote	−0,250**	0,130**	0,192**
Mathem.-Punkte[b]	0,486**	−0,334**	−0,227**

[a] Es wurden nur Korrelationskoeffizienten, die höchst signifikant sind, dargestellt.
[b] Da nur die Abiturienten Punkte im Mathematikabitur bekommen haben, wurden hier nur die Befragten, die ein allgemeines Gymnasium besucht haben, berücksichtigt.

Tabelle 7.5: Korrelationskoeffizienten nach Spearman zu den Leititems der Selbsteinschätzung der mathematischen Studierfähigkeit (Teil 2)

Anhang E Wichtigkeit einzelner Aspekte der Studierfähigkeit

Tabelle 7.6: Gewichtung der Fähigkeiten der kognitiven und persönlichen Dimension (nach Konegen-Grenier 2002, S. 80 ff)[a]

kognitive Dimension	Mittelwert[b]	persönliche Dimension	Mittelwert
Abstraktionsfähigkeit	1,69	inhaltliches Interesse	1,65
Differenzierungsfähigkeit	1,77	Leistungsmotivation	1,77
Synthesefähigkeit	2,0	Genauigkeit	1,82
Transferfähigkeit	2,06	Zielstrebigkeit	1,86
Kreativität	2,16	Beharrlichkeit	1,9
sprachliche Ausdrucksfähigkeit	2,21	hohes intellektuelles Anspruchsniveau	2,17
		Fähigkeit inhaltliche Unsicherheiten auszuhalten	2,46
		Fähigkeit zur Selbstreflexion	2,52

[a] Die Einschätzungen der Hochschullehrenden aus den Geisteswissenschaften weichen teilweise vom Durchschnitt ab, da aber der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit bei den anderen Fachrichtungen liegt, wird hier nicht weiter differenziert.

[b] Mittelwerte bei einer Skala von 1 (sehr wichtig) bis 5 (unwichtig).

Tabelle 7.7: Gewichtung der Fähigkeiten der sozialen und fachlichen Dimension nach Fr. Konegen-Grenier (vgl. Konegen-Grenier 2002, S. 80 ff)

soziale Dimension	Mittelwert	fachliche Dimension	Mittelwert
Zuverlässigkeit	1,87	Englisch	1,95
Kommunikationsfähigkeit	2,03	Mathematik[b]	2,11
Teamfähigkeit	2,1	Deutsch	2,16
Frustrationstoleranz	2,44	Informatik	2,34
Konfliktfähigkeit	2,7	Physik	2,68
Fähigkeit, sich in der Hochschule zurecht zu finden	2,81	Wirtschaft	2,75
		Arbeitstechniken	Mittelwert
		Präsentationsfähigkeit	1,99
		Textverarbeitung	2,06
		Recherchetechniken	2,13
		Internetkenntnisse	2,27

[a] Mittelwerte bei einer Skala von 1 (sehr wichtig) bis 5 (unwichtig).

[b] Außer in den Geisteswissenschaften, in denen Mathematik einen Mittelwert von 3,55 erzielt, ist es für die Fachbereiche Mathematik, Naturwissenschaft, Medizin (Mittelwert 1,78) und Ingenieurwissenschaften (Mittelwert 1,56) das wichtigste Fach überhaupt. (vgl. Konegen-Grenier 2002, S. 87)

Anhang F Wichtigkeit von Schlüsselqualifikationen aus Sicht der Ausbildungsbetriebe

Die Schlüsselqualifikationen stufen die Ausbildungsbetriebe[1] folgendermaßen ein:

Schlüsselqualifikation	sehr wichtig oder wichtig (in Prozent)	Schlüsselqualifikation	sehr wichtig oder wichtig (in Prozent)
Leistungsbereitschaft	99,8 %	selbstständiges Lernen	94,2 %
Einstellung zur Arbeit	99,5 %	Zielstrebigkeit	92,5 %
Zuverlässigkeit	97,4 %	kommunikatives Verhalten	92,1 %
Verantwortungsbewusstsein	97,4 %	planvolles Arbeiten	89,9 %
Konzentrationsfähigkeit	97,2 %	Motivation	88,2 %
Teamfähigkeit	95,4 %	Kritikfähigkeit	83,5 %
logisches Denken	95,0 %	Beständigkeit	82,8 %
Initiative	94,7 %	Belastbarkeit	82,6 %
		Kreativität	75,7 %

Tabelle 7.8: Gewichtung der Schlüsselqualifikationen durch die Ausbildungsbetriebe (nach Gartz & al. 1999, S.80)

[1] Es werden hier nur die Ergebnisse des kaufmännischen Bereichs wiedergegeben, da der größte Teil der Auszubildenden mit allgemeiner Hochschulreife in diesem Bereich arbeitet.(Gartz & al. 1999, S.64)

Anhang G Strukturmodelle

Zur Verbesserung der Lesbarkeit werden auf den folgenden Seiten die Strukturmodelle aus dem Kapitel 5.9.4 vergrößert dargestellt.

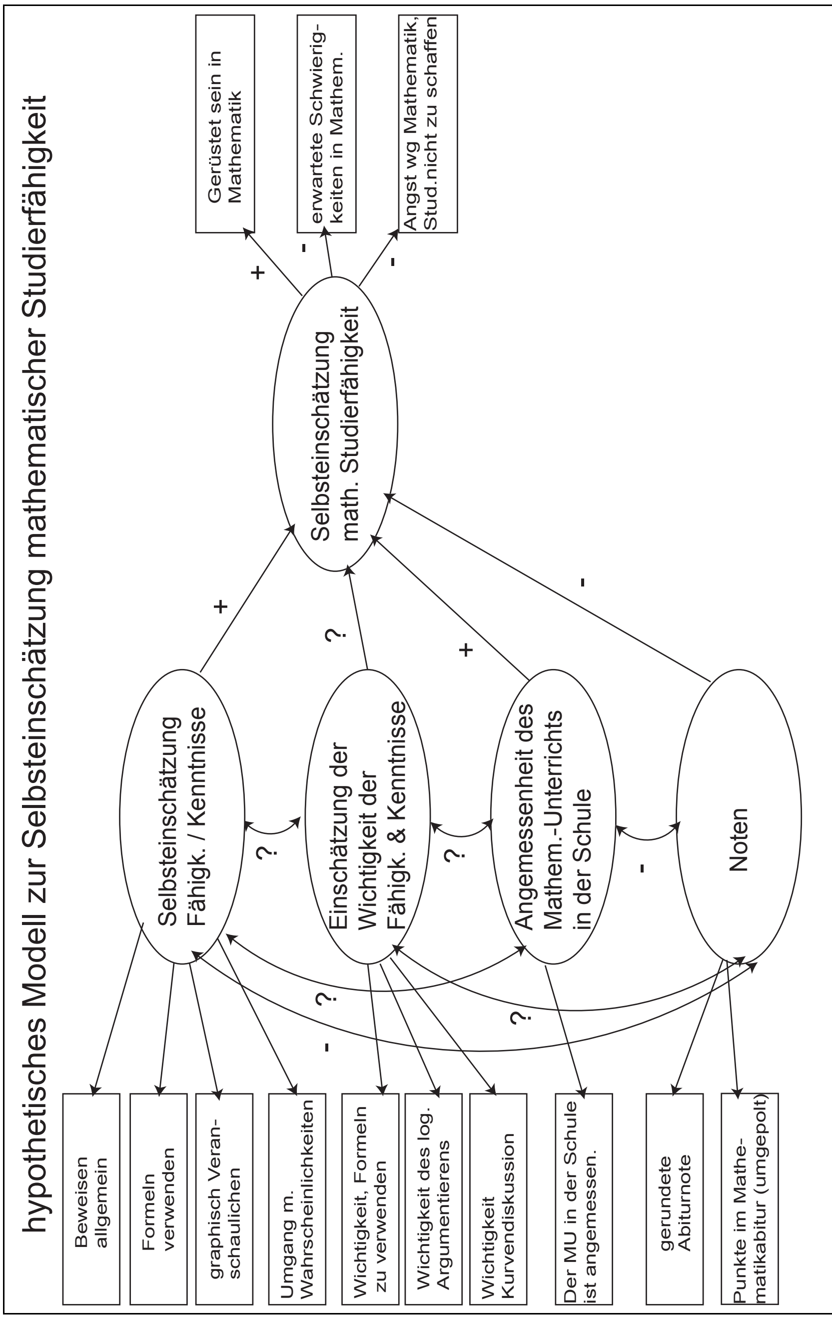


Abbildung 7.1: erwartetes Strukturmodell der mathematischen Studierfähigkeit, s. S. 132

Berechnetes Strukturmodell der mathematischen Studierfähigkeit (s. S. 138)

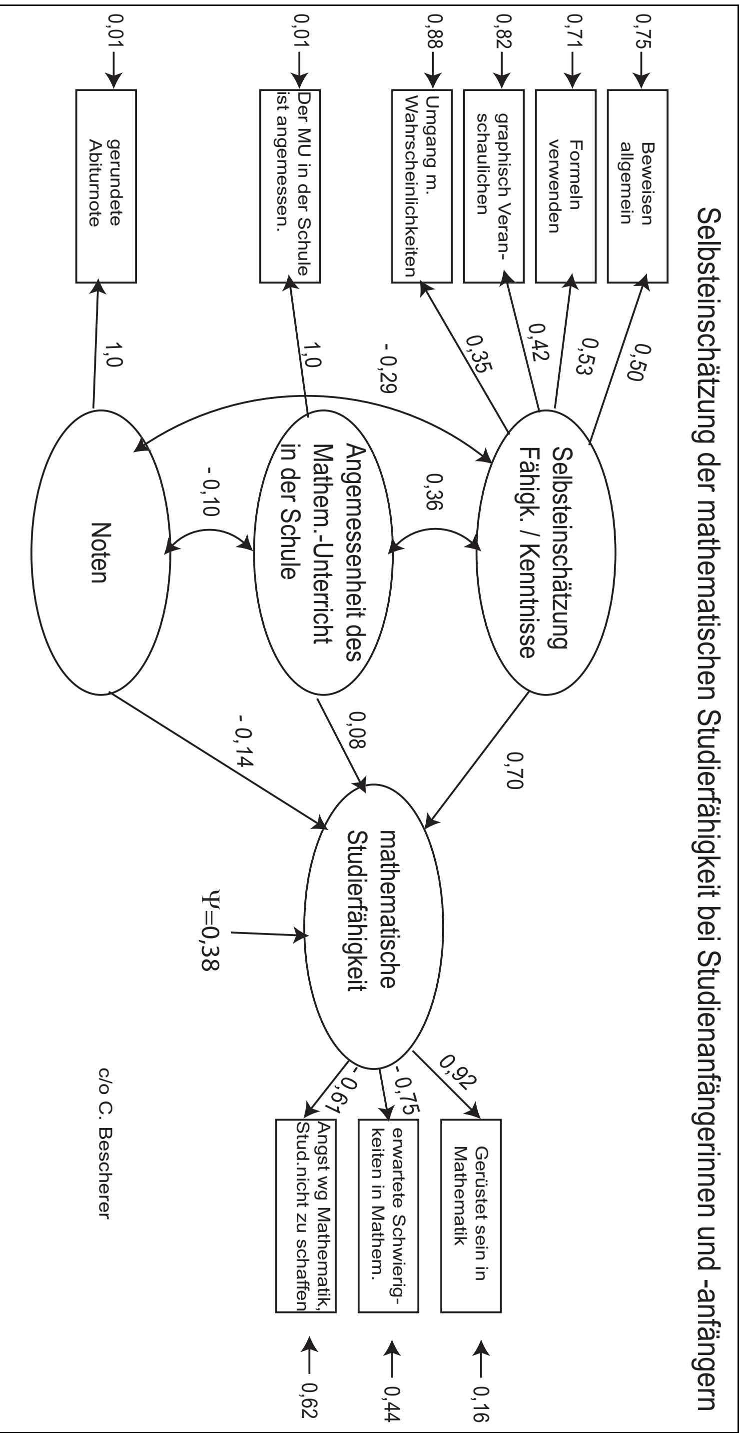


Abbildung 7.2: errechnetes Strukturmodell der mathematischen Studierfähigkeit, s. S. 138

Berechnetes Strukturmodell unter Berücksichtigung des Geschlechts (s. S. 140)

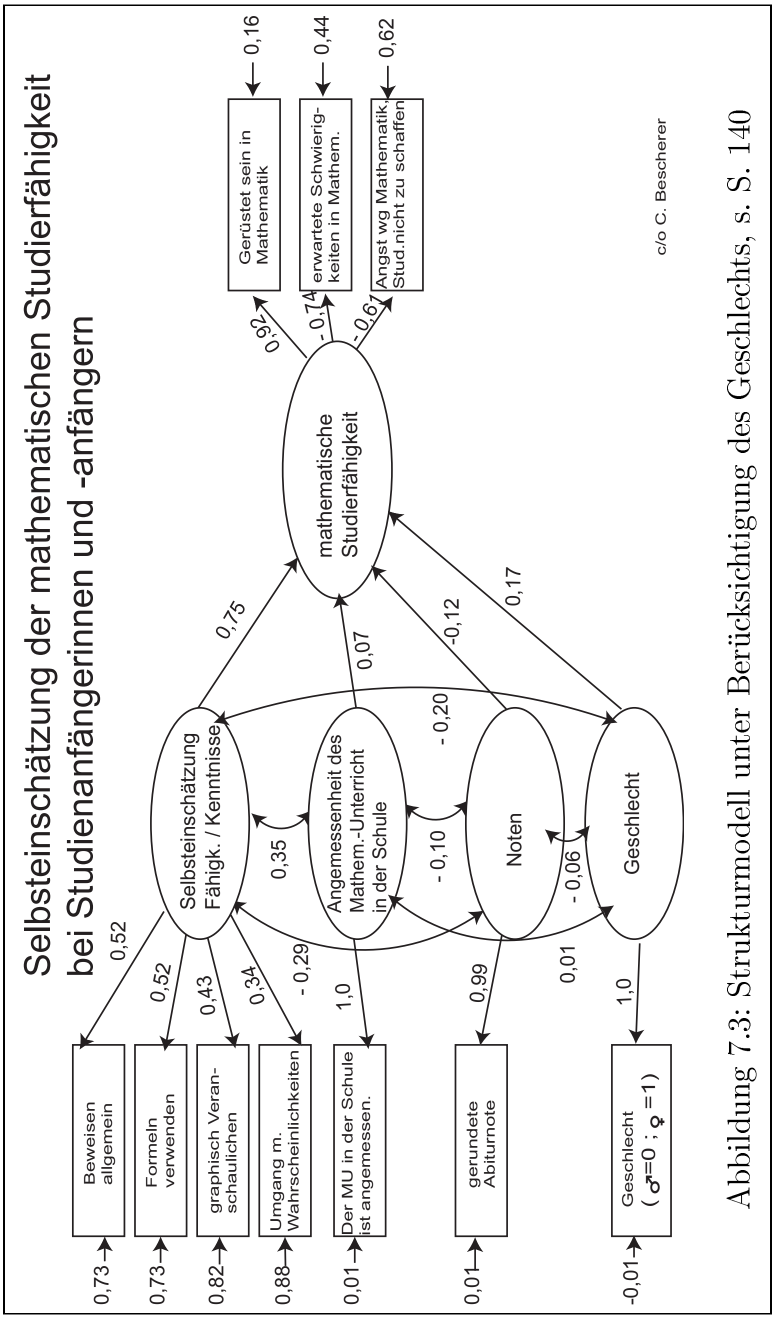


Abbildung 7.3: Strukturmodell unter Berücksichtigung des Geschlechts, s. S. 140

Berechnetes Strukturmodell der mathematischen Studierfähigkeit bei Absolventinnen und Absolventen allgemeinbildender Gymnasien unter Einbeziehung der Mathematikpunkte (s. S. 141)

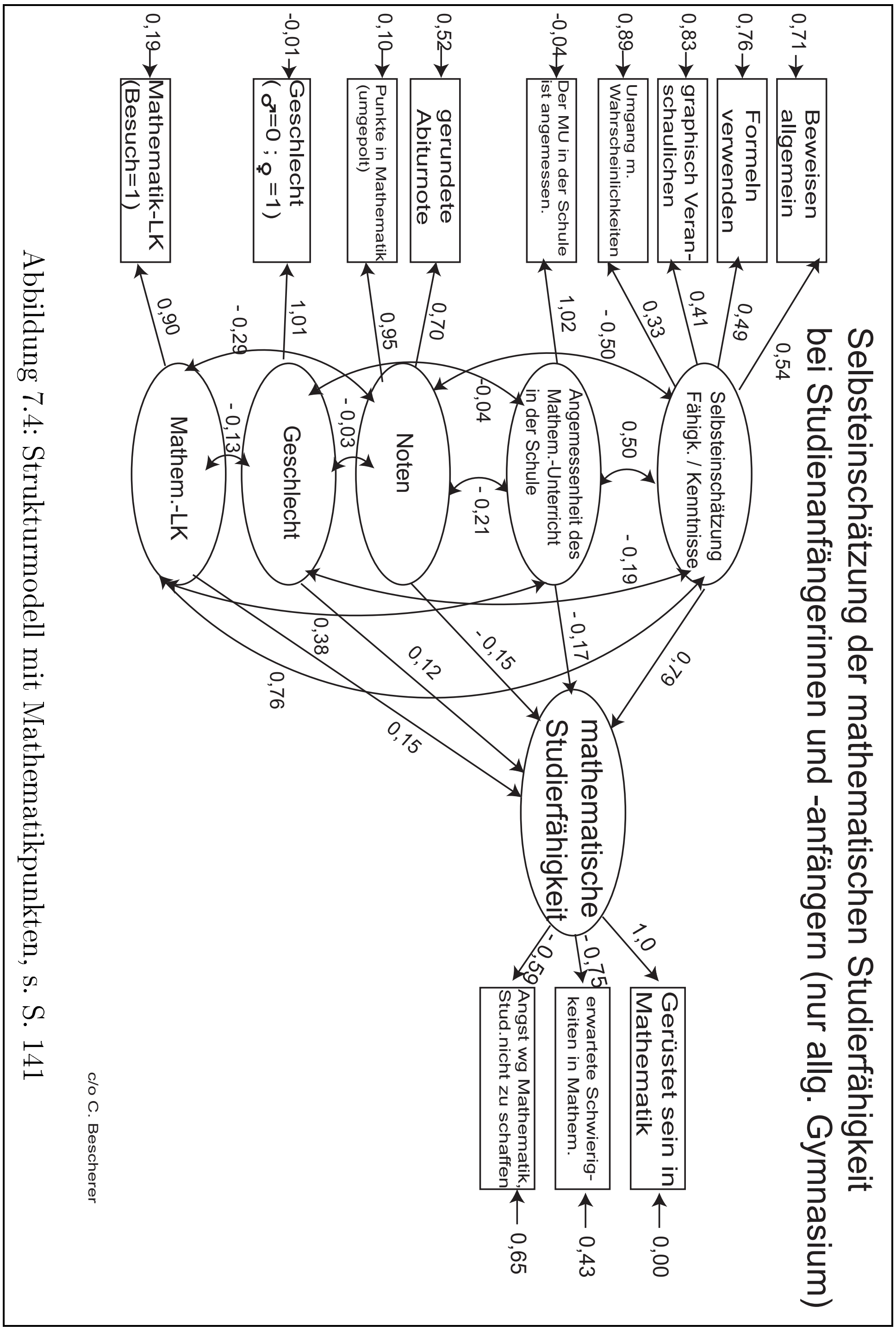


Abbildung 7.4: Strukturmodell mit Mathematikpunkten, s. S. 141

Anhang H Beispielaufgaben

Die Aufgaben auf den folgenden Seiten dienen zur Illustration verschiedener Aussagen im Text und sind bis auf den WebQuest nicht zur direkten Übernahme in einen Mathematikvorkurs oder -unterricht gedacht.

Einsatz des TI-92 in der 7. und 8. Schulstufe / Fürst Seite 43

GERADEN – GERADEN – GERADEN (ARBEITSANLEITUNG):

1.Teil: Arbeite mit dem TI-92!

Gib in den y – Editor ein: $y_1(x) = x$

Wähle als WINDOW-Einstellung: xmin= -6 ymin = -6
xmax = 6 ymax = 6
xsc =1 ysc = 1

Miss mit F3: TRACE : xc = 1 yc = ...
(Erinnere dich: Du musst im Trace-Modus nur 1 eintippen und schon springt das Fadenkreuz auf den gewünschten Punkt - den mit x-Koordinate 1 - und der TI zeigt unter yc den Wert der y- Koordinate des Punktes an. Hier yc = 1).
Trage den Wert (1 / 1) in dein Arbeitsblatt ein und zeichne den Graphen mit Hilfe dieses Punktes in das vorgegebene Koordinatensystems.
Entferne im y – Editor mit F4 den Haken (die Aktivierung) bei y1(x)

Gib in den y – Editor ein: $y_2(x) = 2.x$ und verfahre wie im Punkt
Entferne im y – Editor mit F4 den Haken bei y2 (x)

Gib in den y – Editor ein: $y_3(x) = 3.x$ und verfahre wie im Punkt . Entferne im y – Editor mit F4 den Haken bei y3 (x).

Gib in den y – Editor ein: $y_4(x) = 5.x$ und verfahre wie im Punkt .

Hake mit F4 y1(x) bis y4(x) an und betrachte alle 4 Graphen am Display.

WAS FÄLLT AUF ???

THINK

Was ist allen Geraden gemeinsam?
Wodurch unterscheiden sich die Geraden?

Beantworte die Fragen am Arbeitsblatt!
Ob du die richtigen Antworten gefunden hast, kannst du am Lösungsblatt unter L1 nachlesen!

Einsatz des TI-92 in der 7. und 8. Schulstufe / Fürst Seite 44

2. Teil: Arbeite mit dem TI-92!

Lösche alle eingegebenen Funktionen!

Gib in den y – Editor ein: $y_1(x) = - x$
Miss mit F3: TRACE : xc = 1 yc = ...
Trage den Wert (1 /yc) in dein Arbeitsblatt und zeichne den Graphen mit Hilfe dieses Punktes in das vorgegebene Koordinatensystem.
Entferne im y – Editor mit F4 den Haken bei y1(x)

Gib in den y – Editor ein: $y_2(x) = - 2.x$ und verfahre wie im Punkt
Entferne im y – Editor mit F4 den Haken bei y2 (x)

Gib in den y – Editor ein: $y_3(x) = -3.x$ und verfahre wie im Punkt . Entferne im y – Editor mit F4 den Haken bei y3 (x).

Gib in den y – Editor ein: $y_4(x) = - 5.x$ und verfahre wie im Punkt .

Hake mit F4 y1(x) bis y4(x) an und betrachte alle 4 Graphen am Display.

WAS FÄLLT AUF ???

THINK

Was ist allen Geraden gemeinsam?
Wodurch unterscheiden sich die Geraden?

Beantworte die Fragen am Arbeitsblatt!
Ob du die richtigen Antworten gefunden hast, kannst du am Lösungsblatt unter L2 nachlesen!

---

3. Teil:

Beantworte die Fragen am Arbeitsblatt!
Ob du die richtigen Antworten gefunden hast, kannst du am Lösungsblatt unter L3 nachlesen!
Lösche die eingegebenen Funktionen

Gib nun in den TI die Funktion y1(x) = 0.x ein (eigentlich y1(x) = 0)
Betrachte den Graphen. Achtung der TI zeigt BUSY an, also zeichnet er etwas.
Kannst du etwas erkennen?

Miss mit F3: TRACE : xc = 1 yc = ..., xc = 2 yc = ...,
xc = 3 yc = ...,
Wo liegt der (versteckte) Graph?

Bearbeite die letzte Frage am Arbeitsblatt!
Lösche alle eingegebenen Funktionen

Abbildung 7.5: Beispiel für die Übertragung von herkömmlichen Herangehensweisen auf computerunterstützten Unterricht. Quelle: URL:`http://www.acdca.ac.at/material/kl4/ti_unter.htm`, Zugriffdatum: 6.8.2003

Kommunikative Aufgabe aus der (Vektor-) Geometrie – Teil A

Um diese Aufgabe aus der analytischen Geometrie lösen zu können, müssen Sie mit einem Partner/ einer Partnerin zusammenarbeiten. Sie bekommen dann zwei verschiedene „Hälften" der Aufgabenstellung.
Die Lösung besteht in der Dokumentation des Informationsaustausches, der zur Lösung der Aufgabe notwendig ist. Am einfachsten geht dies, indem Sie per E-Mail-Kommunikation die Aufgabe mathematisch lösen und dann die E-Mails zu einem Protokoll zusammenstellen.
Wichtig: Falls Sie „schummeln", d.h. die Aufgabenhälften einfach beide downloaden, ist es praktisch unmöglich oder zumindest wesentlich schwieriger, die notwendigen Kommunikationsschritte nachträglich zu erraten und überzeugend zu begründen.
Suchen Sie sich deshalb zuerst einen Partner/ eine Partnerin, einigen Sie sich, wer welchen Teil der Aufgabe bekommt, und beginnen Sie erst dann mit der Bearbeitung.

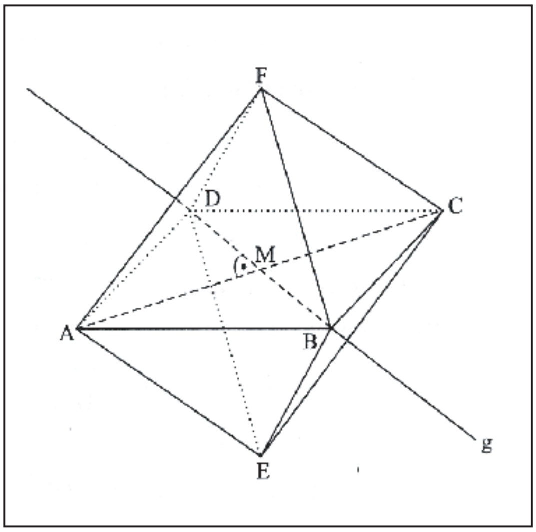
Bei einem Oktaeder sind alle Kanten gleich lang. Gegeben sind die Eckpunkte $A(7 \mid -6 \mid 13)$, $B(2 \mid -2 \mid 2)$, C und D.
Die Gerade g geht durch die Punkte B und D.
– Ermitteln Sie die Koordinaten von M, C und F.
– Berechnen Sie den Abstand des Punktes M von der Ebene $E1$
P sei der Mittelpunkt der Strecke AE.
Geben Sie den Winkel zwischen der Seitenfläche AEB und der Seitenfläche AED an. Das Oktaeder besteht aus zwei Pyramiden mit quadratischer Grundfläche, deren Spitzen B und D sich auf der Geraden g befinden.
Die Pyramide P_B mit der Spitze B wird dadurch verändert, dass ihre Spitze auf der Geraden g wandert.
Für jedes $c \in \mathbb{R}$ ist eine Kugel K_c gegeben durch:

$$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 - c \\ -10 + 8c \\ 6 - 4\,c \end{pmatrix}\right]^2 = 3\,.$$

– Zeigen Sie, dass die Mittelpunkte von K_c auf der Geraden g liegen.
– Zeigen Sie, dass für $-1 < c < 1$ diese Mittelpunkte im Innern des Oktaeders liegen.

Kommunikative Aufgabe aus der (Vektor-) Geometrie – Teil B
Um diese Aufgabe aus der analytischen Geometrie lösen zu können, müssen Sie mit einem Partner/ einer Partnerin zusammenarbeiten. Sie bekommen dann zwei verschiedene „Hälften“ der Aufgabenstellung.
Die Lösung besteht in der Dokumentation des Informationsaustausches, der zur Lösung der Aufgabe notwendig ist. Am einfachsten geht dies, indem Sie per E-Mail-Kommunikation die Aufgabe mathematisch lösen und dann die E-Mails zu einem Protokoll zusammenstellen.
Wichtig: Falls Sie „schummeln“, d.h. die Aufgabenhälften einfach beide downloaden, ist es praktisch unmöglich oder zumindest wesentlich schwieriger, die notwendigen Kommunikationsschritte nachträglich zu erraten und überzeugend zu begründen.
Suchen Sie sich deshalb zuerst einen Partner/ eine Partnerin, einigen Sie sich, wer welchen Teil der Aufgabe bekommt, und beginnen Sie erst dann mit der Bearbeitung.

Gegeben sei folgender Oktaeder:



Gegeben seien die Eckpunkte $A, B, D(4/-18/10)$ und $E(11/-11/2)$. Die Ebene $E1$ geht durch die Punkte A, B und E.
– Dem Oktaeder wird die Kugel K umbeschrieben. Geben Sie eine Gleichung von K an.
– Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Vektoren $\vec{PB}$ und $\vec{PD}$.
Das Oktaeder besteht aus zwei Pyramiden mit quadratischer Grundfläche, deren Spitzen B und D sich auf der Geraden g befinden. Die Pyramide P_D mit der Spitze D bleibt fest. Wie muss diese Spitze gewählt werden, damit jede Seitenfläche der veränderten Pyramide orthogonal ist zu derjenigen Seitenfläche von P_D, mit der sie eine gemeinsame Kante besitzt? Für jedes $c \in \mathbb{R}$ ist eine Kugel K_c gegeben durch:

$$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 - c \\ -10 + 8c \\ 6 - 4\,c \end{pmatrix}\right]^2 = 3\,.$$

– Für welche Werte von c liegen die zugehörigen Kugeln K_c ganz im Inneren des Oktaeders?

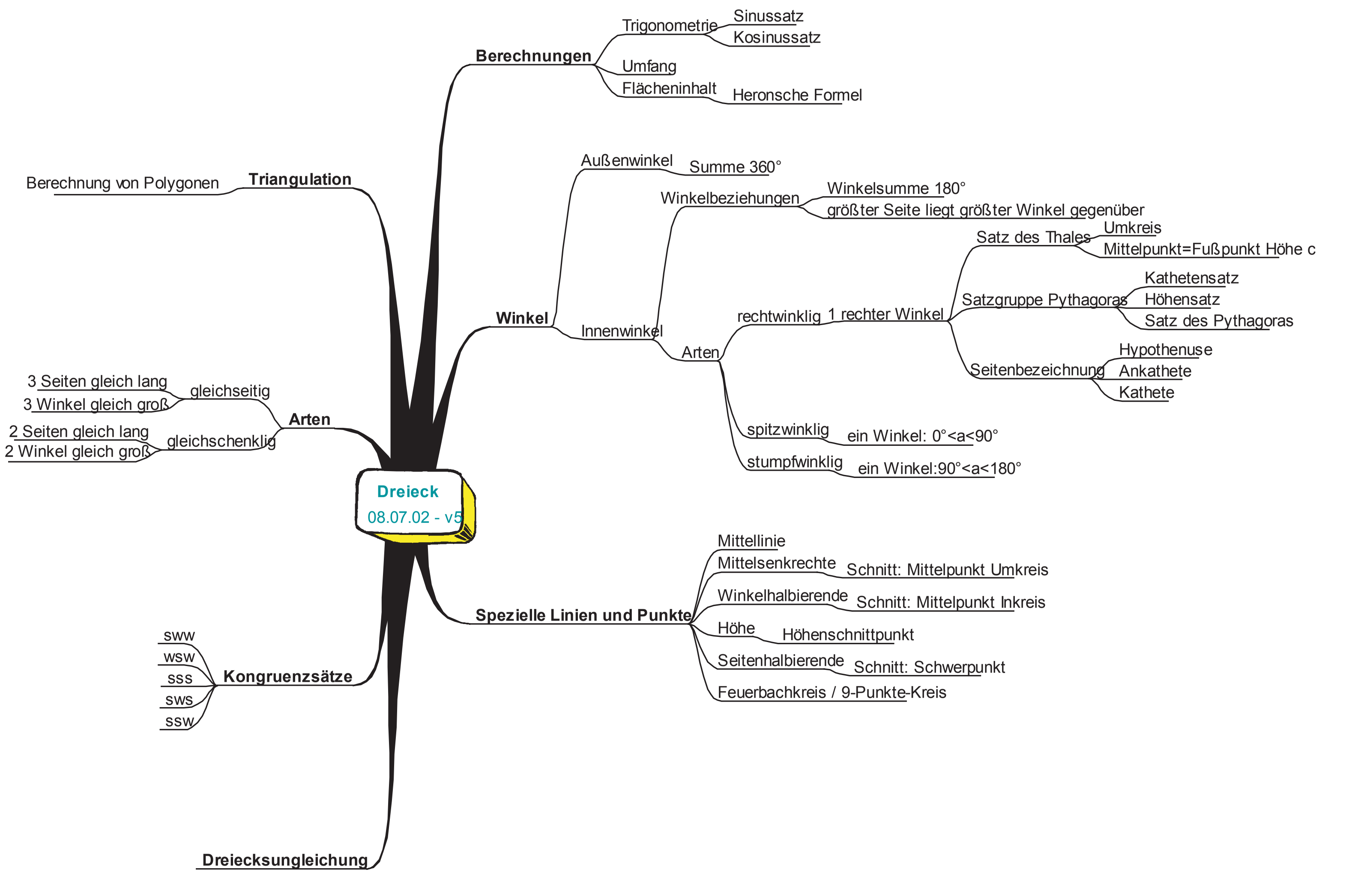


Abbildung 7.6: Mindmap zum Thema „Dreieck“

In dieser Aufgabe können Sie Ihre Fertigkeiten im Umformen algebraischer Ausdrücke üben. Wenn Sie Probleme mit dem Umformen oder dem Lösen der Gleichungen haben, dann arbeiten Sie die Einführungen und Aufgaben im Internet auf den Seiten unter `http://math.usask.ca/emr/menu_alg1.html`[a] oder das Kapitel 1 im Buch: Wolfgang Schäfer, Kurt Georgi, Gisela Trippler „Mathematik-Vorkurs"[b] durch.
Finden Sie den Fehler und begründen Sie Ihre Einschätzung ausführlich.

Wo liegt der Fehler? Wie lautet die richtige Lösung?

1. $\dfrac{2y}{\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}} = \sqrt{2x}$ für $x \neq \pm y$

2. $\dfrac{\sqrt{4-x^2}\cdot\sqrt[3]{2+x}}{\sqrt{2-x}} = \sqrt{(2+x)^3}$ für $x \neq 2$

3. $\left(\dfrac{a}{b}-\dfrac{b}{a}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{a+b}{a-b}+\dfrac{a-b}{a+b}\right)^2 - 4\left(2+\dfrac{b^2}{a^2}\right) = \dfrac{4a^2-8b^2}{b^2}$
   für $a, b \neq 0$ und $a \neq \pm b$

4. $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{m}}} = \dfrac{1}{m-1}$ für $m \neq 0; 1$

5. $\dfrac{2pq^2}{8p^2q} = \dfrac{q}{4p}$

6. a) $\sqrt{x^2+1}$ existiert nur für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x > -1$
   b) $\dfrac{1}{x(x+1)}$ existiert nur für alle $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

7. $\dfrac{4b-3a}{b-a} = 1 + \dfrac{3b+2a}{a}$ für $a, b \neq 0$ ergibt nach a aufgelöst: $a = -\dfrac{3}{2}b$

8. Die Lösung der linearen Gleichung

   $$\frac{u+24}{3} - \frac{(11-4u)(5u+8)}{5} = \frac{2u(6u-7)}{3} \text{ lautet: } u = -1$$

---

[a] Zugriffsdatum: 4.8.2003
[b] (Schäfer & al. 2002)

WebQuest zur Anwendung der Differentialrechnung

Einleitung:

Haben Sie sich auch schon gefragt, für was die Differentialrechnung überhaupt gut ist? Außer dass man sie zur Kurvendiskussion braucht?

Ja – Dann bringen Sie die idealen Voraussetzungen für diesen WebQuest mit.	Nein – Dann wird es Zeit!

Aufgabe:

Erstellen Sie zu Anwendungen der Differentialrechnung aus mindestens drei verschiedenen Fachgebieten ein „Paper“, in dem die mathematischen und fachlichen Hintergründe und der Nutzen dieser Verwendung der Differentialrechnung an dieser Stelle beschrieben werden.
Stellen Sie Ihre Beispiele bei der Gesamtpräsentation vor und ordnen Sie Ihre Anwendungen in die Struktur (Mindmap) aller Ergebnisse dieses WebQuests ein.

Vorgehen:

- Sie sollten für diesen WebQuest ca. 8 Stunden zur Bearbeitung benötigen.
- Arbeiten Sie dazu in Gruppen zu drei bis vier Personen zusammen.
- Informieren Sie sich auf den angegebenen Webseiten über die verschiedenen Anwendungsbereiche der Differentialrechung.
- Wählen Sie dann gemeinsam die drei Fachbereiche, die Sie bearbeiten wollen aus.

bitte wenden!

- Entscheiden Sie, wie Sie die Arbeit innerhalb Ihrer Gruppe aufteilen (Jede/r bearbeitet einen anderen Fachbereich oder je eine Person befasst sich mit den mathematischen bzw. fachlichen Hintergründen,...)
- In vielen Quellen finden Sie „nur“ Anwendungsaufgaben ohne Einbettung in einen fachlichen Kontext. Nehmen Sie diese Aufgaben als Anlass sich mit in den fachlichen und eventuell mathematischen Inhalten etwas vertraut zu machen (Fachliteratur, Internetrecherche,...).
- Vergessen Sie nicht die Quellenangaben!

Quellen:

Bitte verwenden Sie die Quellenangaben auf dem Extrablatt „Quellen“.
Die angegebenen Quellen sind als Anregung gedacht. Sie können selbstverständlich selbst weitere Quellen aus dem Internet (vorgeschlagene Suchmaschine: `http://www.google.de`) und der Bibliothek verwenden.

Bewertung:

Die Bewertungskriterien entnehmen Sie bitte der Tabelle „Bewertungskriterien“.
Die Gruppe bekommt eine Gesamtbewertung, es sei denn, dies ist aufgrund der mangelnden Zusammenarbeit nicht möglich.

Fazit:

Sie haben jetzt verschiedene Anwendungen der Differentialrechnung kennengelernt. Vielleicht finden Sie im Laufe Ihres Studium noch mehr Aufgabenstellungen, bei denen Ihnen die Methoden der Differentialrechnung helfen können.

Quellen:

URL: http://www.matheprisma.uni-wuppertal.de/Module/Ableitung/index.htm
URL: http://www.matheprisma.uni-wuppertal.de/Module/Schwingu/index.htm (Tolle Anwendung, aber mathematisch etwas komplizierter.)
URL: http://www.munterbunt.ch/index.jsp?folder=id362
URL: http://projects.brg-schoren.ac.at/Spezialgebiete/VedovelliKatharina/DifferentialWirtschaft.htm
URL: http://www.fh-rosenheim.de/upload/35/Differentialrechnung_ht.pdf
URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Differentialrechnung
URL: http://www.ks8590.ch/main/peterhochstrasser/3M/anwenddiff.pdf
URL: http://www.learn-line.nrw.de/angebote/modell/hefe/hefe.htm Sehr interessanter Zusammenhang zwischen Biologie und Mathematik, leider kommt die Differentialrechnung erst ganz zum Schluss.
URL: http://www.acdca.ac.at/material/allgem/physwol2.pdf (Auf den letzten beiden Seiten diese Dokuments sind einige Beispiele zu „Physikalische Beispiele im Mathematikunterricht – Mathematik im Physikunterricht“)
URL: http://www.sbg.ac.at/bio/radiooeko/hl_uebungen_math.htm (Dann auf „Beispiele Differential-Integralrechnung“ klicken. Dort sind an Ende des Dokuments viele Beispielaufgaben aus verschiedenen Themenbereichen aufgeführt. Recherchieren Sie gegebenfalls noch nach weiteren fachlichen und mathematischen Grundlagen.)

Tabelle 7.9: Bewertungskriterien für den WebQuest zur Anwendung der Differentialrechnung

Kategorie	Anfänger/in[a]	Durchschnitt	Fortgeschrittene/r	Experte/ Expertin
Auswahl der Anwendungen	ohne weitere Überlegung einfach die Anwendungen der ersten URLs verwendet	breit gewählte Anwendungen aus den gegebenen Beispielen	sehr gut gewählte Auswahl der Anwendungen, die über die gegebenen Beispiele hinausgeht	wohlüberlegte, überzeugende Auswahl der Anwendungen, die die Bandbreite der Anwengungsmöglichkeiten hervorragend aufzeigt
Richtigkeit der Inhalte	einige inhaltliche Fehler	einige, eher unwichtige inhaltliche Fehler	wenige inhaltliche Fehler	keine inhaltlichen Fehler
Darstellung	vollständig, aber wenig übersichtlich und ansprechend	übersichtlich, ansprechend	sehr gut, Verständnis wird durch die Darstellung unterstützt	sehr ansprechend, Darstellung unterstützt das Verständnis hervorragend
Verständlichkeit	muss mehrmals gelesen werden	gut, ohne Sprünge oder Lücken	sehr gut, alles ist beim ersten Durchlesen verständlich	hervorragend (s.o.)
Präsentation	es ist alles drin	gut geplant und durchgeführt	alles in Ordnung	spannend und hervorragend durchgeführt
Einordbarkeit in die Struktur	sehr schwierig	bedarf einiger Überlegung	einfach	klar und logisch offensichtlich

[a] Es wird bewusst auf eine Einteilung nach Schulnoten verzichtet.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

Arbeitskreis Stochastik 2002 Arbeitskreis Stochastik: Empfehlungen zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts. (2002). – URL `http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ak-stoch/dokument/stellung.pdf` – Zugriffsdatum: 8.8.2003

Austrian Center for Didactics of Computer Algebra 2001 Austrian Center for Didactics of Computer Algebra: Information und Anmeldung für die Teilnahme am Projekt „Technologie im Mathematikunterricht". (2001). – URL `http://www.acdca.ac.at/projekt4/cas4nach.pdf` – Zugriffsdatum: 25.8.2002

Backhaus &al. 2000 Backhaus, Klaus; Erichson, Bernd; Plinke, Wulff; Weiber, Rolf: *Multivariate Analysemethoden.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2000

Bauer 1978 Bauer, Ludwig: *Mathematische Fähigkeiten.* Paderborn: Schöningh, 1978

Baumert 2002 Baumert, Jürgen: TOSCA-News Ergebnisse aus der Bildungsforschung, Max Plank Institut für Bildungsforschung, 2002. – URL `http://www.tosca.mpg.de/texte/TOSCA-02.pdf` – Zugriffsdatum: 11.4.2003

Baumert &al. 2000a Baumert, Jürgen; Bos, Wilfried; Brockmann, Jens: TIMSS/III- Deutschland Der Abschlussbericht. (2000). – URL `http://www.timss.mpg.de/TIMSS_im_Ueberblick/TIMSSIII-Broschuere.pdf` – Zugriffsdatum: 30.3.2003

Baumert &al. 2000b Baumert, Jürgen (Hrsg.); Bos, Wilfried (Hrsg.); Lehmann, Rainer (Hrsg.): *TIMSS/III Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn.* Bd. 2. Opladen: Leske und Buderich, 2000

Baumert &al. 2000c Baumert, Jürgen (Hrsg.); Bos, Wilfried (Hrsg.); Lehmann, Rainer (Hrsg.): *TIMSS/III Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn.* Bd. 1. Opladen: Leske und Buderich, 2000

Baumert & al. 2001 BAUMERT, Jürgen; KLIEME, Eckhard; BOS, Wilfried: Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn - Die Herausforderung von TIMSS für die Weiterentwicklung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts. In: BUNDESMINISTERIUM FÜR BILDUNG UND FORSCHUNG (Hrsg.): *TIMSS - Impulse für Schule und Unterricht*, BMBF Publik, 2001, S. 11–41. – URL `http://www.bmbf.de/pub/timss.pdf` – Zugriffsdatum: 9.4.20003

Bescherer 2002 BESCHERER, Christine: WebQuests - eine Projektmethode auch für den Mathematikunterricht. In: *Mathematica didactica* Bd. 1. Hildesheim: Franzbecker Verlag, 2002, S. 71–81

Bescherer 2003a BESCHERER, Christine: Mathematik und WebQuests - Passt das überhaupt zusammen? In: *Online-News*. Stuttgart: Landesinstitut für Erziehung und Unterricht, 2003. – URL `http://www.leu.bw.schule.de/beruf/projektg/online/index.html` – Zugriffsdatum: September 2003

Bescherer 2003b BESCHERER, Christine: WebQuests - eine Projektmethode für den Mathematikunterricht. In: *Der Mathematikunterricht*. Velber: Friedrich Verlag, 2003, S. 28–32

Bescherer und Vogel 2002 BESCHERER, Christine; VOGEL, Rose: Innovation durch computerbasierte Medien beim Mathematiklernen. In: HERGET, Wilfried (Hrsg.); SOMMER, Rolf (Hrsg.); WEIGAND, Hans-Georg (Hrsg.); WETH, Thomas (Hrsg.): *Medien verbreiten Mathematik*. Hildesheim: Franzbecker, 2002, S. 9–17

Bosch 1998 BOSCH, Karl: *Brückenkurs Mathematik*. Siebte Auflage. München Wien: Oldenbourg Verlag, 1998

Bund-Länder-Kommission 1997 BUND-LÄNDER-KOMMISSION: Gutachten zur Vorbereitung eines Programms zur Steigerung der Effizienz des mathematisch - naturwissenschaftlichen Unterrichts. (1997). – URL `http://www.blk-bonn.de/papers/heft60.pdf` – Zugriffsdatum: 25.8.2002

Bund-Länder-Kommission 2001a BUND-LÄNDER-KOMMISSION: Grundkonzeption des BLK-Programms zur Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. (2001). – URL `http://www.blk.mat.uni-bayreuth.de/programm/konzeption.html` – Zugriffsdatum: 22.8.2002

Bund-Länder-Kommission 2001b BUND-LÄNDER-KOMMISSION: Lebenslanges Lernen. In: *Materialien zur Bildungsplanung und zur Forschungsförderung* Bd. 88. Bonn, 2001. – URL `http://www.blk-bonn.de/papers/heft88.pdf` – Zugriffsdatum: 2.9.2002

Bundeselternrat 2000 BUNDESELTERNRAT: Stärkere Vernetzung der Gymnasien mit den Hochschulen - Perspektiven, Wünsche, Möglichkeiten. Welche Erwartungen hat die Hochschule an die Schule? Welche Forderungen ergeben sich an eine verbesserte Vorbereitung auf die Hochschule? In: *Projektbeschreibung des Bundeselternrats* (2000). – URL `http://leb.bildung-rp.de/info/sonstiges/ber/2000_gym_p.pdf` – Zugriffsdatum: 24.5.2002

Christensen & al. 1997 CHRISTENSEN, Marvin; COPELAND (CLARK), Glenda; EILBER, Charles; FERRANCE, Eileen: State Mathematics and Science Curriculum Framework Development & Implementation: A Case Study Synthesis, Southwest Educational Development Laboratory, 1997. – URL `http://www.sedl.org/scimath/msframework.pdf` – Zugriffsdatum: 19.8.2002

Curry und Temple 1992 CURRY, Brian; TEMPLE, Tierney: *Using curriculum frameworks for systemic reform.* Alexandria, USA: Association for Supervision and Curriculum Development, 1992

Deutscher Hochschulverband 1993 DEUTSCHER HOCHSCHULVERBAND: Grundsätzliche Stellungnahme des deutschen Hochschulverbandes Studierfähigkeit. In: *Resolutionen und Stellungnahmen des Deutschen Hochschulverbandes* (1993). – URL `http://www.hochschulverband.de/resolut/stell_2.html` – Zugriffsdatum: 29.5.2002. – Vom 43. Hochschulverbandstag 1993 vom 25. - 27. März 1993

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung 2003 DEUTSCHES INSTITUT FÜR INTERNATIONALE PÄDAGOGISCHE FORSCHUNG; KLIEME, Jürgen (Hrsg.): *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards - Eine Expertise.* Frankfurt: Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung, 2003. – URL `http://www.bmbf.de/pub/zur_entwicklung_nationaler_bildungsstandards.pdf` – Zugriffsdatum: 11.8.2003

Deutsches PISA-Konsortium 2001 DEUTSCHES PISA-KONSORTIUM (Hrsg.): *PISA 2000.* Opladen: Leske und Budrich, 2001

Effe-Stumpf 1997 EFFE-STUMPF, Gertrud: Beiträge zur Podiumsdiskussion am 24. Juni 1996 zum Thema „Mathematik und Allgemeinbildung". In: BIEHLER, Rolf (Hrsg.); JAHNKE, Hans N. (Hrsg.): *Mathematische Allgemeinbildung in der Kontroverse.* Bielefeld: Insitut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 1997, S. 81 – 83

European Comission 1999 EUROPEAN COMISSION: Indicators and Benchmarks of Quality of School Education. (1999). – URL `http://europa.eu.int/comm/education/indic/back_en.html` – Zugriffsdatum: 29.12.2002

Fischer und Mandl 2000 FISCHER, Frank; MANDL, Heinz: Lehren und Lernen mit neuen Medien. In: *Forschungsberichte* Bd. 125. München: Lehrstuhl für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie Ludwig-Maximilians-Universität München, 2000

Förster & al. 2000 FÖRSTER, Frank (Hrsg.); HENN, Hans-Wolfgang (Hrsg.); MEYER, Jörg (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht.* Bd. 6: *Computer-Anwendungen.* Hildesheim: Franzbecker, 2000

Frey 1980 FREY, K.: *Curriculum - Lehrplan.* S. 44–51. In: ROTH, L. (Hrsg.): *Handlexikon zur Didaktik der Schulfächer.* München: Ehrenwirth, 1980

Gartz & al. 1999 GARTZ, Michaele; HÜCHTERMANN, Marion; MRYTZ, Barbara: *Schulabgänger Was sie können und was sie können müssten.* Köln: Deutscher Insituts-Verlag, 1999 (Kölner Texte und Thesen)

Gemeinsame Kommission für die Studienreform im Land Nordrhein-Westfalen 2000 GEMEINSAME KOMMISSION FÜR DIE STUDIENREFORM IM LAND NORDRHEIN-WESTFALEN: *Prüfungen auf dem Prüfstand.* Wissenschaftliches Sekretariat für die Studienreform im Land Nordrhein-Westfalen, 2000. – URL `http://www.wss.nrw.de/Download/GK/pruefkult.pdf`

Gesellschaft für Informatik 1999 GESELLSCHAFT FÜR INFORMATIK: Informatische Bildung und Medienerziehung. In: *Beilage zu LOG IN* 19 (1999), Nr. 6

Grogger 1995 GROGGER, Günther: Der Einsatz von Derive im Mathematikunterricht an allgemeinbildenden höheren Schulen. Graz: Zentrum für Schulentwicklung, 1995. – URL `http://schulen.eduhi.at/derive/schueler.pdf` – Zugriffsdatum: 7.8.2003

Grunder und Bohl 2001 GRUNDER, Hans-Ulrich (Hrsg.); BOHL, Thorsten (Hrsg.): *Neue Formen der Leistungsbeurteilung.* Hohengehren: Schneider Verlag, 2001

Grunder & al. 2001 GRUNDER, Hans-Ulrich (Hrsg.); BOHL, Thorsten (Hrsg.); BROSZAT, Karin (Hrsg.): *Kurzversion des Forschungsberichts Neue Formen der Leistungsbeurteilung an Sekundarstufen I und II.* Stuttgart: Landesinstitut für Erziehung und Unterricht, 2001. – URL `http://www.leu.bw.schule.de/allg/publikationen/sonst/ise109.pdf`

Hamm und Müller-Böling 1997 HAMM, Ingrid; MÜLLER-BÖLING, Detlef: *Hochschulentwicklung durch Neue Medien.* Gütersloh: Verlag Bertelsmann Stiftung, 1997

Haussner 1995 HAUSSNER, Karl: *Identitätspsychologie.* Berlin: Springer, 1995

Heldmann 1984 HELDMANN, Werner: *Studierfähigkeit - Ergebnisse einer Umfrage.* Göttingen: Hochschulverband, 1984

Heublein & al. 2002 HEUBLEIN, Ulrich; SCHMELZER, Rober; SOMMER, Dieter; SPANGENBERG, Heike: *HIS Kurzinformation.* Bd. A5/2002: *Studienabbruchstudie 2002.* Hannover: HIS GmbH, 2002. – URL `http://www.bmbf.de/pub/studienabbruchstudie_2002.pdf` – Zugriffsdatum: 12.8.2003

Heymann 1996a HEYMANN, Hans W.: *Allgemeinbildung und Mathematik.* Weinheim, Basel: Beltz, 1996

Heymann 1996b HEYMANN, Hans W.: Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe. In: *Der Mathematikunterricht* Bd. 42. Velber: Friedrich Verlag, 1996, S. 107–120

Heymann 1996c HEYMANN, Hans W.: Sind sieben Jahre Mathematik genug? In: *Mathematik in der Schule* Bd. 34. Berlin: Pädagogischer Zeitschriftenverlag, 1996, S. 321 – 331

Heymann 1999a HEYMANN, Hans W.: Was ist eine zeitgemäße mathematische Allgemeinbildung? In: KADUNZ, G. (Hrsg.); OSSIMITZ, G. (Hrsg.); PESCHEK, W. (Hrsg.); SCHNEIDER, E. (Hrsg.); WINKELMANN, B. (Hrsg.): *Mathematische Bildung und neue Technologien*, B.G. Teubner, 1999, S. 147–165

Heymann 1999b HEYMANN, Hans W.: *Was ist guter Mathematikunterricht?* Landesinstitut für Schule und Weiterbildung, Soest, 1999. – URL `http://www.learnline.nrw.de/angebote/qualitaetsentwicklung/download/hey%mann.pdf` – Zugriffsdatum: 30.8.2002

Hischer 1994 HISCHER, Horst: Mathematikunterricht und Computer: Perspektiven. In: *Mathematik in der Schule* Bd. 32. Berlin: Pädagogischer Zeitschriftenverlag, 1994, S. 385 – 397

Hochschul-Informations-System 2002 HOCHSCHUL-INFORMATIONS-SYSTEM, HIS: Ergebnisspiegel 2002. (2002). – URL `http://www.his.de/Abt2/Informationsaufbereitung/Service/Publikationen/E%rgebnis/es2002/Bericht/ES2002.pdf` – Zugriffsdatum: 13.8.2003

Höhere Pädagogische Lehranstalt Zofingen 2003 HÖHERE PÄDAGOGISCHE LEHRANSTALT ZOFINGEN: Mathematik im Alltag. (2003). – URL `http://www.lupi.ch/Schools/math/mia03/mathalltag03.htm` – Zugriffsdatum: 6.8.2003. – Erstellungsdatum: 31.5.2003

Hopmann und Riquarts 1995 HOPMANN, Stefan (Hrsg.); RIQUARTS, Kurt (Hrsg.): *Zeitschrift für Pädagogik / Beiheft.* Bd. 33: *Didaktik und/oder Curriculum.* Weinheim, Basel: Beltz Verlag, 1995

Institut der deutschen Wirtschaft Köln 1999 INSTITUT DER DEUTSCHEN WIRTSCHAFT KÖLN: Schwächen beim ABC, Stärken beim PC. In: *iwd - Informationsdienst des Instituts der deutschen Wirtschaft Köln*, URL `http://www.iwkoeln.de/iwk/cm/default.aspx?p=contenthigh&i=11960` – Zugriffsdatum: 1.6.2002, Juni 1999

Jank und Meyer 2002 JANK, Werner; MEYER, Hilbert: *Didaktische Modelle.* Fünfte Auflage. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2002

Kazemzadeh & al. 1987 KAZEMZADEH, Foad; MINKS, Karl-Heinz; NIGMANN, Ralf-Rüdiger: *Studierfähigkeit - eine Untersuchung des Übergangs vom Gymnasium zur Universität.* Hannover: HIS GmbH, 1987

Keitel 1998 KEITEL, Christine (Hrsg.): *Social justice and mathematics education.* Berlin: IOWME FU Berlin, 1998

Kerres 2001 KERRES, Michael: *Multimediale und telemediale Lernumgebungen.* München, Wien: Oldenbourg, 2001

Klieme 1989 KLIEME, Eckhard: *Europäische Hochschulschriften, Reihe 6, Psychologie.* Bd. 285: *Mathematisches Problemlösen als Testleistung.* Frankfurt: Verlag Peter Lang, 1989

Klippert 2000 KLIPPERT, Hans: *Pädagogische Schulentwicklung.* Weinheim und Basel: Beltz, 2000

Klitzing 2001 KLITZING, Horst G.: Studierfähigkeit aus schulischer Sicht - Beitrag zur Tagung „Übergang von der Schule in die Hochschule. Zugang zum Studium zwischen 'Markt' und 'Recht auf Bildung' vom 30. bis 31.1.2001". (2001). – URL `http://www.his.de/Abt2/Hochschulzugang/Tagung2001/klitzing.pdf` – Zugriffsdatum: 13.8.2003

Konegen-Grenier 2002 KONEGEN-GRENIER, Christiane: *Studierfähigkeit und Hochschulzugang.* Köln: Deutscher Insituts-Verlag, 2002 (Kölner Texte und Thesen)

Konferenz mathematischer Fachbereiche 1981 KONFERENZ MATHEMATISCHER FACHBEREICHE: Entschließung der Konferenz mathematischer Fachbereiche bzgl. mangelnder Voraussetzungen an die Studierfähigkeit bei Abiturienten. (1981). – URL `http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/KMathF/plenum/anl3-81.html` – Zugriffsdatum: 30.5.2002

Kultusministerium Baden-Württemberg 1994 KULTUSMINISTERIUM BADEN-WÜRTTEMBERG; KULTUSMINISTERIUM BADEN-WÜRTTEMBERG (Hrsg.): *Bildungsplan für das Gymnasium.* Villingen- Schwenningen: Neckar-Verlag, 1994 (Kultus und Unterricht)

Kultusministerium Baden-Württemberg 2001 KULTUSMINISTERIUM BADEN-WÜRTTEMBERG: Konzept zur Weiterentwicklung des achtjährigen Gymnasiums, Presseerklärung vom 11.Oktober 2001. (2001). – URL `http://www.baden-wuerttemberg.de/land/service/presse/` – Zugriffsdatum: 13.8.2003. – Presse -> Kultusminsisterium -> alle Meldungen

Kultusministerium Baden-Württemberg 2002 KULTUSMINISTERIUM BADEN-WÜRTTEMBERG: Bildungsplanreform 2001 / 2003-2004 Baden-Württemberg: Häufig gestellte Fragen zur Bildungsplanreform. (2002). – URL http://www.leu.bw.schule.de/allg/lehrplan/index.htm – Zugriffsdatum: 9.8.2002

Kultusministerium Baden-Württemberg 2003 KULTUSMINISTERIUM BADEN-WÜRTTEMBERG: Bildungsstandards für Mathematik, Gymnasium Klasse 6, 8, 10, 12; Entwurfsfassung/Stand: 08.04.2003. (2003). – URL http://www.leu.bw.schule.de/allg/lehrplan/gymnasium/gy_s_m.pdf – Zugriffsdatum: 31.7.2003

Landesinstitut für Erziehung und Unterricht 1999 LANDESINSTITUT FÜR ERZIEHUNG UND UNTERRICHT; HENN, Hans-Wolfgang (Hrsg.): *Leitgedanken für das Projekt „Weiterentwicklung der Unterrichtskultur im Fach Mathematik“*. Hannover: Schroedel Verlag, 1999. – URL http://www.leu.bw.schule.de/allg/publikationen/wum/s04_05.pdf – Zugriffsdatum: 25.8.2002

Landesinstitut für Schule und Weiterbildung NRW 1999 LANDESINSTITUT FÜR SCHULE UND WEITERBILDUNG NRW: SelMa Arbeitsschwerpunkte. (1999). – URL http://www.learn-line.nrw.de/angebote/selma/medio/grundlegendes\-/gesam%t/arbeitsschwerpunkte.htm – Zugriffsdatum: 26.8.2003

Langer 2003 LANGER, Wolfgang: Neuere Entwicklungen bei den Fitindizes für LISREL-Modelle. (2003). – URL http://www.soziologie.uni-halle.de/langer/lisrel/skripten/lisfit2.pdf – Zugriffsdatum: 28.7.2003

Lewin & al. 2001 LEWIN, Karl; HEUBLEIN, Ulrich; SCHREIBER, Jochen; SPANGENBERG, Heike; SOMMER, Dieter: *Hochschulplanung*. Bd. 155: *Studienanfänger im Wintersemester 2000/2001: Trotz Anfangsschwierigkeiten optimistisch in die Zukunft*. Hannover: HIS GmbH, 2001. – HIS-Studie

Mandl & al. 1998 MANDL, Heinz; REINMANN-ROTHMEIER, Gabi; GRÄSEL, Cornelia: Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Systematische Einbeziehung von Medien, Informations- und Kommunikationstechnologien in Lehr- und Lernprozesse“. Bonn: Bund-Länder-Kommission, 1998. – URL http://www.BLK-Bonn.de/papers/heft66.pdf – Zugriffsdatum: 25.8.2002

Mathematics and Science Education Expert Panel 1997 MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION EXPERT PANEL: 1998 Guidelines for Submitting Mathematics Programs for Designation as Promising or Exemplary, Mathematics and Science Education Expert Panel Office of Educational Research and Improvement U.S. Department of Education, 1997. – URL http://www.ed.gov/offices/OERI/ORAD/KAD/expert_panel/sci-guid.pdf – Zugriffsdatum: 19.8.2002

Max Plank Institut für Bildungsforschung 1997 MAX PLANK INSTITUT FÜR BILDUNGSFORSCHUNG: TIMSS II, Die Tests im Überblick. (1997).

– URL http://www.mpib-berlin.mpg.de/TIMSSII-Germany/Die_Tests_im_Ueberblick/D%ie_Tests_im_Ueberblick.htm – Zugriffsdatum: 19.8.2002

McCoy 2002 McCoy, Leah P.: Math WebQuests. (2002). – URL http://www.wfu.edu/~mccoy/NCTM99/ – Zugriffsdatum: 10.8.2003

Moschner 1998 Moschner, Barbara: *Selbstkonzept.* In: Rost, Detlef (Hrsg.): *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie.* Weinheim: Beltz, Psychologie Verlags Union, 1998

National Council of Teachers of Mathematics 1989 National Council of Teachers of Mathematics: *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* Reston, VA., USA: The National Council of Teachers of Mathematics, 1989

National Council of Teachers of Mathematics 2000 National Council of Teachers of Mathematics: *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA., USA: The National Council of Teachers of Mathematics, 2000

National Curriculum Organisation 2002 National Curriculum Organisation: National Curriculum. (2002). – URL http://www.nc.uk.net/what_is.html – Zugriffsdatum: 12.8.2002

North Central Regional Educational Laboratory 2002 North Central Regional Educational Laboratory: Curriculum Framework. (2002). – URL http://www.ncrel.org/sdrs/areas/issues/content/currclum/cu3lk25.htm – Zugriffsdatum: 14.8.2002

Ordowski 2001 Ordowski, Raimund: *Abitur 2001 Prüfungsaufgaben mit Lösungen Mathematik Leistungskurs.* Freising: Stark Verlag, 2001

Payne 1997 Payne, David A. (Hrsg.): *Applied Educational Assessment.* Belmont, CA, USA: Wadsworth Publishing Company, 1997

Schäfer & al. 2002 Schäfer, Wolfgang; Georgi, Kurt; Trippler, Gisela: *Mathematik-Vorkurs.* 5. Auflage. Stuttgart: Teubner Verlag, 2002

Schnitzer 2001 Schnitzer, Klaus: Eingangsstatement zur Tagung: „Übergang von der Schule in die Hochschule. Zugang zum Studium zwischen 'Markt' und 'Recht auf Bildung' vom 30. bis 31.1.2001". (2001). – URL http://www.his.de/Abt2/Hochschulzugang/Tagung2001/schnitzer.pdf – Zugriffsdatum: 30.5.2002

Ständige Konferenz der Kultusminister 2002 Ständige Konferenz der Kultusminister: Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung - Mathematik, Fassung vom 24.05.2002). (2002). – URL http://www.kmk.org/doc/beschl/epa_mathematik.pdf – Zugriffsdatum: 13.8.2003

Ständige Konferenz der Kultusminister 2003 Ständige Konferenz der Kultusminister: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss, Entwurf (Stand vom 04.07.2003). (2003). – URL `http://www.kmk.org/aktuell/Bildungsstandards/Mathematik04072003.pdf` – Zugriffsdatum: 8.8.2003

Stangl 2001 Stangl, Werner: Fragebogen zu Studiengewohnheiten und -einstellungen. (2001). – URL `http://www.stangl-taller.at/STANGL/WERNER/BERUF/TESTS/FSG/default.html` – Zugriffsdatum: 11.8.2003

Statistisches Landesamt Baden-Württemberg 2002 Statistisches Landesamt Baden-Württemberg: Pressemitteilung 5. April 2002: Durchschnittsnote beim Abitur 2001: 2,35. (2002). – URL `http://www.statistik.baden-wuerttemberg.de/Pressemitt/105.asp` – Zugriffsdatum: 17.3.2003

Tenorth 2001 Tenorth, Heinz-Elmar; Ständige Konferenz der Kultusminister (Hrsg.): *Kerncurriculum Oberstufe.* Weinheim: Beltz, 2001

Tietze und Förster 1996 Tietze, Uwe-Peter; Förster, Frank: Über die Bedeutung eines problem- und anwendungsorientierten Mathematikunterrichts für den Übergang zur Hochschule. In: *Der Mathematikunterricht* Bd. 42. Velber: Friedrich Verlag, 1996, S. 85–105

Weigand und Weth 2002 Weigand, Hans-Georg; Weth, Thomas: *Computer im Mathematikunterricht.* Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag, 2002

Zech 1998 Zech, Friedrich: *Grundkurs Mathematikdidaktik.* Weinheim: Beltz, 1998

Zöfel 2001 Zöfel, Peter: *Statistik verstehen.* München: Addison-Wesley, 2001 (Scientific Computing)